ceń liniowych następującymi wzorami:

$1°(AB)^* = B^*A^*$,
$2°(A*)^* = A$,
$3°(A+B)^* = B^* + A^*$,
$4°(\lambda B)^* = B^*A^*$,
$5°E^* = E$,
Dowiedziemy dla przykładu pierwszych dwóch z tych własności.
1° Z jednej strony mamy

$$(ABx, y) = (Bx, A^*y) = (x, B^*A),$$

a z drugiej strony zgodnie z określeniem $(AB)^*$

$$(ABx, y) = (x, (AB)^*y).$$

Porównując lewe strony tych dwóch równości i pamiętając, że przekształcenie liniowe jest wyznaczone jednoznacznie przez odpowiednią formę dwuliniową, otrzymujemy

$$(AB)^* = B^*A^8).$$

2° Zgodnie z określeniem a^* mamy

$$(Ax, y) = (x, A^*y).$$

Oznaczamy chwilowo $A*$ przez C. Wówczas

$$(Ax, y) = (x, Cy),$$

skąd

$$(y, Ax) = (Cy, x).$$

Zastępując y przez x, a x przez y i zamieniając miejscami strony tej równości otrzymamy

$$(Cx, y) = (x, Ay).$$

Równość ta oznacza, że $C^* = A$, a ponieważ $C = A^*$,więc

$$(A^*)^* = A.$$

Ćwiczenia.1. Dowieść w podobny sposób równości 3° - 5°. **2.** Dowieść równości 1° - 5°., korzystając z tego że macierz przekształcenia A^* otrzymuje się z macierzy przekształcenia A w bazie ortogonalnej przez transportowanie i zastąpienie wszystkich elementów liczbami zespolonymi sprzężonymi.

3. Przekształcenia liniowe samosprzężone, unitarne i normalne. Operacja * jest w pewnej mierze analogiczna do operacji przejścia od danej liczby zespolonej α do liczby zespolonej sprzężonej sprzężonej α. Analogia ta nie jest przypadkowa. Rzeczywiście dla macierzy pierwszego stopnia nad ciałem zespolonym. tj. dla liczb zespolonych, operacja * polega właśnie na zastąpieniu danej liczby liczbą zespoloną sprzężoną.