

## 1º Exercício – Programa de PMR-3401

Data de entrega: 17/05/21\_\_ (até as 23:59 hs)

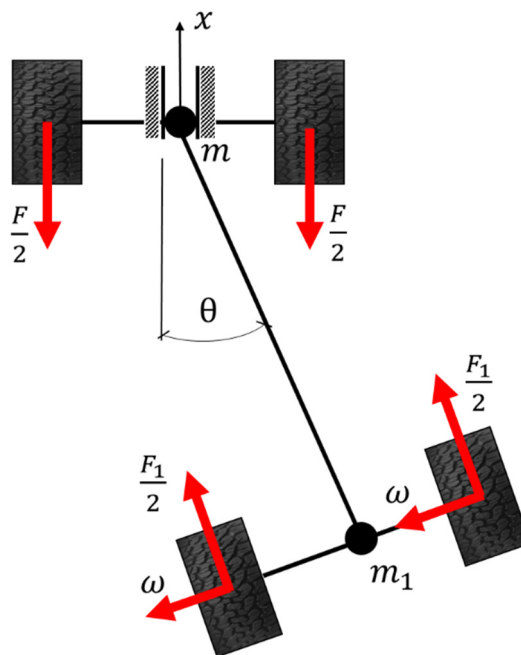
### Método de Runge-Kutta

Um motorista de um carro esportivo perdeu o controle de seu veículo ao arrancar. Casos como esse ocorrem com frequência e nem sempre se pode culpar somente o motorista. A distribuição de massa e o tipo de tração do veículo influenciam em sua estabilidade. Por isso, as companhias de seguro realizam um estudo desse problema e isso é a motivação desse exercício.



Alguns vídeos que evidenciam o fenômeno podem ser vistos no moodle.

Com o intuito de estudar estes casos, será realizada a seguinte modelagem com um carro de tração traseira:



Por meio da mecânica lagrangiana e considerando o efeito giroscópico das rodas chegam-se as seguintes equações para carros com **tração traseira** (ver figura):

$$m_{total} \ddot{x} + m_1 L (\dot{\theta}^2 \cos \theta + \ddot{\theta} \sin \theta) = -F + F_1 \cos(\theta) \quad (1)$$

$$m_1 \ddot{x} L \sin(\theta) + m_1 \ddot{\theta} L^2 + 2 I \omega \dot{\theta} = 0 \quad (2)$$

Considere:

$$m_{total} = 1939 \text{ (kg)}; L = 2,95 \text{ (m)}; I = 1 \text{ (kg m}^2\text{)}; \omega = 10 \text{ rad/s}$$

$$\mu = 0,42 ; \beta = 0,02$$

$$F = \beta m g ; F_1 = \mu m_1 g$$

1) Considerando as constantes dadas, resolva as equações para  $0 < t < 20$ s, com as condições iniciais  $\dot{\theta} = 0 \text{ rad/s}$ ,  $\theta = 10^\circ$ ,  $x = 0 \text{ m}$ ,  $\dot{x} = 0 \text{ m/s}$ , para  $m = 0,6 m_{total}$  (motor dianteiro) e  $m_1 = 0,4 m_{total}$

utilizando:

- a) Método de Euler .
- b) Método de Runge-Kutta de 2ª ordem (Euler modificado) (RK2)
- c) Método de Runge-Kutta de 4ª ordem (RK4)

Para os três métodos verifique a influência do passo " $\Delta t$ " sobre a solução (ou seja, resolva considerando **três** diferentes valores de " $\Delta t$ "). Para cada item e valor de " $\Delta t$ " plote  $\theta, \dot{\theta}$  **num mesmo gráfico** e  $\dot{x}, \ddot{x}$  **num mesmo gráfico** – pra isso utilize escalas diferentes na plotagem de  $\theta, \dot{\theta}, \dot{x}$  e  $\ddot{x}$ , ou seja, p.ex.  $\theta \cdot 10^p, \dot{\theta} \cdot 10^q, \dot{x} \cdot 10^r$  e  $\ddot{x} \cdot 10^s$ . Encontre valores apropriados de  $p, q, r$ , e  $s$  de forma que todos os gráficos apareçam na plotagem.

