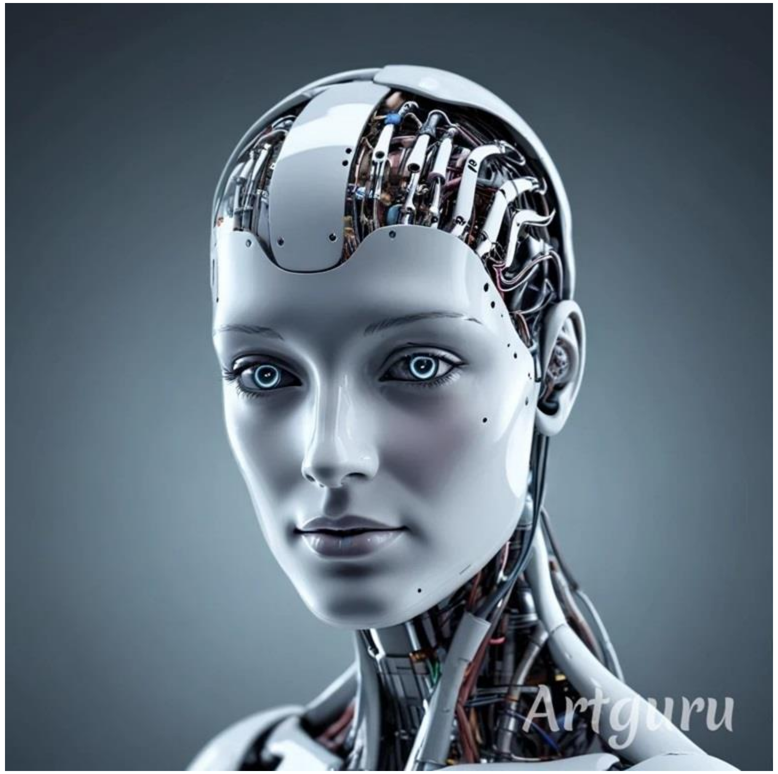
Intelligence Artificielle
et
Analyse de données

Lyon 1

Johan Peralez

Plan du cours :

1. Définir l'Intelligence Artificielle (IA)



- L’IA est une notion floue et qui évolue rapidement ⇒ sa définition dépend:
  - du domaine (traitement d’image, contrôle, etc.)

    e.g. distinguer des visages vs faire marcher un robot
  - de l’époque (depuis le milieu du XXe siècle)

    e.g. Deep Blue vs Alpha Go

- Exemples:
  - « L'**automatisation** d'activités que nous **associons à la pensée humaine**, comme la prise de décision, la résolution de problème ou l'apprentissage. » (BELLMAN 1978)

    subjectif (nous ?)
  - « L'étude de comment **programmer les ordinateurs** pour qu'ils réalisent des tâches pour lesquelles les êtres humains sont **actuellement meilleurs**. » (RICH & KNIGHT 1991)

    paradoxal (jeu d’échec vs football ?)
  - « Ensemble de **théories et de techniques** mises en œuvre en vue de réaliser des machines capables de **simuler l'intelligence humaine**. » (Larousse 2024)

    vague (définir intelligence ?)

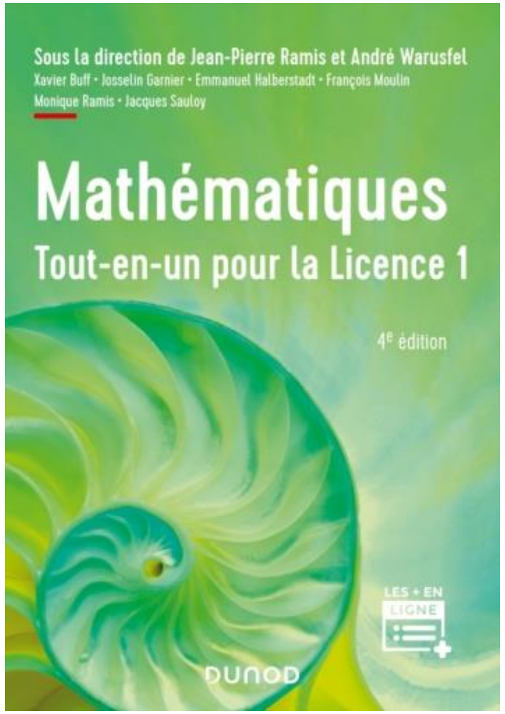
- Difficulté à définir l’IA = difficulté à définir l’Intelligence.

