Intelligence Artificielle
et
Analyse de données

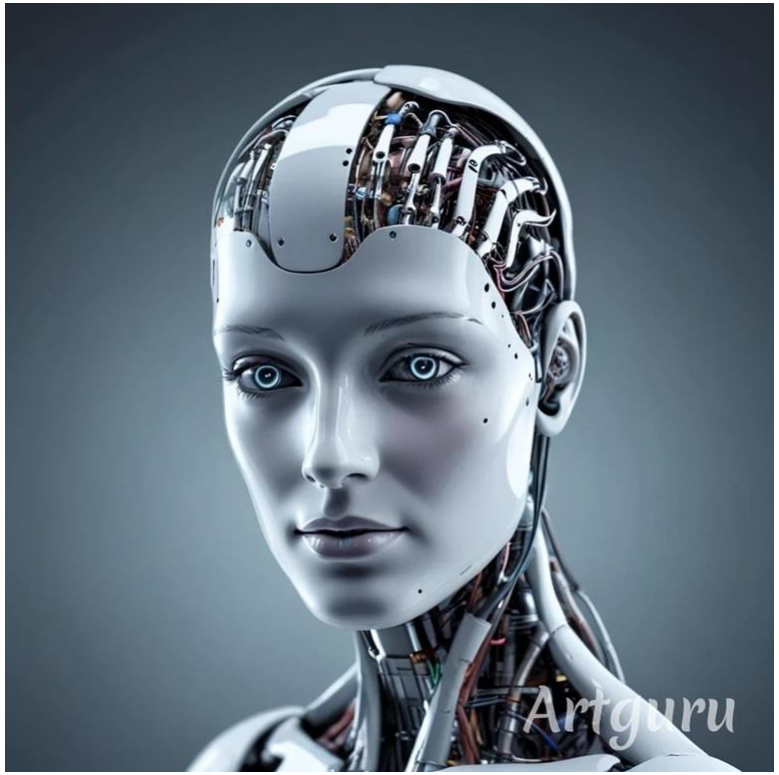
Applications Python-PyTorch

Johan Peralez

Plan du cours :

1. Définir l'Intelligence Artificielle (IA)
2. Prérequis -ressources (programmation-mathématiques)
3. Introduction aux réseaux de neurones (NNs, *Neural Networks*)
    4.1. Problèmes de régression
    4.2. Descente de gradient, dérivation automatique
    4.3. Un NN simple (MLP)
4. Les réseaux de neurones récurrents (RNNs)
    4.1. Prédiction de trajectoire
    4.2. Principe des RNNs
    4.3. Implémentation des RNNs
5. Les réseaux de neurones convolutifs (CNNs)
    5.1. Problèmes de classification
    5.2. Principe des CNNs
    5.3. Implémentation des CNNs
6. Applications
    6.1. Apprentissage par renforcement
    6.2. Classification d'images (données CIFAR)

1. Définir l’Intelligence Artificielle (IA)



- L’IA est une notion floue et qui évolue rapidement ⇒ sa définition dépend:
  - du domaine (traitement d’image, contrôle, etc.)

    e.g. distinguer des visages vs faire marcher un robot
  - de l’époque (depuis le milieu du XXe siècle)

    e.g. Deep Blue vs Alpha Go

- Exemples:
  - « L'**automatisation** d'activités que nous **associons à la pensée humaine**, comme la prise de décision, la résolution de problème ou l'apprentissage. » (BELLMAN 1978)

    subjectif (nous ?)
  - « L'étude de comment **programmer les ordinateurs** pour qu'ils réalisent des tâches pour lesquelles les êtres humains sont **actuellement meilleurs**. » (RICH & KNIGHT 1991)

    paradoxal (jeu d’échec vs football ?)
  - « Ensemble de **théories et de techniques** mises en œuvre en vue de réaliser des machines capables de **simuler l'intelligence humaine**. » (Larousse 2024)

    vague (définir intelligence ?)

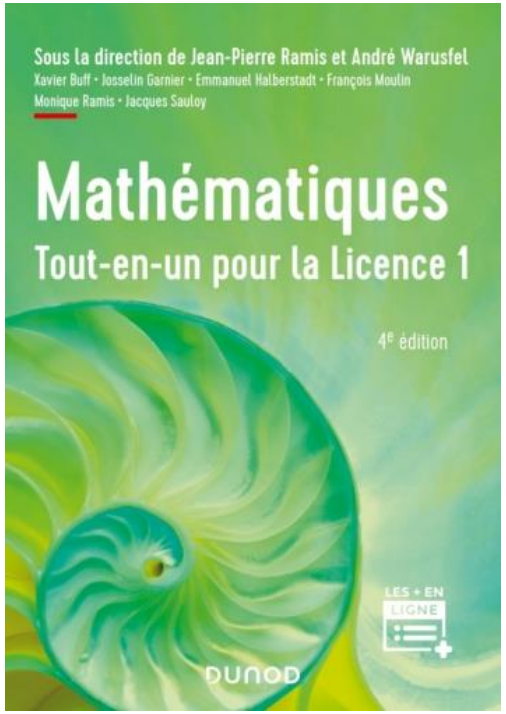
- Difficulté à définir l’IA = difficulté à définir l’Intelligence.

