

TRAVAIL D'ETUDE ET DE RECHERCHE

RAPPORT INTERMÉDIAIRE

Etablissement d'une chaîne d'approvisionnement en sang pour répondre à un tremblement de terre

Equipe :

BAERT NICOLAS
GUERIN-TURCQ VICTOR
JOLIOT ANNA

Superviseur :

KOMLANVI PARFAIT
AMETANA

Sommaire

1	Présentation du sujet	2
2	Modèle Mathématique	3
2.1	Les données	3
2.2	Formalisation	4
2.3	Hypothèses	4
2.4	Les variables	4
2.5	L'objectif	5
2.6	Les contraintes	6
3	Par la suite	8
4	Références	8

1 Présentation du sujet

Lorsqu'une catastrophe naturelle survient, le nombre de victimes fait exploser les besoins en sang, en fournitures médicales et les secours peuvent être facilement dépassés. Une bonne organisation en amont de la part des autorités sanitaires est donc nécessaire. Par exemple, il est fréquent que les ressources soient insuffisantes, ou que la totalité des ressources disponibles ne soit pas utilisée, à cause d'une mauvaise chaîne d'approvisionnement. Nous allons nous intéresser à ces problématiques de planification dans le cas d'un tremblement de terre. Cependant, il est impossible de prévoir où et quand un séisme se produira, ainsi que le nombre de victimes exact, ni leurs besoins en sang, en nourriture, en eau... Et tout l'enjeu de ce projet est là. Nous nous concentrerons sur les besoins en sang après un séisme, et sur l'établissement d'une chaîne d'approvisionnement.

Afin de satisfaire la chaîne d'approvisionnement en sang, il faudra décider du placement de centres de collecte ; il s'agira donc de traiter un problème de "*facility location*".

La gestion de cette catastrophe sera divisée en deux niveaux, en suivant le principe de la modélisation *two-stage*. Le premier niveau est la phase de décision ; on y établit un plan d'action, on prévoit la gestion de la crise. Le deuxième est la phase de réponse, qui est amorcé lorsque le séisme a lieu, et fournit les données nécessaires (localisation du séisme, nombre de victimes, etc...) pour mettre en place le plan décidé précédemment.

Le sang traversera un réseau à trois échelons :

- 1er échelon : les groupes de donneurs
- 2ème échelon : Les centres de collecte
- 3ème échelon : les hôpitaux

2 Modèle Mathématique

Nous formalisons le problème par un programme linéaire en nombres entiers.

2.1 Les données

Lors de la phase 1, nous avons les données suivantes :

- $m \in M = \{0, \dots, n_M\}$ Quantité de centres de collecte mobiles à disposition.
- $f \in F = \{0, \dots, n_F\}$ Quantité de centres de collecte fixes à disposition.
- $h \in H = \{0, \dots, n_H\}$ Les hôpitaux
- $d \in D = \{0, \dots, n_D\}$ Les groupes de donneurs
- $l \in L = \{0, \dots, n_L\}$ Les localisations possibles où placer les centres de collecte
- $p \in P = \{0, \dots, n_P\}$ Les périodes à l'étude
- C_h : Capacité de stockage limite des hôpitaux en unité de sang
- C_d : Capacité de don limite des groupes de donneurs en unité de sang
- C_m : Capacité de collecte limite des centres de collecte mobiles en unité de sang
- C_f : Capacité de collecte limite des centres de collecte fixes en unité de sang
- c_{prelev} : Coût de prélèvement d'une unité de sang
- c_{transp} : Coût de transport par unité de sang et par kilomètre
- c_{stock} : Coût de stockage dans les hôpitaux d'une unité de sang lors de la phase 2
- $c_{stock_initial}$ Le coût du stock initial par unité de sang
- $c_{installation}$: Coût d'utilisation des centres mobiles (n'est compté qu'une fois, à partir du moment où le centre est utilisé)
- $c_{deplacement}$ Coût de déplacement des centres mobiles par kilomètres
- c_{constr} : Coût de construction des centres fixes
- B : Budget à ne pas dépasser
- $\Delta = \mathcal{M}_{L \times H}$ La matrice des distances entre chaque localisation et chaque hôpital
- $\Delta' = \mathcal{M}_{L \times L}$ La matrice des distances entre chaque localisations