  Selon [Larousse 2024], l’intelligence =

  1. « Ensemble des fonctions mentales ayant pour objet la connaissance conceptuelle et rationnelle »
  2. « Aptitude d'un être humain à s'adapter à une situation, à choisir des moyens d'action en fonction des circonstances »

- Approche ‘’pragmatique’’:
  - IA = ensemble des méthodes qui sont habituellement classées dans l’IA par les gens de son domaine.
  - En traitement de l’image : réseaux de neurones (NNs) convolutifs (CNNs), algorithmes de segmentation, etc.
  - En contrôle : NNs récurrents (RNNs), algorithmes d’apprentissage par renforcement (RL), etc.

2. Prérequis (programmation-mathématiques)



- L’IA et l’analyse de données nécessitent des compétences :
  - en **programmation**

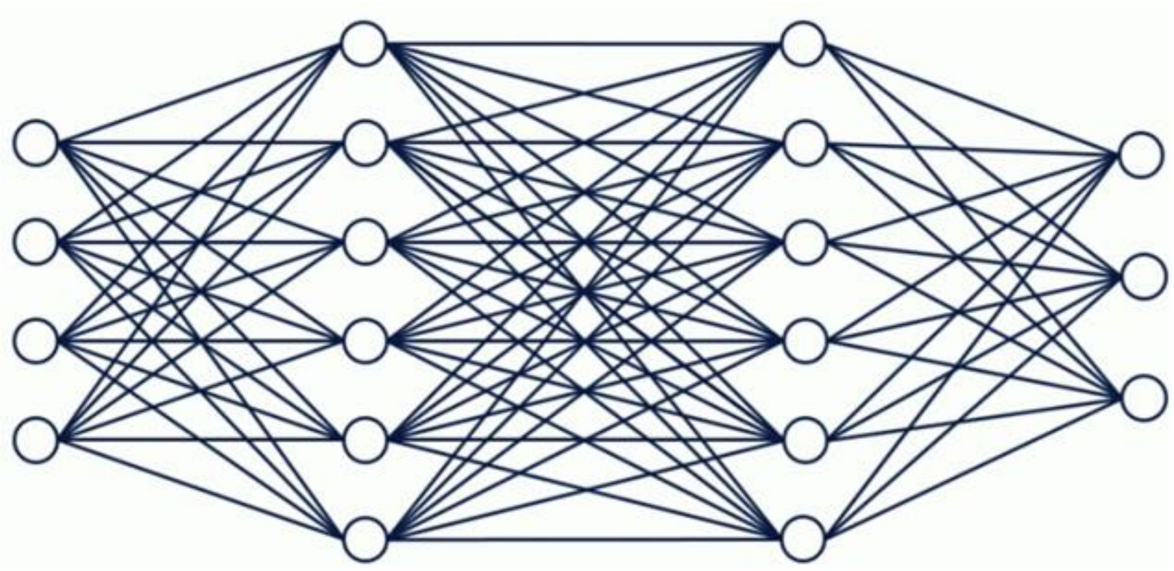
    Python (langage le + utilisé en IA)
  - en **mathématiques**

    Algèbre linéaire, calcul différentiel, probabilités, statistiques

- Ressources **Python** en ligne:
  - Cours et exos de base :
    - https://www.learnpython.org/
    - https://www.france-ioi.org/algo/chapters.php
  - Cours sur la Librairie NumPy :
    - https://courspython.com/apprendre-numpy.html
  - Programmer en ligne :
    - https://www.programiz.com/python-programming/online-compiler/
    - https://colab.research.google.com/

3. Introduction aux réseaux de neurones

3.1. Problèmes de régression
3.2. Descente de gradient, dérivation automatique
3.3. Un réseau de neurones simple (MLP)



3.1 Problèmes de régression

<u>Formulation</u> : **apprendre à prédire** une valeur de sortie y à partir d'une donnée d'entrée x

$$\underbrace{\hat{y}}_{\text{valeur } \hat{y} \text{ prédite}} = \underbrace{h}_{\text{fonction } h \text{ choisie « à la main »}}(x, \underbrace{\theta}_{\text{paramètre(s) } \theta \text{ à apprendre}})$$

afin de minimiser une fonction **coût** L (*loss*) :

