3º Exercício Programa de PMR 3401
Data de entrega: 19/07/2021 (até as 23h59)
Método de Elementos Finitos (MEF)

1) No projeto de grandes estruturas os engenheiros têm dois principais objetivos: garantir a resistência mecânica da estrutura aos carregamentos e evitar que as frequências naturais da mesma coincidam com as condições de operação. O link a seguir conduz a um vídeo que relata um problema ocorrido com uma ponte no Reino Unido, chamada Millennium Bridge. Sua frequência de ressonância era bastante próxima à da caminhada humana, entre 1 e 2 Hz, em consequência teve que ser fechada para corrigir o problema. Com isto, a motivação deste exercício é estudar a estabilidade de estruturas mediante o MEF.

https://www.youtube.com/watch?v=t- VPRCtiUg&t=120s

Considere o esquema da estrutura Skyglass Canela localizada no Rio Grande do Sul. Esta consta de uma torre (em vermelho), uma plataforma (em azul) e três cabos (em verde). A área transversal da torre e da plataforma, e o diâmetro dos cabos, encontram-se indicados na Figura; com eles calcule os momentos de inércia. Use elementos tipo viga para modelar a torre e a plataforma, e elementos tipo treliça para modelar os cabos. O vínculo da torre é um engaste e o da passarela é um apoio fixo.

As cargas q_1 e q_2 representam o peso de dois grupos de pessoas distribuído uniformemente ao longo de 9 metros. Sendo N_1 o número de pessoas no Grupo 1, e N_2 o número de pessoas no Grupo 2, as cargas distribuídas podem ser expressas como:

$q_1 = N_1 * 80 * 9{,}8/9$
$q_2 = N_2 * 80 * 9{,}8/9$

sendo 80 Kg a massa média de uma pessoa.

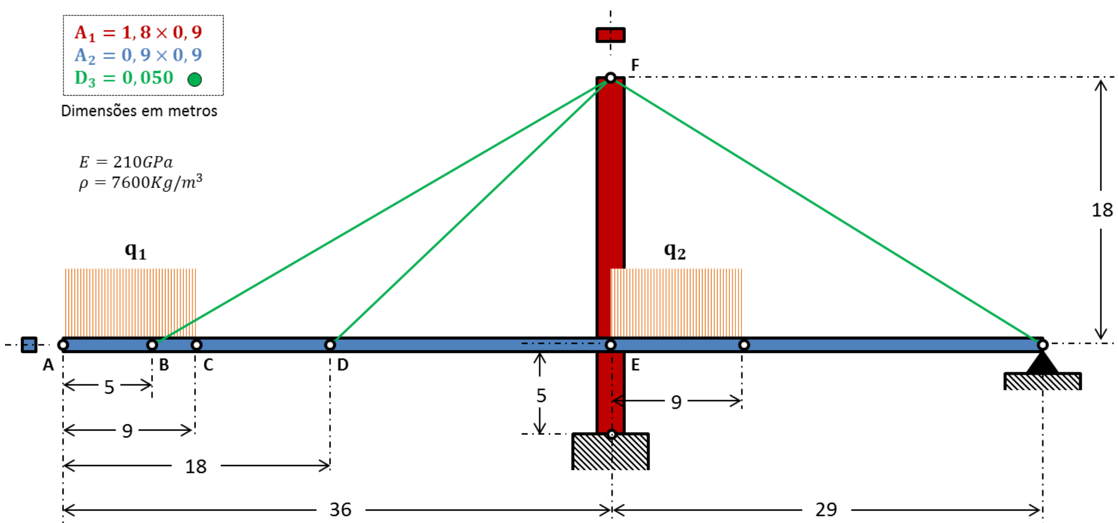


Figura 1. Esquema da estrutura Skyglass Canela

a) Utilizando o software MATLAB, Python ou SCILAB:

i. Desenvolva um programa específico de MEF para obter as primeiras seis frequências naturais da estrutura e seus respectivos modos de vibrar. Liste as frequências em Hertz, usando os seguintes comprimentos para os elementos $\Delta x = 1; 2;$ e 3 m. Plote os modos de vibrar **só** para o menor Δx. Se em alguma parte da estrutura não encaixa um elemento, use **um** elemento de menor tamanho.

