

Correspondance volume-bord, cas d'une interface graduée

Afin de décrire l'interface entre un isolant topologique et un isolant trivial, nous nous servons du modèle d'un fermion de Dirac massif. Nous avons vu que, dans une structure de bande, il y en a toujours (au moins) deux fermions de Dirac. Ici, on considère le modèle de Haldane, où un fermion de Dirac reste pur spectateur de la transition alors que l'autre est décrit par un paramètre de gap qui change de signe à travers l'interface (de largeur ℓ), $\Delta \rightarrow \Delta(x/\ell)$. Afin de faciliter la discussion, nous nous restreignons à une transition topologique d'isolants 2D.

1. Écrire le hamiltonien du fermion de Dirac dont la masse (ou plus précisément le paramètre de gap) change de signe. Que peut-on dire sur les nombres quantiques. Quelle est la dimension effective des états d'interface ?
2. On applique la transformation unitaire $U = \exp(i\pi\sigma_x/4)$ au hamiltonien, i.e. $H' = UHU^{-1}$. Quel est son effet ? Écrire le hamiltonien transformé.
3. Au lieu de résoudre ce hamiltonien pour une fonction typique $\Delta(x/\ell) = \Delta_0 \tanh(x/\ell)$,¹ on linéarise la fonction $\Delta(x/\ell) \simeq \Delta_0 x/\ell$ [Tchoumakov *et al.*, Phys. Rev. B **96**, 201302 (2017)]. À quoi ressemble maintenant le hamiltonien ?
4. Diagonaliser le hamiltonien. Quelles sont les longueurs caractéristiques ? Interpréter et donner une condition pour le régime de validité de l'approximation linéaire de la fonction de gap.
5. Discuter le spectre. En termes d'énergie, combien d'états d'interface sont visibles ? Comparer avec la condition obtenue en termes de longueurs caractéristiques.
6. Discuter la limite $\ell/\lambda_C \rightarrow 0$. Quel état survit dans cette limite ? Faire une comparaison avec l'effet Hall quantique à un facteur de remplissage $\nu = 1$.
7. Discuter comment l'image change lorsqu'on considère un isolant topologique respectant la symétrie par renversement du temps (modèle de Kane et Mele). Que peut-on dire sur les états à l'interface dans la limite $\ell/\lambda_C \rightarrow 0$?

1. Cette formule d'interpolation a été utilisée dans la solution de l'équation de Dirac dans un contexte supersymétrique et permet une solution analytique [Volkov et Pankratov, JETP Lett. **42**, 4 (1985)], mais trop compliquée pour la proposer en PC.

Transport électronique dans les systèmes à effet Hall quantique, en comparaison avec l'effet Hall quantique anormal et l'effet Hall quantique de spin

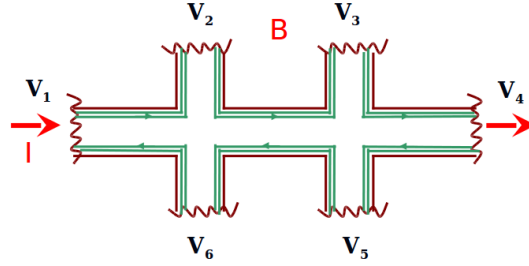


FIGURE 1 – Système à effet Hall quantique avec six terminaux.

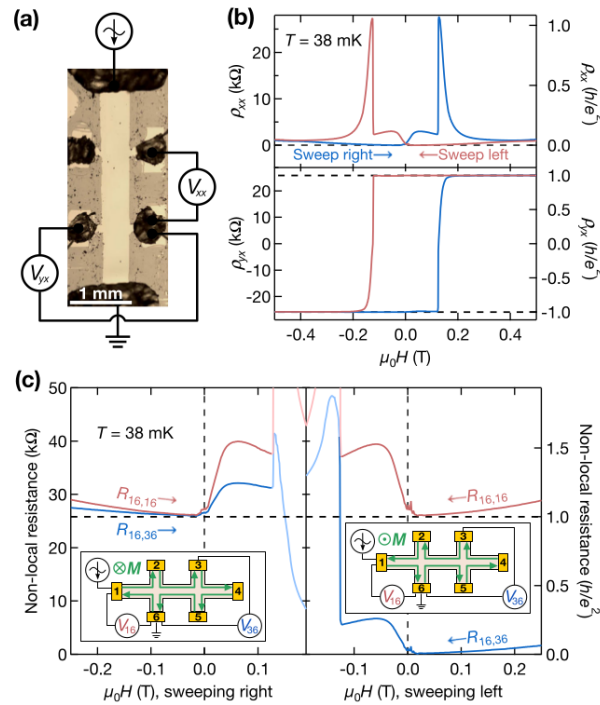


FIGURE 2 – Mesures de l'effet Hall quantique anormal dans un isolant topologique 2D à base de $(\text{Cr}_{0.12}\text{Bi}_{0.26}\text{Sb}_{0.62})\text{Te}_3$. Reprise de Bestwick *et al.*, Phys. Rev. Lett. **114**, 187201 (2015).

