

PERTEMUAN III

PERSAMAAN REGRESI

TUJUAN PRAKTIKUM

- 1) Mengetahui perhitungan persamaan regresi linier
- 2) Menggambarkan persamaan regresi linier ke dalam diagram pencar

TEORI PENUNJANG

Persamaan Regresi adalah persamaan matematika yang dapat digunakan untuk meramalkan nilai-nilai suatu variabel tak bebas dari nilai-nilai satu atau lebih variabel bebas.

Variabel tak bebas yang merupakan fungsi persamaan dari variabel bebas dilambangkan dengan Y, sedangkan variabel bebasnya dilambangkan dengan X, atau dengan X_1 dan X_2 jika variabel bebasnya dua, dan seterusnya. Hubungan variabel bebas dan variabel tak bebas dalam bentuk persamaan bisa mengambil beberapa bentuk, antara lain hubungan linier, eksponensial dan berganda. Bentuk hubungan ini dapat dilihat dengan membuat diagram pencar dari nilai-nilai variabel tak bebas dengan variabel bebasnya, dimana setiap datanya dinyatakan dalam bentuk koordinat (x,y), dan selanjutnya dilakukan pengamatan terhadap kumpulan titik yang digambarkan. Penggambaran titik-titik yang diperoleh itu disebut **Diagram Pencar** (*scatter diagram*). Jika titik-titik yang terbentuk mengikuti suatu garis lurus, maka variabel x dan y dikatakan saling berhubungan secara linier.

Hubungan kedua variabel ini digambarkan dalam bentuk garis-lurus, yang disebut dengan *Garis Regresi Linier*. Garis lurus mempunyai persamaan matematika sebagai berikut :

$$\bar{y} = a + b.x$$

Konstanta **a** merupakan intersep atau perpotongan dengan sumbu tegak, sedangkan **b** adalah kemiringan atau gradien garis. Lambang **y** digunakan untuk membedakan nilai ramalan yang diperoleh dari persamaan regresinya dengan nilai pengamatan **y** yang sesungguhnya untuk nilai **x** tertentu, dan persamaan di atas disebut sebagai persamaan regresi contoh.

Apabila yang dipersoalkan adalah dua variabel, maka hal ini disebut *Korelasi Sederhana (Simple Correlation)* dan *Regresi Sederhana (Simple Regression)*. Apabila yang dipersoalkan meliputi lebih dari dua variabel maka hal ini disebut *Korelasi Berganda (Multiple Correlation)* dan *Regresi Berganda (Multiple Regression)*.

Untuk mengetahui masalah mengenai sejauh mana sebuah garis lurus dapat menjelaskan hubungan antara dua variabel, dibutuhkan persamaan-persamaan dari garis-garis regresi kuadrat minimum, yaitu :

- **Garis regresi kuadrat minimum dari Y terhadap X adalah :**

$$Y = a_0 + a_1 X$$

Dimana a_0 dan a_1 diperoleh dari persamaan-persamaan normal :

$$\begin{aligned}\sum Y &= a_0 N + a_1 \sum X \\ \sum XY &= a_0 \sum X + a_1 \sum X^2\end{aligned}$$

yang menghasilkan :

$$a_0 = \frac{(\sum Y)(\sum X^2) - (\sum X)(\sum XY)}{N\sum X^2 - (\sum X)^2}$$

$$a_1 = \frac{N\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{N\sum X^2 - (\sum X)^2}$$

- **Garis regresi kuadrat minimum dari X terhadap Y adalah :**

$$X = b_0 + b_1 Y$$

Dimana b_0 dan b_1 diperoleh dari persamaan-persamaan normal :

$$\sum Y = b_0 N + b_1 \sum X$$

$$\sum XY = b_0 \sum X + b_1 \sum X^2$$

yang menghasilkan :

$$b_0 = \frac{(\sum X)(\sum Y^2) - (\sum Y)(\sum XY)}{N\sum Y^2 - (\sum Y)^2}$$

$$b_1 = \frac{N\sum XY - (\sum Y)(\sum X)}{N\sum Y^2 - (\sum Y)^2}$$

LATIHAN

Diketahui tabel umur dari sekelompok wanita dan sekelompok pria yang masing-masing terdiri dari 12 orang :

Umur x dari wanita	65	63	67	64	68	62	70	66	68	67	69	71
Umur y dari pria	68	66	68	65	69	66	68	65	71	67	68	70

- 1) Buatlah diagram pencar dengan umur wanita di sumbu x dan umur pria di sumbu y.
- 2) Buatlah tabel seperti di bawah ini :

X	Y	X^2	Y^2	XY
.
.
.
$\sum X = \dots$	$\sum Y = \dots$	$\sum X^2 = \dots$	$\sum Y^2 = \dots$	$\sum XY = \dots$

- 3) Carilah garis regresi kuadrat minimum Y terhadap X.
- 4) Carilah garis regresi kuadrat minimum X terhadap Y.