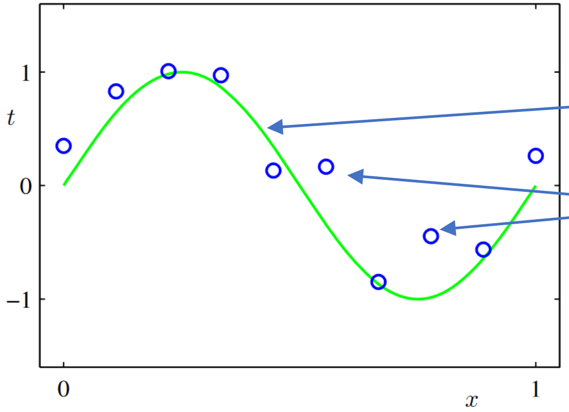
$$\min_{\theta} L(\underbrace{\{y\}}_{\text{données}}, \underbrace{\{\hat{y}\}}_{\text{prédictions}})$$

$\Rightarrow$ **problème d'optimisation**

Remarque : nous verrons plus tard que h peut-être un réseau de neurones …

Exemple :

Données :



[C. Bishop, Pattern recognition and Machine learning, 2006]

$\sin(2\pi x)$

Sorties t générées avec cette fonction + du « bruit »

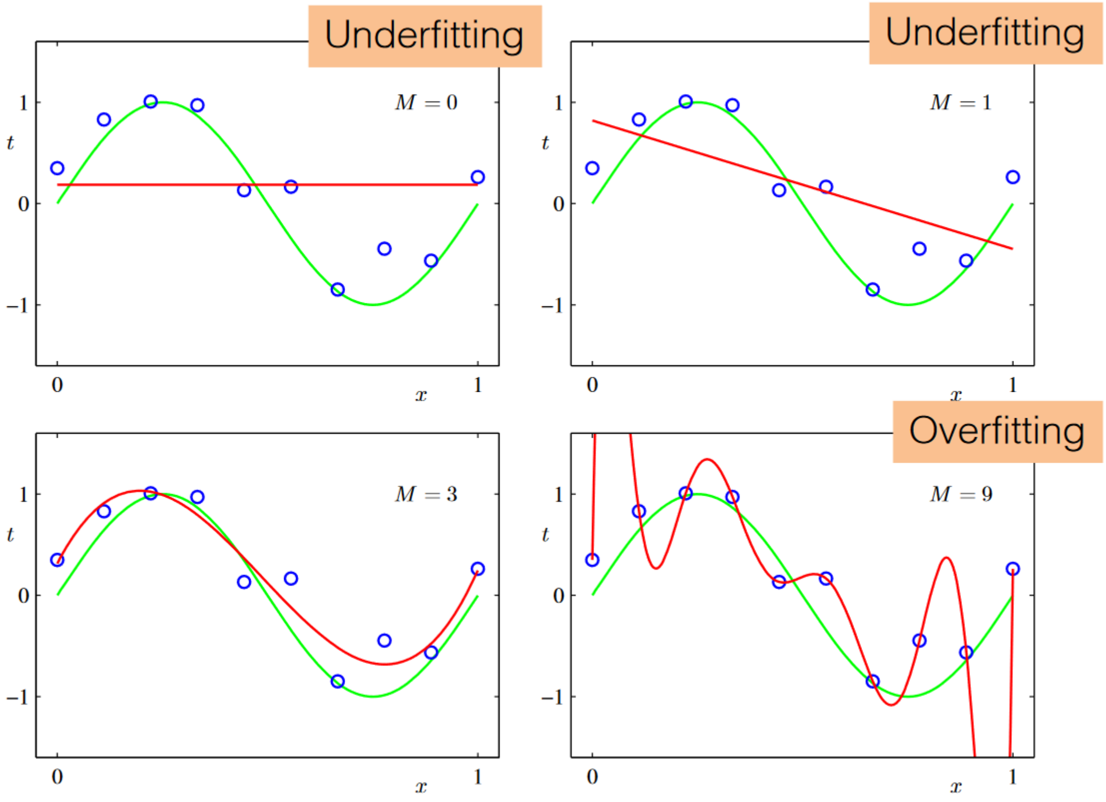
On choisit de prédire avec un polynôme d'ordre M :

$$\hat{t} = h(x, \theta) = \theta_0 + \theta_1 x + \theta_2 x^2 + \ \ldots + \theta_M x^M$$

Et une fonction de coût « moindre carrés »:

$$L = \frac{1}{2} \sum (t - \hat{t})^2$$

Quel ordre M choisir pour notre polynôme ?



