备考时间安排问题

## 问题描述

研究生入学考试科目为数学、外语和专业课三门，王君已经报考，尚有11周复习时间。下表是他每门课复习时间和预计得分，问在下面两种情况下他应该如何分配11周的复习时间？预计最高可得多少分?

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 科目 | 周数 | | | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 数学 | 20 | 40 | 55 | 65 | 72 | 77 | 80 | 82 | 83 | 84 | 85 |
| 外语 | 30 | 45 | 53 | 58 | 62 | 65 | 68 | 70 | 72 | 74 | 75 |
| 专业课 | 50 | 70 | 85 | 90 | 93 | 95 | 96 | 96 | 96 | 96 | 96 |

1. 只考虑总分最多。
2. 在三门课都及格的条件下总分最多。

## 问题分析

三门科目的预计得分可以看作是离散型效用函数，可以分别求出三门科目的边际效用，根据效用最大化原理，用相同的时间获得最高的得分。

## 符号说明

x 数学学习时间（周）

y 外语学习时间（周）

z 专业课学习时间（周）

f(x) 数学复习x周获得的分数

g(y) 外语复习y周获得的分数

h(z) 专业课复习z周获得的分数

U(x, y, z) 预计获得的总分数

## 模型建立

从效用最大化的角度出发，预计获得的总分数满足

max U(x, y ,z) = f(x) + g(y) + h(z)

St. x + y + z = 11

## 模型假设

1. 每周只复习一门课
2. 复习严格按照计划，即复习效果严格符合上表。

## 6. 模型求解

计算每门课增加单位学习时间的边际得分:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 科目 | 周数 | | | | | | | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 数学 | 20 | 15 | 10 | 7 | 5 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| 外语 | 15 | 8 | 5 | 4 | 3 | 3 | 2 | 2 | 2 | 1 |
| 专业课 | 20 | 15 | 5 | 3 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |

1. 问题一的求解。按照贪心算法，每周均选择边际得分最高的科目。即选择

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 科目 | 周数 | | | | | | | | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 数学 | 20 |  | 15 |  |  | 10 |  | 7 | 5 |  |  |
| 外语 |  |  |  | 15 |  |  | 8 |  |  | 5 |  |
| 专业课 |  | 20 |  |  | 15 |  |  |  |  |  | 5 |

数学复习5周，获得77分。外语复习3周，获得58分。专业课复习3周，获得90分。

预计最高得分225。

1. 问题二的求解。先保证所有课程及格，再按照贪心算法选择边际得分最高的科目。即至少保证数学复习3周，外语4周，专业课1周。然后剩下3周选择边际得分最高的科目。

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 科目 | 周数 | | | | | | | | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 数学 | 20 | 15 | 10 |  |  |  |  |  |  | 7 | 5 |
| 外语 |  |  |  | 15 | 8 | 5 | 4 |  |  |  |  |
| 专业课 |  |  |  |  |  |  |  | 20 | 15 |  |  |

最终预计数学得分77，外语得分62，专业课得分85。预计最高总得分为224分。

## 总结

对于本问题，先求得边际效用，再根据贪心算法，选择边际效用最高。问题一数学复习5周，获得77分；外语复习3周，获得58分；专业课复习3周，获得90分。预计最高得分225。问题二需要保证及格，数学复习5周，得分77；外语复习4周，得分62；专业课复习2周，得分85。预计最高总得分为224分。