Nous nous servons désormais de l'image obtenue pour les états d'interface (dans la limite d'une interface abrupte) pour discuter des expériences de transport mésoscopique quantique, en comparaison avec l'effet Hall quantique.

1. À l'aide du formalisme de Landauer-Büttiker, rappeler le calcul de la résistance à deux terminaux $R_{14,14}$ ainsi que des résistances $R_{14,23}$ et $R_{14,35}$ pour un système à effet Hall quantique, à un facteur de remplissage $\nu = M$ (voir la figure 1).
2. La figure 2 montre des mesures de transport sur le système à effet Hall quantique anormal, constitué d'une couche de $(\text{Cr}_{0.12}\text{Bi}_{0.26}\text{Sb}_{0.62})\text{Te}_3$ d'une épaisseur de 10 nm sur un substrat de GaAs. Il s'agit d'un film ferromagnétique où même en l'absence d'un champ magnétique, les spins sont orientés afin de donner une aimantation nette qui brise la symétrie par reversement du temps. L'orientation de l'aimantation dépend de l'histoire

du matériau, i.e. s'il a été soumis à un champ magnétique pointant vers le haut ou vers le bas auparavant ("sweep"). Interpréter les résultats expérimentaux, à l'aide du formalisme de Landauer-Büttiker, pour les deux orientations de l'aimantation qui imposent la chiralité aux états de bord.

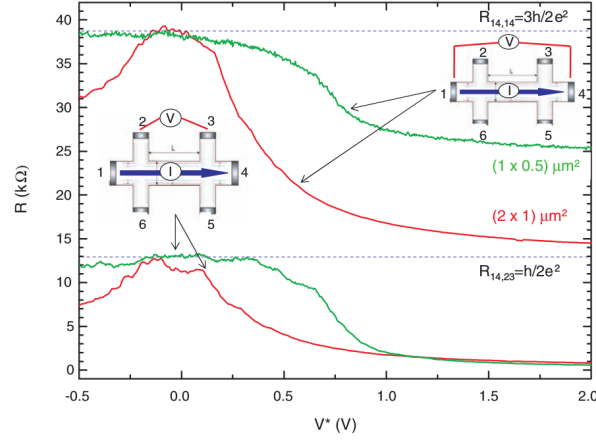


FIGURE 3 – Mesures de l'effet Hall quantique de spin dans une configuration à six terminaux, dans un puits quantique HgTe/CdTe. Les résistances sont tracées en fonction d'une tension de grille V^* qui sert à contrebalancer un éventuel dopage accidentel. Reprise de Roth *et al.*, Science **325**, 325 (2009).

3. La figure 3 montre une expérience de Roth *et al.* de 2009. À l'aide du formalisme de Landauer-Büttiker, expliquer les résultats pour la résistance mesurée à $V^* = 0$ pour une paire d'états de bord hélicaux.

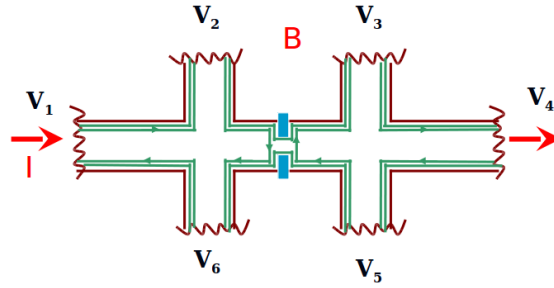


FIGURE 4 – Système à effet Hall quantique avec six terminaux avec une constriction laissant passer N canaux, et réfléchissant $M - N$.

4. **Retour à l'effet Hall quantique (éventuellement pour la maison).** On considère une barre de Hall à six terminaux, où l'on a rajouté une constriction au milieu. Cette constriction peut laisser passer N canaux alors que $M - N$ canaux sont réfléchis. Calculer les résistances $R_{2t} = R_{14,14}$, $R_{4t} = R_{14,23}$ et $R_H = R_{14,26}$.