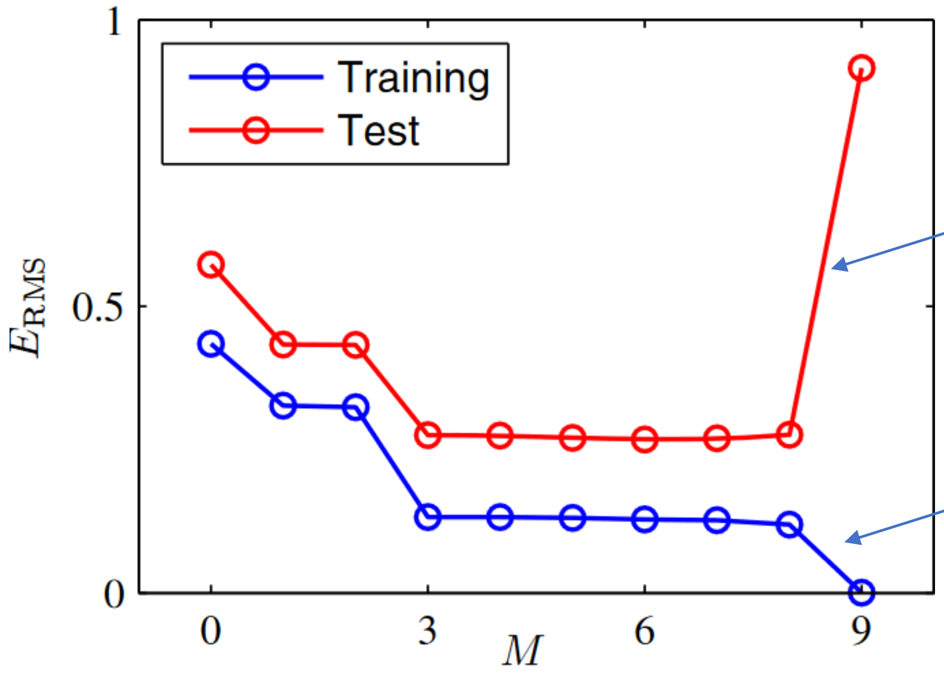
[C. Bishop, Pattern recognition and Machine learning, 2006]

- Pour M trop petit : problème de sous-apprentissage (***underfitting***).
- Pour M trop grand : problème de sur-apprentissage (***overfitting***).

Remarque (**polynômes de Lagrange**) : pour n données distinctes il existe un (unique) polynôme d'ordre n-1 qui passe exactement par chaque donnée.

Séparation des données en, au moins, 2 ensembles :

- Données d'entraînement (*training set*).
  Pour l'apprentissage de θ, i.e. la résolution du problème d'optimisation.
- Données de validation (*validation set*).
  Permet de détecter le surapprentissage :