ii. Mediante uma análise transiente, simule o tráfego de pessoas do Grupo 2 para o Grupo 1, se deslocando pela passarela do ponto E ao ponto C. Faça a análise para as velocidades de avanço (v_a): 0,5; 1; e 2 m/s, considerando que no tempo zero haja 20 pessoas em cada grupo ($N_1 = N_2 = 20$). Suponha que as pessoas avançam de 1 em 1, separadas entre si por 1 metro. Para facilitar a modelagem, use a discretização $\Delta x = 1$ m, e assim considere que as pessoas pisam apenas nos nós. A carga vertical (V_i) que atua em um ponto da passarela (entre C e E) pode ser modelada como uma variação senoidal entre 0 e 80 Kgf (enquanto as pessoas passam). Os parâmetros $q_1(N_1)$, $q_2(N_2)$ e V_i variam no tempo segundo as expressões:

$$N_1 = \begin{cases} 20 & ; \quad t \le 27/v_a \\ v_a t - 7 & ; \quad 27/v_a < t \le 47/v_a \\ 40 & ; \quad t > 47/v_a \end{cases}$$

$$N_2 = \begin{cases} 20 - v_a t & ; \quad t \le 20/v_a \\ 0 & ; \quad t > 20/v_a \end{cases}$$

$$V_i = \begin{cases} 0 & ; \quad t \le [x(E) - x(i)]/v_a \\ 80 * 9{,}8 * [1 - \cos(2\pi v_a t)]/2 & ; \quad [x(E) - x(i)]/v_a < t \le [x(E) + 20 - x(i)]/v_a \\ 0 & ; \quad t > [x(E) + 20 - x(i)]/v_a \end{cases}$$

sendo $x(i)$ a coordenada x do nó i (entre C e E); e $x(E)$ a coordenada x do ponto E.

Para a velocidade de avanço $v_a = 1$ m/s, plote (no mesmo gráfico) o deslocamento vertical do ponto A em função do tempo, para os valores de $\Delta t = 0{,}1;\ 0{,}01; 0{,}005$ s.

Para cada velocidade de avanço, usando $\Delta t = 0{,}01$ s, plote (no mesmo gráfico) o deslocamento vertical dos pontos A, B e C, e o deslocamento horizontal do ponto F.

Faça estas plotagens no intervalo temporal de 0 a $T_f = 55/v_a$.

Utilize o método direto Newmark β para realizar a análise transiente e use os coeficientes de amortecimento do modelo de Rayleigh: $\alpha = 0{,}1217$ e $\beta = 0{,}0087$; ($[C] = \alpha[M] + \beta[K]$).