2) O comportamento de veículos **com tração dianteira** é modelado substituindo na equação (1)

$$F = -\mu m g ; F_1 = -\beta m_1 g$$

e o comportamento de veículos com **com tração nas quatro rodas** é modelado substituindo na equação (1):

$$F = -\mu m g ; F_1 = \mu m_1 g$$

Baseado nisso, resolva os cinco casos apresentados na tabela abaixo utilizando **apenas o método RK4** e para um **único valor de passo** (escolha o mais apropriado). Considere as mesmas propriedades, condições iniciais e o mesmo intervalo de tempo ( $0 < t < 20$ ) utilizados no problema anterior. Para cada caso, plote  $\theta, \dot{\theta}$  **num mesmo gráfico** e  $\dot{x}, \ddot{x}$  **num mesmo gráfico** – pra isso utilize escalas diferentes na plotagem de  $\theta, \dot{\theta}, \dot{x}$  e  $\ddot{x}$ , ou seja, p.ex  $\theta \cdot 10^p, \dot{\theta} \cdot 10^q, \dot{x} \cdot 10^r$  e  $\ddot{x} \cdot 10^s$ . Encontre valores apropriados de  $p, q, r$ , e  $s$  de forma que todos os gráficos apareçam na plotagem.

Caso	Motor	Tração	$m$	$m_1$	Exemplo
1	Dianteiro	Traseira	$0,8 m_{total}$	$0,2 m_{total}$	
2	Dianteiro	Dianteira	$0,8 m_{total}$	$0,2 m_{total}$	
3	Traseiro	Dianteira	$0,2 m_{total}$	$0,8 m_{total}$	
4	Traseiro	Traseira	$0,2 m_{total}$	$0,8 m_{total}$	
5	Traseiro	4 rodas	$0,2 m_{total}$	$0,8 m_{total}$	
	Dianteiro		$0,8 m_{total}$	$0,2 m_{total}$	

**Discutir brevemente a estabilidade aceleração alcançada em cada caso baseado nos resultados obtidos.**

## APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

Os trabalhos podem ser feitos em grupos de dois alunos. Os resultados devem ser apresentados da seguinte forma:

- a) Inicialmente apresente todos os equacionamentos analíticos e numéricos do problema a serem implementados no Python, SCILAB ou MATLAB;
- b) Deve-se obrigatoriamente implementar o programa de forma a definir um módulo geral com o algoritmo de Runge-Kutta (conforme o caso) que integre qualquer sistema de equações de primeira ordem (sem limitações). A representação de um sistema particular de equações a ser resolvido no programa deve ser feita através da implementação de uma função ("function") no Python, SCILAB ou MATLAB. O algoritmo de Runge-Kutta deve ser implementado e NÃO será aceita a utilização de comandos prontos do Python, SCILAB ou MATLAB para a solução das E.D.Os ou integração numérica;
- c) Use os comandos do Python, SCILAB ou MATLAB para as plotagens (coloque título, legendas e unidades nos gráficos). Os gráficos devem ser legíveis e de fácil leitura);
- d) NÃO use os comandos de **manipulação simbólica** do Python, SCILAB ou MATLAB.
- e) Entregue as listagens dos arquivos \*.py, \*.sci ou \*.m) os **quais devem estar decentemente comentados**;
- f) O relatório (pdf) **contendo** a listagem do algoritmo (pdf) deve ser entregue na forma digital no moodle. O relatório deve ser organizado em seções, os resultados devem ser discutidos e apresentados na sequência descrita neste EP, e no final do relatório deve incluir uma conclusão;
- g) Qualquer discussão ou comparação deve ser acompanhada de gráficos e/ou outras indicações que o levaram às conclusões.