Une fois que le séisme a eu lieu, nous connaissons :

- N_{hp} : Quantité de sang nécessaire par hôpital et par période

2.2 Formalisation

Notre objectif sera de répondre au maximum aux besoins en sang de chaque hôpital de la région à l'étude. En d'autres termes, on cherchera à minimiser la quantité de sang manquante par rapport aux besoins¹.

L'approvisionnement en sang se fera grâce aux réserves des hôpitaux lorsque le séisme se produit. Pour remplir ces réserves nous allons mettre en place deux types de centres de collecte, des centres fixes et des centres mobiles. Les centres fixes seront construits lors de la phase de décision seulement, alors que les centres mobiles agiront comme "centres d'appoint" pour faire face aux besoins extraordinaires après le séisme. Il ne pourra pas y avoir deux centres à la même localisation. La position des centres est stratégique : ils faut pouvoir approvisionner les hôpitaux le plus rapidement possible, tout en étant proches des groupes de donneurs de notre zone d'étude. Chaque unité de sang se verra attribuer un "chemin" : son origine, le centre où elle a été prélevée et l'hôpital où elle a été envoyée. Il faudra respecter la capacité limite de collecte des centres afin de ne pas les surcharger. La quantité de donneurs étant limitée, il est primordial de ne pas dépasser cette capacité. Chaque hôpital peut garder un stock à la fin d'une période, mais il y aura un coût de stockage associé, et il ne faudra pas dépasser la capacité de stockage limite.

Il ne faut pas non plus se retrouver à devoir jeter du sang et donc à avoir épuisé des donneurs et dépensé de l'argent pour rien, car de plus, notre chaîne d'approvisionnement ne doit pas excéder un budget attribué. La collecte, la mise en place des centres fixes, le déplacement des centres mobiles ainsi que le transfert du sang ont un coût.

2.3 Hypothèses

Afin de mener cette étude, nous simplifions dans un premier temps le problème en mettant en place certaines hypothèses.

- Le sang collecté sera toujours utilisé et il ne "pourrait" pas.
- Nous nous plaçons dans une étude déterministe, où la quantité de sang nécessaire est connue.
- Les localisations ne peuvent pas être détruites lors du séisme. Ainsi, tous les centres fixes construits peuvent être utilisés.
- Nous ne prenons pas en compte le transport lui-même du sang entre les centres de collecte et les hôpitaux. Nous ne considérerons qu'un coût de transport global par km.
- La notion de répliques du séisme est considéré dans les données reçues dès l'enclenchement de la phase 2.

2.4 Les variables

$$\gamma_{clp} = \begin{cases} 1 & \text{Si le centre } c \text{ est placé à la localisation } l \text{ à la période } p \quad \forall c, l, p \in C, L, P \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

$$\gamma_{mlp} = \begin{cases} 1 & \text{Si le centre mobile } m \text{ est placé à la localisation } l \text{ à la période } p \quad \forall m, l \in M, L, p \geq 1 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

$$\alpha_{flp} = \begin{cases} 1 & \text{Si le centre fixe } f \text{ est construit à la localisation } l \quad \forall f, l \in F, L \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

$y_{chp} \in \mathbf{N}$ La quantité de sang transféré du centre c à l'hôpital h à la période p , $\forall c, h, p \in C, H, P$

$y_{mhp} \in \mathbf{N}$ La quantité de sang transféré du centre mobile m à l'hôpital h à la période p , $\forall m, h \in M, H, p \geq 1$

$z_{fhp} \in \mathbf{N}$ La quantité de sang transféré du centre fixe f à l'hôpital h à la période p , $\forall f, h \in F, H, p \geq 1$

$x_{cp} \in \mathbf{N}$ La quantité de sang collecté par le centre c à la période p , $\forall c, p \in C, P$