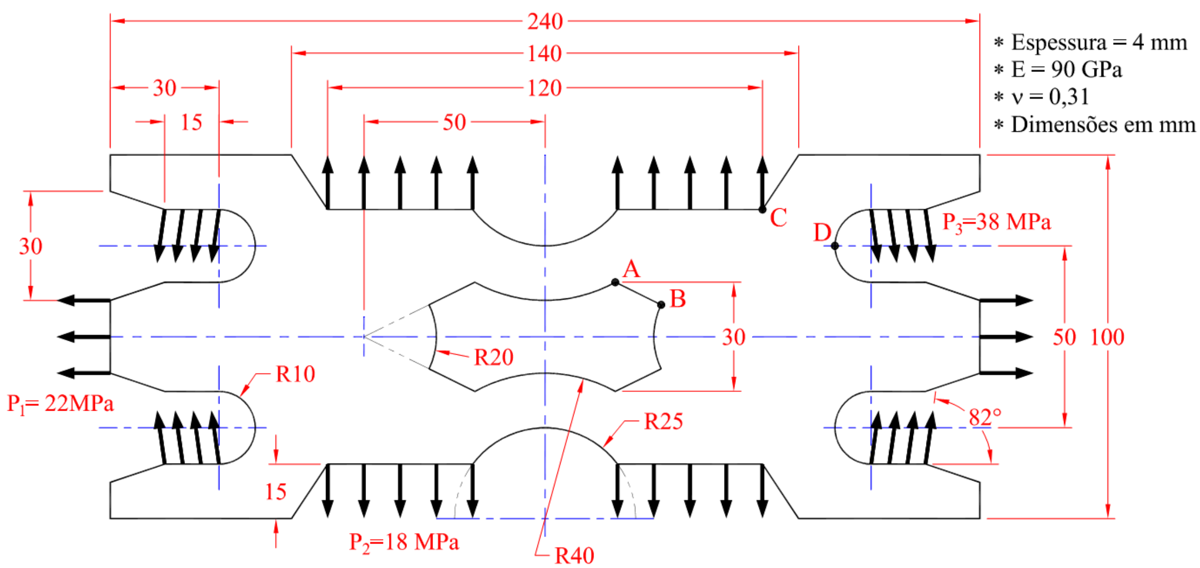
iii. Obtenha o diagrama de resposta em frequência da norma do deslocamento ($\|U\|$ vs f) para os mesmos pontos solicitados no item anterior (A, B, C e F). Plote as curvas no mesmo gráfico e verifique que sejam observados os picos de ressonância correspondentes às primeiras três frequências obtidas em (**i.**) (sem amortecimento). Considere, neste caso, apenas carregamentos nodais entre os pontos C e E da estrutura, do tipo $V_i = 80 * 9{,}8 * e^{j\omega t}$. Use uma discretização adequada para a frequência (Δf). Se necessário, refine o passo Δf próximo aos valores de ressonância.

b) Utilizando o software Ansys (ou similar):

i. Resolva os itens (**a.i**), (**a.ii**) e (**a.iii**). Para a representação dos modos de vibrar, evite os gráficos de fundo preto, e, para a análise harmônica, resolva sem amortecimento.

ii. Compare os resultados do Ansys (ou similar) com os do seu programa, plotando no mesmo gráfico: o deslocamento vertical dos pontos A, B e C, e o deslocamento horizontal do ponto F em função do tempo para cada velocidade de avanço, usando $\Delta t = 0{,}01$ s. (**a.ii**); e o diagrama de resposta em frequência (**a.iii**).

2) Considere a peça **simétrica** da figura abaixo.



Resolva o problema usando o programa Ansys (ou similar) considerando estado plano de tensões ("plane stress"):

a) Plote a estrutura deformada e identifique o máximo valor de deslocamento e onde ocorre.

b) Plote as tensões mecânicas de von Mises na estrutura e obtenha os valores de tensão nos pontos A, B, C, e D. Verifique a influência da discretização da malha nos resultados, escolha uma discretização inicial Δx_1 e logo refine-a da forma $\Delta x_2 = \Delta x_1/2$.

c) Identifique o máximo valor de tensão de von Mises e onde ocorre, bem como os demais pontos onde ocorrem concentração de tensões na estrutura.

Dica: O carregamento distribuído inclinado pode ser visto como uma decomposição de forças distribuídas verticais e horizontais.

OPTATIVO

Esse exercício (EX) é optativo e entrará no cálculo da média final da seguinte forma: MF=0,8M+0,2EX, onde M é a média calculada como descrito no programa do curso e EX a nota desse exercício. A nota desse exercício somente será levada em conta caso aumente a média M (independentemente de seu valor).