  Selon [Larousse 2024], l’intelligence =

  1. « Ensemble des fonctions mentales ayant pour objet la connaissance conceptuelle et rationnelle »
  2. « Aptitude d'un être humain à s'adapter à une situation, à choisir des moyens d'action en fonction des circonstances »

- Approche ‘’pragmatique’’:
  - IA = ensemble des méthodes qui sont habituellement classées dans l’IA par les gens de son domaine.
  - En traitement de l’image : réseaux de neurones (NNs) convolutifs (CNNs), algorithmes de segmentation, etc.
  - En contrôle : NNs récurrents (RNNs), algorithmes d’apprentissage par renforcement (RL), etc.

2. Prérequis -ressources (programmation-mathématiques)



- L'IA et l'analyse de données nécessitent des compétences :
  - en **programmation**

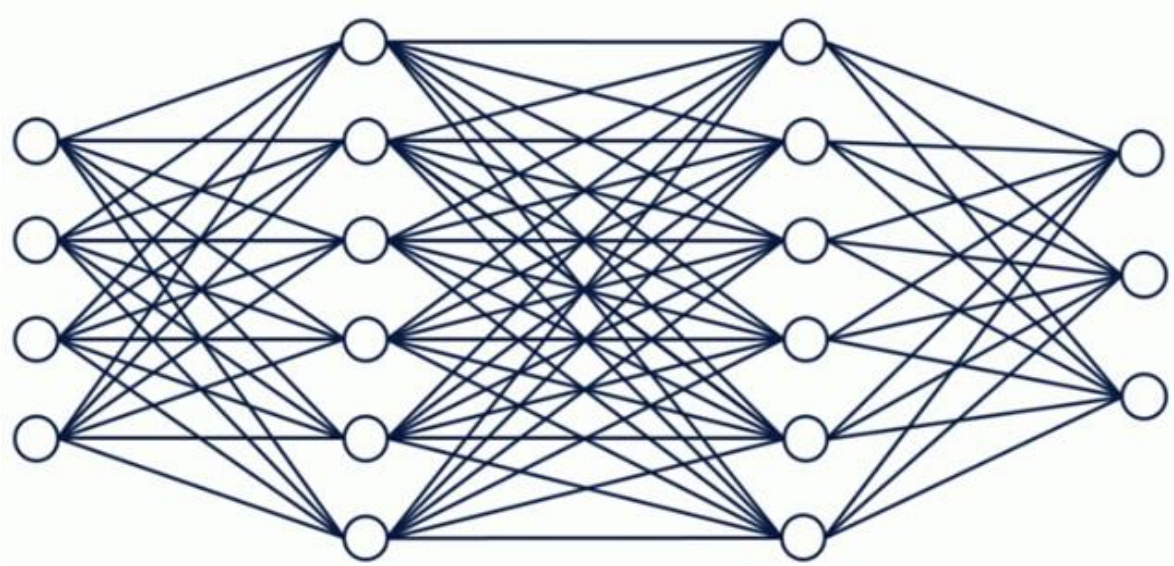
    Python (langage le + utilisé en IA)
  - en **mathématiques**

    Algèbre linéaire, calcul différentiel, probabilités, statistiques

- Ressources **Python** en ligne:
  - Cours et exos de base :
    - https://www.learnpython.org/
    - https://www.france-ioi.org/algo/chapters.php
    - https://courspython.com/apprendre-numpy.html
  - Installation (programmer en local)
    - https://anaconda.org
    - https://pytorch.org/get-started/locally/
  - Programmer en ligne :
    - https://www.programiz.com/python-programming/online-compiler/
    - https://colab.research.google.com/

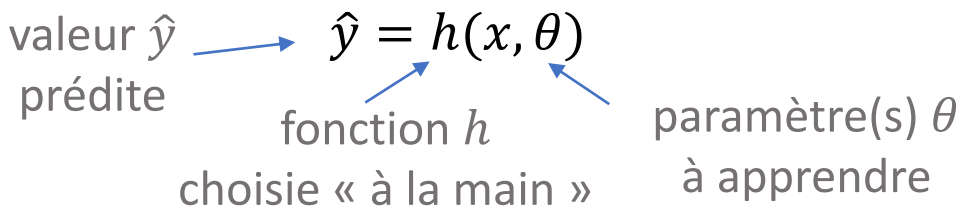
3. Introduction aux réseaux de neurones

3.1. Problèmes de régression
3.2. Descente de gradient, dérivation automatique
3.3. Un réseau de neurones simple (MLP)

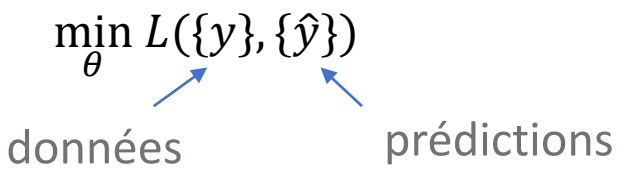


3.1 Problèmes de régression

Formulation : **apprendre à prédire** une valeur de sortie y à partir d'une donnée d'entrée x



afin de minimiser une fonction **coût** L (*loss*) :