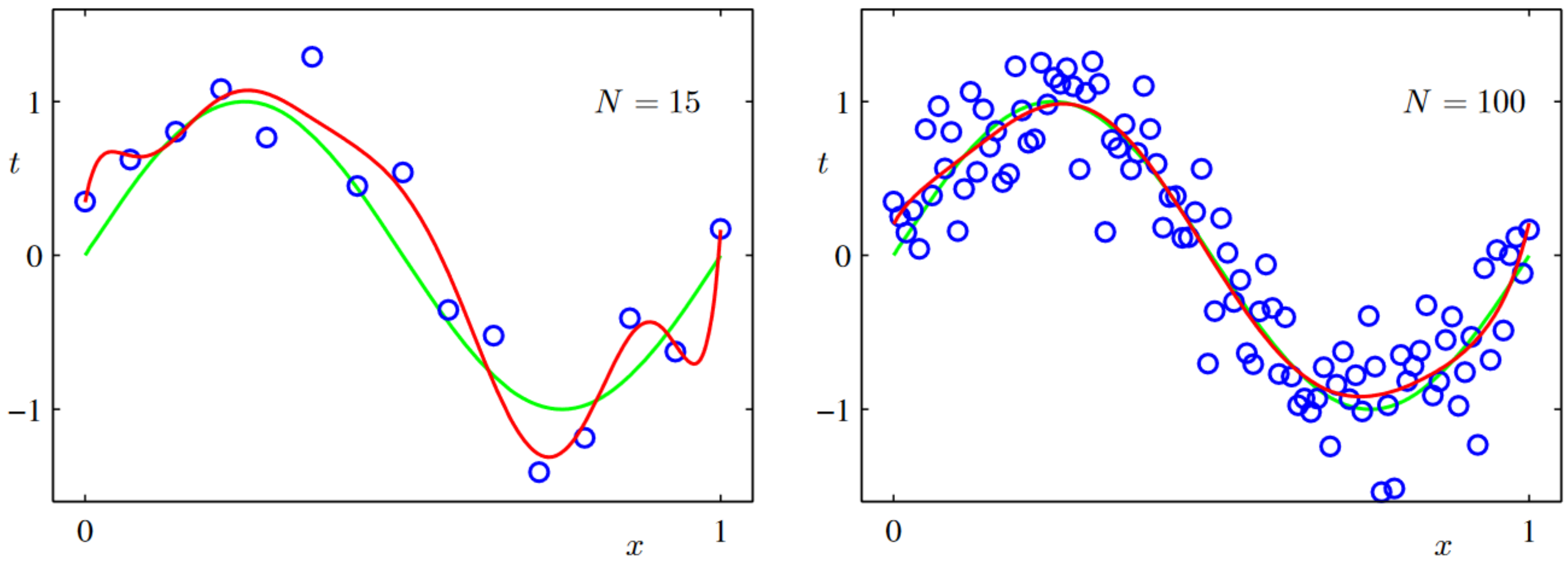
Coût calculé avec les données de validation

Coût calculé avec les données d'entraînement

[C. Bishop, Pattern recognition and Machine learning, 2006]

Big Data ?

Augmenter (fortement) le nombre de données d’apprentissage permet de réduire le surapprentissage :



M=9

[C. Bishop, Pattern recognition and Machine learning, 2006]

3 grandes difficultés des problèmes d’apprentissage :

1. Expressivité

   Mon modèle, i.e. ma fonction h, peut-elle apprendre des phénomènes complexes ?

2. Difficulté à entraîner

   Le problème d’optimisation, i.e. minimiser la différence entre prédictions et données, est-il difficile ?

   e.g. si on résout par descente de gradient, la fonction coût est-elle dérivable ? lisse ?

3. Généralisation

   Comment mon modèle se comporte sur des données qui ne sont pas dans le *training set* ?

   Capacité à interpoler / extrapoler ?

   e.g. le surapprentissage implique une mauvaise généralisation.

<u>Exercice 1</u> (Python, NumPy):

Générer et visualiser un jeu de données similaire à l'exemple ci-dessus.

1. Importer les librairies *numpy* et *matplotlib*

```
import numpy as np
from matplotlib import pyplot as plt
```

2. *Paramètres*

```
N = 30 # nombre de points
```

3. *Générer (aléatoirement entre 0 et 1) les données d'entrées $\{x\}$, de taille N.*

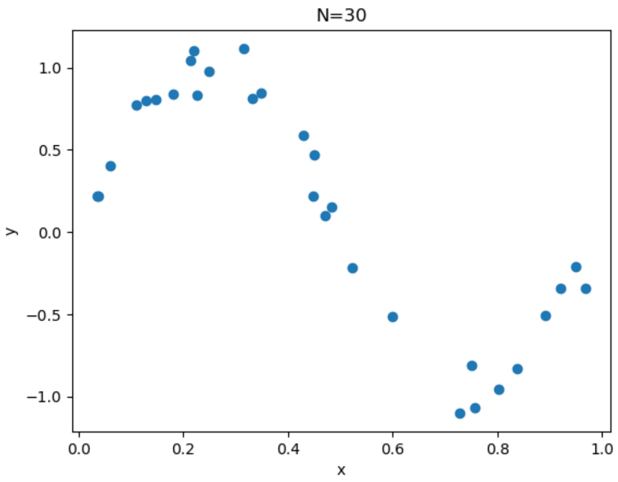
   Utiliser la fonction *np.random.uniform(…)* pour utiliser une distribution uniforme.