$x_{mpd} \in \mathbf{N}$ La quantité de sang collecté du groupe de donneurs d par le centre mobile m à la période p , $\forall m, d \in M, D, p \geq 1$

$w_{fpd} \in \mathbf{N}$ La quantité de sang collecté du groupe de donneurs d par le centre fixe f à la période p , $\forall f, d \in F, d, p \geq 1$

$S_{hp} \in \mathbf{N}$ Le stock de l'hôpital h à la fin de la période p , $\forall h, p \in H, P$

2.5 L'objectif

On cherche à minimiser la quantité de sang manquante par rapport aux besoins

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{h \in H} \sum_{p \in P} \left(N_{hp} - \sum_{c \in C} y_{chp} \right) \\ \min \quad & \sum_{h \in H} \sum_{p \in P} \left(N_{hp} - \sum_{m \in M} y_{mhp} - \sum_{f \in F} z_{fhp} \right) \end{aligned}$$

2.6 Les contraintes

Respect du coup

- Il ne faut pas dépasser le budget B .

$$\begin{aligned}
 & \sum_{p \geq 1} \sum_{c \in C} c_{prelev} \times x_{x_{cp}} \quad \text{collecte} \quad + \\
 & \sum_{p \geq 1} c_{prelev} \times \left(\sum_{m \in M} x_{mpd} + \sum_{f \in F} w_{fpd} \right) \quad \text{collecte} \quad + \\
 & \sum_{p \geq 1} \sum_{l \in L} \sum_{c \in \{0, \dots, n_M\}} c_{util} \times (\gamma_{clp} - \gamma_{clp-1}) \quad \text{déplacement des centres mobiles} \quad + \\
 & \quad \text{faire} \\
 & \sum_{c \in \{n_M+1, \dots, F\}} \sum_{l \in L} c_{constr} \times \gamma_{cl0} \quad \text{construction des centres de collecte fixes} \quad + \\
 & \sum_{f \in F} \sum_{l \in L} c_{constr} \times \alpha_{fl} \quad \text{construction des centres de collecte fixes} \quad + \\
 & \sum_{p \geq 1} \sum_{h \in H} S_{hp} \times c_{stock} \quad \text{stockage} \quad + \\
 & \sum_{p \geq 1} \sum_{h \in H} S_{hp} \times c_{stock} + S_{h0} \times c_{stock_initial} \quad \text{stockage} \quad + \\
 & \sum_{p \geq 1} y_{chp} \times c_{transp} \times \Delta_{ch} \quad \text{transport} \\
 & \sum_{p \geq 1} \sum_{h \in H} \left(\sum_{m \in M} y_{mhp} + \sum_{f \in F} z_{fhp} \right) \times c_{transp} \times \Delta_{ch} \quad \text{transport} \\
 & \leq B
 \end{aligned} \tag{1}$$

Position des centres de collecte

- Il ne peut pas y avoir deux centres au même endroit à la même période :

$$\sum_{c \in C} \gamma_{clp} \leq 1 \quad \forall l, p \in L, P \tag{2}$$

$$\sum_{m \in M} \gamma_{mlp} + \sum_{f \in F} \alpha_{fl} \leq 1 \quad \forall l \in L \quad p \geq 1 \tag{3}$$

- Un centre ne peut pas être associé à plus d'une localisation par période

$$\sum_{l \in L} \gamma_{clp} \leq 1 \quad \forall c, p \in C, P \tag{4}$$

$$\sum_{l \in L} \gamma_{mlp} \leq 1 \quad \forall m \in M, p \geq 1 \quad (5)$$

- Les centres mobiles ne sont pas encore utilisés lors de la phase de décision ($p = 0$)

$$\gamma_{clp} = 0 \quad \forall c \in \{0, \dots, n_M\}, l \in L, p = 0 \quad (6)$$

Collecte de sang

- Sur toute l'horizon de temps, on ne peut pas collecter au total plus que ce que les groupes de donneurs peuvent donner

$$\sum_{c \in C} x_{cp} \leq \sum_{d \in D} C_d \quad \forall p \in P \quad (7)$$

$$\sum_{p \geq 1} \left(\sum_{m \in M} x_{mpd} + \sum_{f \in F} w_{fpd} \right) \leq C_d \quad \forall d \in D \quad (8)$$

Les groupes de donneurs n'étant pas associés à un centre en particulier, on fait une somme totale.