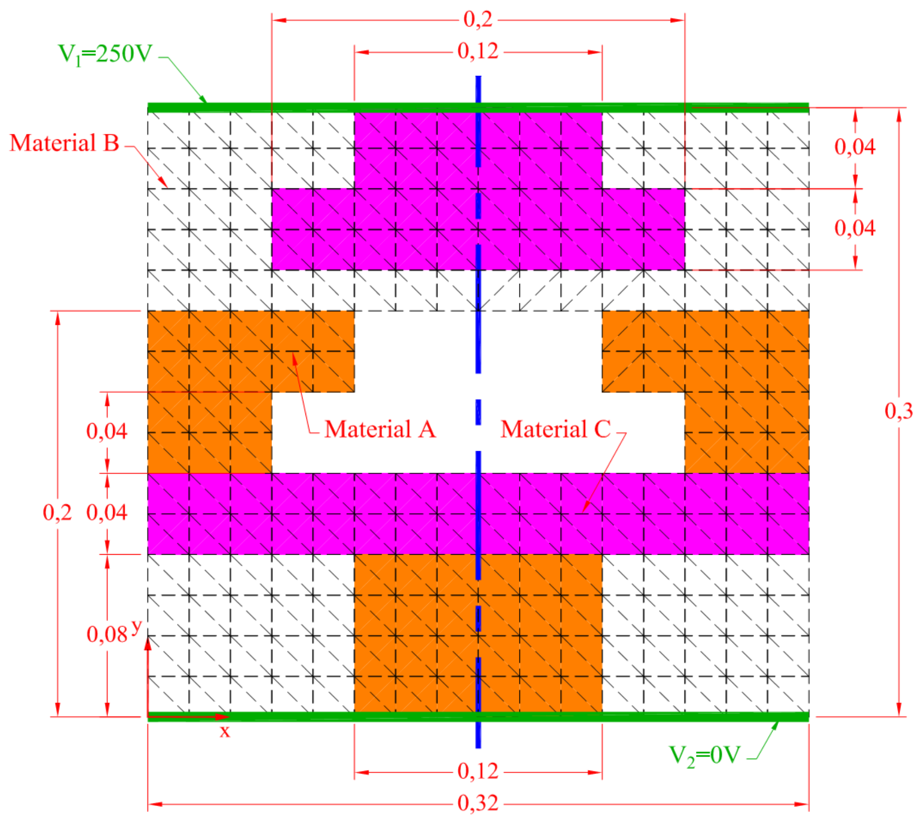
Método de Elementos Finitos (MEF)

1) Em regime estacionário, o fenômeno de condução elétrica em duas dimensões e em meios contínuos (Modelo de correntes estacionárias) é regido pela equação de Laplace:

$$-\sigma\left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}\right)=0 \tag{1}$$

sendo V(x,y) o potencial elétrico, que é dado em volts, e σ a condutividade elétrica do material. A densidade de corrente elétrica $\vec{J}$ (x,y) (em A/m²) que flui no meio é calculada por:

$$\vec{\mathbf{J}}=-\sigma\,\nabla V=-\sigma grad(V)=-\sigma\left(\frac{\partial V}{\partial x},\frac{\partial V}{\partial y}\right) \tag{2}$$



Considere a barra prismática constituída por três materiais A, B e C descrita na figura acima, com dimensões indicadas na figura em metros e profundidade igual a *0,4 m*. A condutividade elétrica do material A é σ_A= *5,9x10⁷ S/m*, do material B σ_B = *6,3x10⁷ S/m* e do material C σ_C = *4,6x10⁷ S/m*. O bloco é submetido a uma diferença de potencial elétrico igual a *250 V* que faz com que circule uma corrente elétrica por ele. O problema está sujeito às seguintes condições de contorno:

a) nos pontos em *y = 0 m* o potencial elétrico *V* vale *V1 = 0 V*;
b) nos pontos em *y = 0,3 m* o potencial elétrico *V* vale *V2 = 250 V*;
c) Nas demais fronteiras $\frac{\partial V}{\partial n} = 0$