4. *Générer les données de sorties $\{y\}$, telles que $y = \sin(2\pi x) + w$.*

   Utiliser la fonction *np.random.normal(…)* pour générer w à partir d'une distribution normale centrée d'écart type (*standard deviation*) de 0.1

5. *Visualiser le jeu de données*

   Utiliser plt.plot, plt.legend, plt.xlabel, etc.



3.3 Descente de gradient, dérivation automatique

Objectif : minimiser la fonction coût L.

Idée : mise à jour des paramètres, dans la direction qui fait diminuer L le plus fortement.

Mises à jour :

$$\theta^{k+1} = \theta^k - \eta . \nabla_\theta L(h(x, \theta^k), y)$$

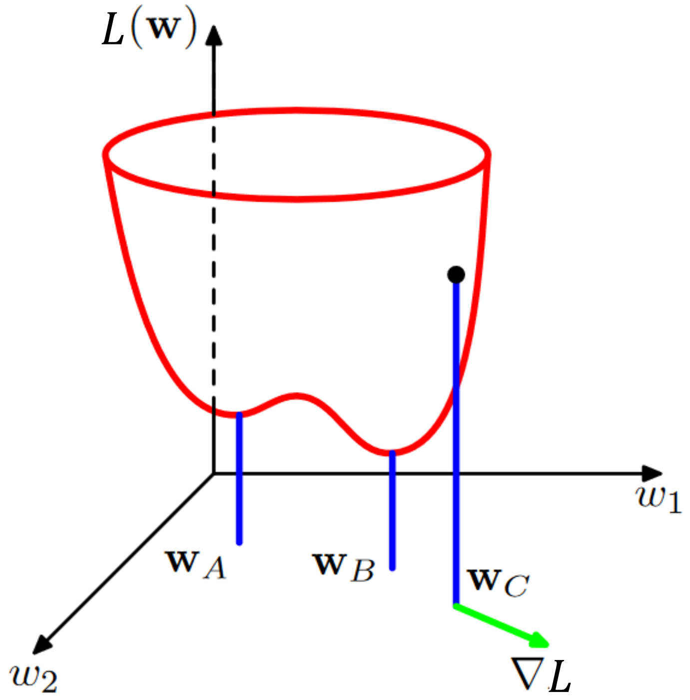
Paramètre à l'itération k

Pas *(learning rate)*

Gradient (se note aussi $\frac{\partial L}{\partial \theta}$)

Convergence : garantie pour un problème convexe, et pour $0 < \eta < \frac{2}{k}$.

Illustration (non convexe): W_a est un minimum local.



Calculer le gradient $\nabla_\theta L = \left[\frac{\partial L}{\partial \theta_0}, \frac{\partial L}{\partial \theta_1}, \dots\right]^T$ revient à calculer les dérivées partielles $\frac{\partial L}{\partial \theta_i}$.

Ce calcul est à faire à chaque itération k (dépend de la valeur de θ) ⇒ calcul « à la main » prohibitif.

Calcul par différences finies :

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_i} \approx \frac{L(h(x,\tilde{\theta}),y) - L(h(x,\theta),y)}{\epsilon}$$, avec $\tilde{\theta} = [\theta_0, \dots, \theta_{i-1}, \theta_i + \epsilon, \theta_{i+1}]$ et ϵ petit

⇒ **approximatif** et **coûteux** (nombreuses évaluations de L).

Calcul par dérivation automatique :

dérivation **exacte** (formelle) à l'aide d'un **logiciel**

⇒ plus précis et plus rapide.