- Chaque période, on ne peut pas collecter dans un centre plus que sa capacité maximale de collecte.

$$x_{cp} \leq C_c \quad \forall c \in C, p \in P \quad (9)$$

$$\sum_{d \in D} x_{mpd} \leq C_m \quad \forall m \in M, p \geq 1 \quad (10)$$

$$\sum_{d \in D} w_{fpd} \leq C_f \quad \forall f \in F, p \geq 1 \quad (11)$$

- Chaque période, les centres ne peuvent pas transférer aux hôpitaux plus de sang qu'il n'en ont collecté

$$\sum_{h \in H} y_{chp} \leq x_{cp} \quad \forall c \in C, p \in P \quad (12)$$

$$\sum_{h \in H} y_{mhp} \leq \sum_{d \in D} x_{mpd} \quad \forall m \in M, p \geq 1 \quad (13)$$

$$\sum_{h \in H} z_{fhp} \leq \sum_{d \in D} w_{fpd} \quad \forall f \in F, p \geq 1 \quad (14)$$

Stockage du sang

- Lors de la phase de décision, le stock des hôpitaux est connu, il faut le fixer à notre variable "stock" :

$$S_{h0} = S0_h \quad \forall h \in H \quad (15)$$

- Mise à jour du stock des hôpitaux à chaque période

$$S_{hp} = \max(0, S_{hp-1} + \sum_{c \in C} y_{chp} - N_{hp}) \quad \forall h \in H, p \in P \quad (16)$$

On réécrit cette contrainte sous la forme de plusieurs : (est ce qu'il faut tout mettre sous forme d'inégalités \leq ?)

$$S_{hp} \geq 0 \quad \forall h \in H \quad (16)$$

$$S_{hp} \geq S_{hp-1} + \sum_{c \in C} y_{chp} - N_{hp} \quad \forall h \in H, p \in P \quad (16)$$

$$S_{hp} \leq 0 \text{ ou } S_{hp} \leq S_{hp-1} + \sum_{c \in C} y_{chp} - N_{hp} \quad \forall h \in H, p \in P \quad (16)$$

- Chaque période, les hôpitaux ne peuvent pas stocker plus que leur capacité de stockage limite. On estime que tout le sang transféré à un hôpital est utilisé sans perte.

$$S_{hp} \leq C_h \quad \forall h \in H \quad (17)$$

3 Par la suite

Maintenant que nous avons modélisé le problème, voici quelles seront les prochaines étapes de notre étude :

1. Coder ce programme linéaire et un checker en python
2. Tests sur des petites instances, afin d'observer le comportement du modèle, et voir si les solutions données sont acceptables, ou si une erreur a été commise. Nous utiliserons plusieurs solveurs à disposition, afin de comparer quant à l'efficacité par rapport à notre problème
3. Nous doutons que le modèle passera à l'échelle alors, création d'heuristiques. Nous les validerons grâce au PLNE sur les petites instances.
4. Etape de "coquille vide" pour faire le checker d'instances, afin de vérifier la cohérence et la pertinence des instances d'entrées
5. Experimentations : Nous ferons tourner tous les modèles sur les grandes instances vérifiées
6. Analyse des résultats
7. Si nous avons le temps : nous essaierons de supprimer une hypothèse

4 Références

- M. Abolghasemi, H. and Radfar, M. and Tabatabaee, M. and Hosseini-Divkolayee, N. and Burkle, F. Revisiting Blood Transfusion Preparedness : Experience from the Bam Earthquake Response. *Prehospital and Disaster Medicine*, 23(5) :391-394, 2008.
-