MATERI PRAKTIKUM

Buat program untuk soal pada Laporan Pendahuluan dengan menggunakan bahasa pemrograman Pascal . Program harus dibuat secara OOP (Object Oriented Programming)

KORELASI

TUJUAN PRAKTIKUM

- 3) Mengetahui arti koefisien korelasi sederhana
- 4) Menghitung koefisien korelasi
- 5) Memahami bagaimana penerapan korelasi

TEORI PENUNJANG

Analisa korelasi adalah analisis terhadap kekuatan hubungan antara variabel bebas x dengan variabel tak bebas y. Pengukuran hubungan antar variabel dinamakan proses **korelasi**.

Koefisien korelasi adalah suatu angka yang menunjukkan tinggi rendahnya derajat hubungan antara dua variabel atau lebih. Koefisien korelasi besarnya sudah tertentu yaitu variasi anatar -1 dan +1.

Koefisien korelasi linear adalah hubungan linier antara satu variabel x dengan satu variabel y dan dilambangkan dengan **r**. Ukuran korelasi linier antara dua peubah yang paling banyak digunakan adalah *koefisien korelasi momen-hasil kali Pearson* dan disingkat dengan **koefosien korelasi contoh (JKG)**.

Rumus :

$$r = \frac{n \sum_{i=1}^n X_i Y_i - \sum_{i=1}^n X_i \sum_{i=1}^n Y_i}{\sqrt{n \sum_{i=1}^n X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2} \sqrt{n \sum_{i=1}^n Y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n Y_i \right)^2}}$$

Telah diberikan bahwa : $JKG = (n-1)(S_y^2 - b^2 S_x^2)$. Dengan membagi kedua sisi persamaan dengan $(n-1)S_y^2$, maka diperoleh kuadrat dari koefisien korelasi (r^2).

$$r^2 = 1 - \frac{JKG}{(n-1)(n-1)S_y^2}$$

r^2 , JKG dan S_y^2 tidak pernah negative, maka nilai r^2 terletak antara 0 dan 1; dengan demikian kisaran nilai untuk r adalah -1 sampai dengan +1. Nilai r = -1 akan terjadi bila JKG = 0, dan semua titik contoh terletak pada suatu garis lurus yang mempunyai kemiringan negatif. Bila semua titik contoh pada suatu garis lurus dengan kemiringan positif, maka JKG = 0 dan nilai r = +1.

Dengan demikian hubungan linier sempurna antara variabel X dan Y terdapat jika r = +1 atau r = -1. Bila r mendekati +1 atau -1, hubungan antara kedua variabel kuat, dan dikatakan terdapat korelasi yang tinggi antara keduanya. Bila r mendekati nol, hubungan linier antara X dan Y sangat lemah atau mungkin tidak ada sama sekali.

Contoh 1:

Jika X adalah persentase kenaikan harga, sedangkan Y adalah persentase kenaikan hasil penjualan, maka berdasarkan table berikut hitunglah koefisien korelasi (r)!

X	2	4	5	6	8	10	11	13	14	15
Y	15	14	12	10	9	8	6	4	3	2

Penyelesaian :

Buat tabel seperti berikut :

X	Y	X^2	Y^2	XY
2	15	4	225	30
4	14	16	196	56
5	12	25	144	60
6	10	36	100	60
8	9	64	81	72
10	8	100	64	80
11	6	121	36	66
13	4	169	16	52
14	3	196	9	42
15	2	225	4	30
$\sum X_i = 88$	$\sum Y_i = 83$	$\sum X_i^2 = 956$	$\sum Y_i^2 = 875$	$\sum X_i Y_i = 548$

Maka :

$$\begin{aligned}
 r &= \frac{10 \sum X_i Y_i - \sum X_i \sum Y_i}{\sqrt{10 \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2} \sqrt{10 \sum Y_i^2 - (\sum Y_i)^2}} \\
 &= \frac{10(548) - (88)(83)}{\sqrt{10(956) - (88)^2} \sqrt{10(875) - (83)^2}} \\
 &= -0,99
 \end{aligned}$$

Kesimpulan : Hubungan X dan Y kuat dan negative. Dengan demikian nilai $KP = r^2 = (0,99)^2 = 0,9801 = 0,98 = 98 \%$. Dalam hal ini harga mempunyai pengaruh yang negative terhadap penjualan; maksudnya harga pada umumnya menyebabkan hasil penjualan menurun.

LATIHAN

Diketahui X adalah persentase kenaikan biaya iklan dan Y adalah persentase kenaikan hasil penjualan, berdasarkan tabel di bawah ini.

X	1	2	3	4	5	7	9	10	12	16	17	20
Y	2	4	5	7	8	10	12	14	18	19	20	24

3) Buatlah tabel seperti di bawah ini :

X	Y	$X - \bar{X}$ (x)	$Y - \bar{Y}$ (y)	X^2	Y^2	XY
.
.
.
$\sum X_i =$ $\bar{X} =$	$\sum Y_i =$ $\bar{Y} =$	$\sum X_i =$	$\sum Y_i =$	$\sum X_i^2 =$	$\sum Y_i^2 =$	$\sum X_i Y_i =$

4) Hitunglah koefisien korelasi (r) !

5) Buat kesimpulan keterhubungan antara X dan Y!

MATERI PRAKTIKUM

Buat program untuk soal pada Laporan Pendahuluan dengan menggunakan bahasa pemrograman Pascal . Program harus dibuat secara OOP (Object Oriented Programming)