Exemple (librairie Pytorch) :

```
import torch
x = torch.tensor([3.1], requires_grad = True) # initialise un scalaire (vecteur de taille 1)
y = x ** 2
grad = torch.autograd.grad(y, x) # calcule dy/dx = 2x
print(grad) # 6.2

x = torch.tensor([3.1, 2.0], requires_grad = True)
b = torch.tensor([5.5, 7.7])
y = b @ x # produit scalaire : y = b_1 * x_1 + b_2 * x_2
grad = torch.autograd.grad(y, x) # calcule dy/dx = [b_1, b_2]
print(grad) # [5.5, 7.7]
```

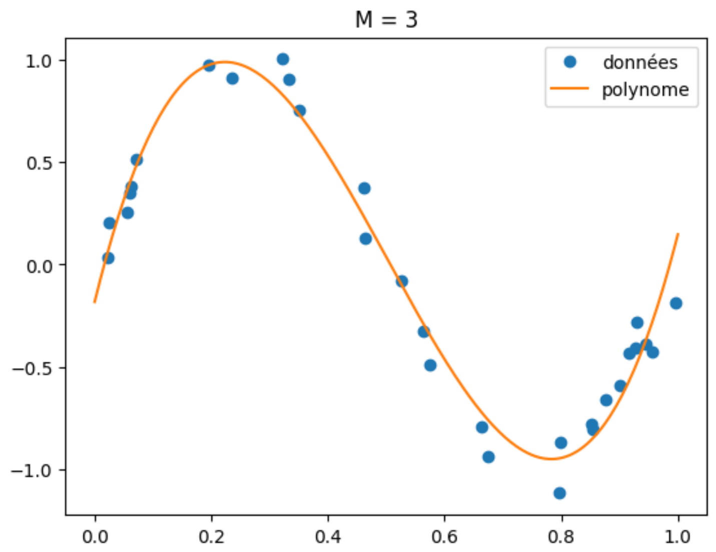
Exercice 1.suite (PyTorch):

Par descente de gradient, chercher le polynôme d'ordre 9 qui minimise la fonction coût L (moindres carrés). Compléter le programme:

```
# convertir données (numpy -> pytorch)
import torch
x, y = torch.tensor(x), torch.tensor(y)

# initialise theta
M = 3
theta = torch.zeros(M + 1, requires_grad = True)

# fonction polynome
def get_predict(x, coefs):
  y_predict = torch.zeros_like(x)
  for i in range(len(theta)):
    y_predict = y_predict + coefs[i] * x**i
  return y_predict

# fonction coût
def get_loss(y_predict):
  return ((y_predict - y)**2).mean()

# descente de gradient
 . . .
```

Tester pour:

- $M = 1, 2, 3, 8.$
- Différents *learning rate* (=0.01, 0.5, 2)