Considere as constantes dadas e resolva a equação (1) no domínio da figura utilizando o método de elementos finitos (MEF) com malha triangular (*Δx = Δy*) do tipo sugerido na figura (triângulo retângulo), mas a malha pode ser mais refinada:

a) Implemente um programa em MATLAB, Python ou SCILAB que resolve a equação de Laplace (1);
b) Resolva o problema aproveitando a simetria do sistema e determine as condições de contorno quando aplicada;
c) Plote a **distribuição de *V(x,y)* no bloco**. Verifique a influência da discretização sobre a solução (explique a discretização utilizada);
d) Plote o **vetor densidade de corrente elétrica** $\vec{J}$ *(x,y)* (use o **comando apropriado** no MATLAB, Python ou SCILAB);
e) Calcular a resistência elétrica *R* do bloco acima, sabendo que: $R = \frac{\Delta V}{I_m}$ onde I_m é a corrente elétrica média dada por $I_m = \int \vec{J}.\vec{n} dS$ e $\vec{J}.\vec{n}$ é a componente de $\vec{J}$ na direção do vetor normal a superfície, e S é a área da superfície. Se escolhida a superfície *y=0,3* tem-se: $I_m = \int \vec{J} \cdot \vec{n}\, dS = 0{,}4 \int_0^{0{,}16} J_n\big|_{y=0{,}3}\, dx$ uma vez que *dS = 0,4dx*. Se escolhida a superfície *y=0* tem-se: $I_m = \int \vec{J} \cdot \vec{n}\, dS = 0{,}4 \int_0^{0{,}16} J_n\big|_{y=0}\, dx$ uma vez que *dS = 0,4dx* (O limite superior nas integrais é definido conforme a simetria). A integral deve ser resolvida usando **um dos métodos de integração estudados no curso** (trapézio, Simpson, etc.). Note que pela equação da continuidade: $\int_0^{0{,}16} J_n\big|_{y=0{,}3}\, dx - \int_0^{0{,}16} J_n\big|_{y=0}\, dx = 0$.

APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS

Os resultados devem ser apresentados da seguinte forma:

a) Inicialmente, apresente todos os equacionamentos analíticos e numéricos do problema a implementar no MATLAB, Python ou SCILAB.
b) NÃO será aceita a utilização de comandos prontos da plataforma de programação que escolha para realizar seus códigos, por exemplo, para a solução de equações diferencias, ou para o cálculo de integrais e derivadas.
c) Use os comandos do MATLAB, Python ou SCILAB para as plotagens (coloque títulos, legendas e unidades nos gráficos). Os gráficos devem ser legíveis e de fácil leitura. NÃO será aceita a simples apresentação de tabelas ou a listagem dos valores de funções em nós da malha.
d) Sistemas matriciais podem ser resolvidos usando-se um comando do MATLAB, Python ou SCILAB do tipo $x=A^{-1}*b$. No entanto, caso o tamanho da matriz seja maior do que o máximo permitido pela plataforma de programação, use um método iterativo como *Gauss-Seidel* ou *Sobre-relaxação*.
e) NÃO use os comandos de **manipulação simbólica** do MATLAB, Python ou SCILAB.
f) NÃO use o módulo Workbench do Ansys.
g) Entregue os arquivos *.m, *.py ou *.sci, **os quais devem estar decentemente comentados**.
h) O relatório (pdf) **contendo** a listagem do algoritmo (pdf) deve ser entregue na forma digital no Moodle. O relatório deve ser organizado em seções, os resultados devem ser discutidos e apresentados na sequência descrita neste EP, e no final do relatório deve incluir uma seção de conclusões.
i) Qualquer discussão ou comparação deve ser acompanhada de gráficos e/ou outras indicações que o levou às conclusões.
j) Para cada dia de atraso serão descontados 2,0 pontos na nota do EP.