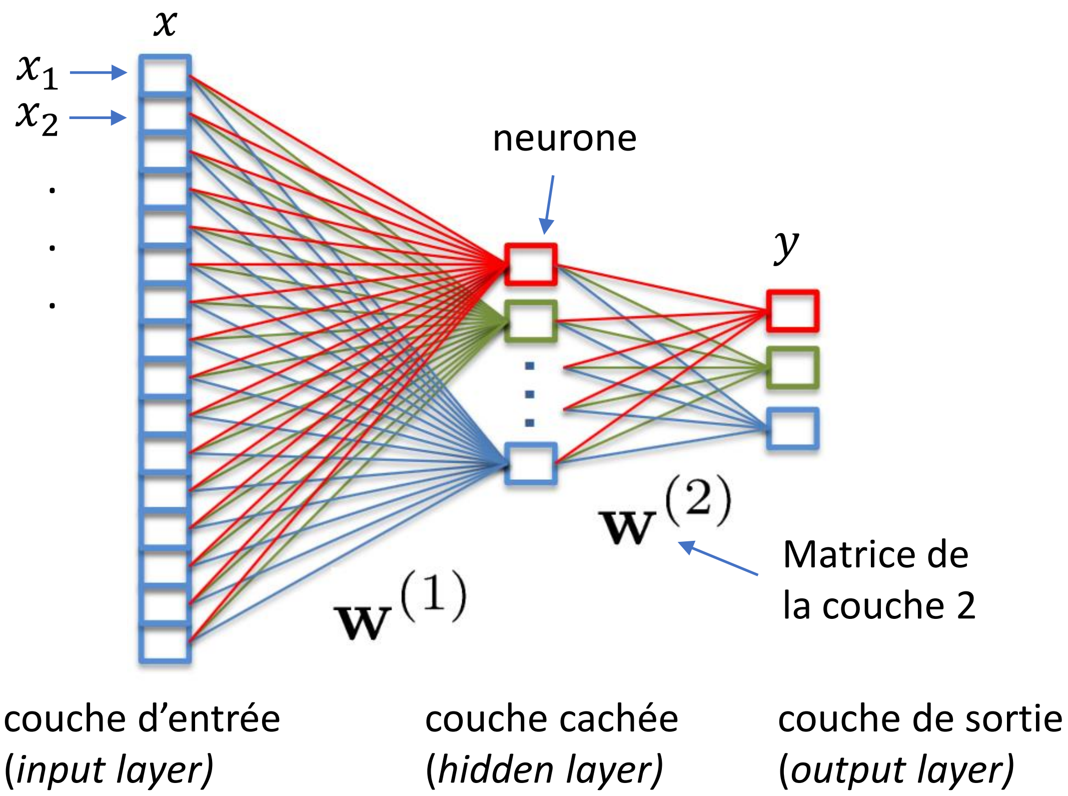


Pour aller plus loin : générer un 2ème ensemble de données (*test set*) et tracer le coût en fonction de M.

3.2 Un réseau de neurones simple : le **MLP** (multi-layers perceptron)

Principe du MLP (réseau dense) :

- Plusieurs couches (*layers*)
- Une couche transforme un vecteur d'entrée e en vecteur de sortie s.
- s est une combinaison linéaire de e, suivie (pour les couche cachées) par une non-linéarité σ.



⇒ le MLP est une fonction :

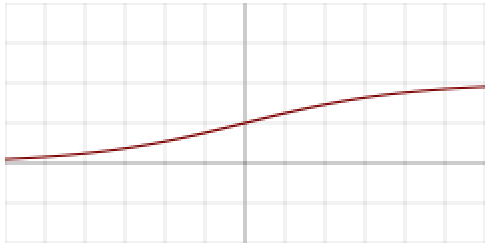
- Sortie d'une couche :$s^{(i)} = \sigma(W^{(i)} \times e^{(i)} + b^{(i)})$
- Sortie du réseau : $y = W^{(2)} \times \sigma\left(W^{(1)} \times x + b^{(1)}\right) + b^{(2)}$
- Sortie d'un neurone : $s_j^{(i)} = w_j^{(i)} * e^{(i)} + b_j^{(i)}$

Entraîner un MLP = apprendre (identifier) ses paramètres,

i.e. les matrices $W^{(i)}$(les poids) et les vecteurs $b^{(i)}$(les biais).

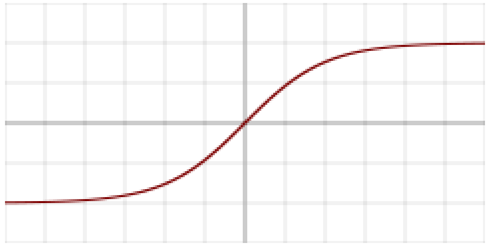
Non-linéarités σ (fonction d'activation):

- Fonction scalaire, i.e. $\sigma: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
- Sur un vecteur, s'applique élément par élément, i.e. $\sigma([x_1, x_2, \dots]) = [\sigma(x_1), \sigma(x_2), \dots]$
- Les activations les + courantes :



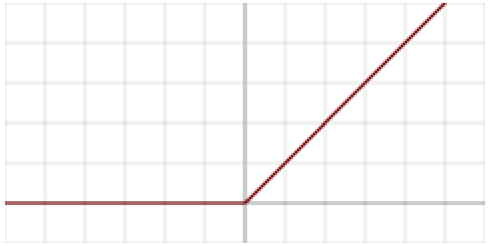
Sigmoïde

$$\sigma(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$



Tangente hyperbolique

$$\sigma(x) = \frac{2}{1 + e^{-2x}} - 1$$



ReLU

$$\sigma(x) = \max(0, x)$$

Théorème d'approximation universelle :

Un MLP peut approcher d'aussi près que l'on veut n'importe quelle fonction continue.

Pour cela une seule couche cachée suffit (à condition de prendre une taille suffisante, i.e. une matrice $W^{(1)}$suffisamment grande) et une fonction d'activation non polynomiale (les fonctions ci-dessus sont respectent cette condition).

<u>Résultats</u> (problème de régression simple):

Mettre i) courbe données + sortie MLP ii) training / data loss, fonction de N (overfit pour petit N)

=> Montrer aussi q'on peut réduire en réduisant le NN