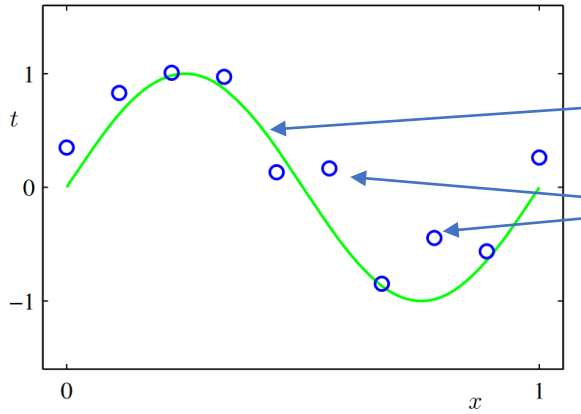


$\Rightarrow$ **problème d'optimisation**

Remarque : nous verrons plus tard que h peut-être un réseau de neurones …

Exemple :

Données :



$\sin(2\pi x)$

Sorties t générées avec cette fonction + du « bruit »

[C. Bishop, Pattern recognition and Machine learning, 2006]

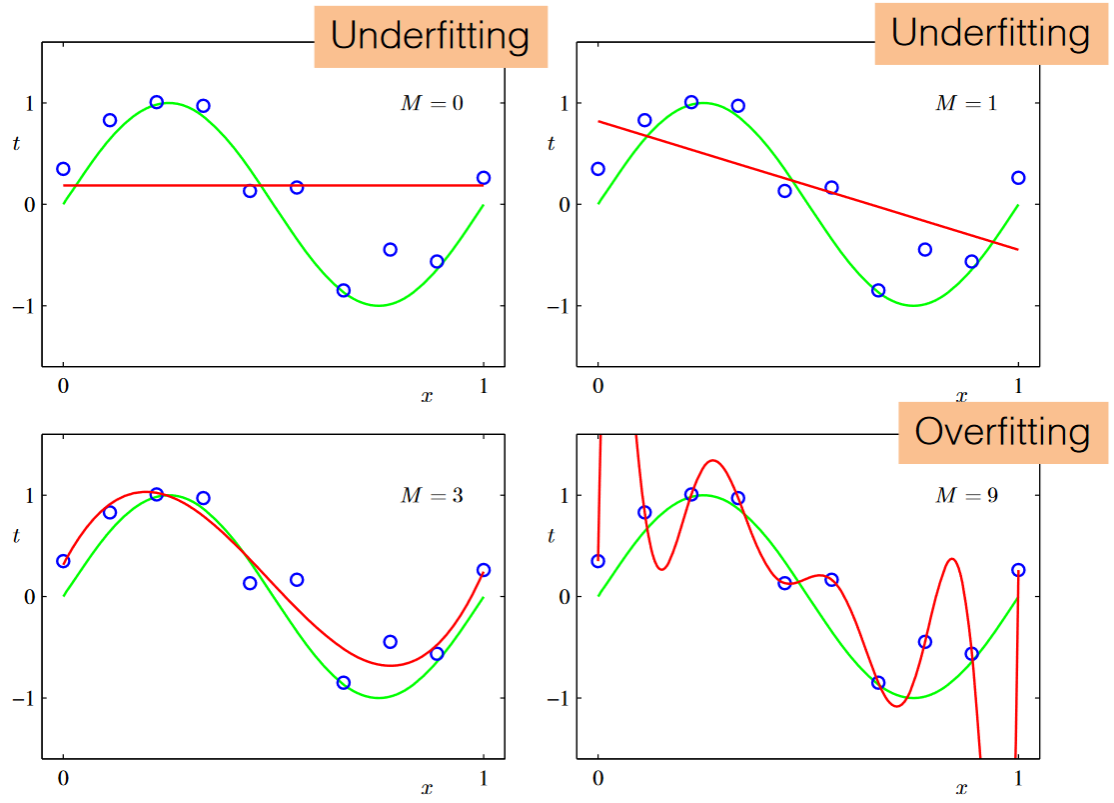
On choisit de prédire avec un polynôme d'ordre M :

$$\hat{t} = h(x, \theta) = \theta_0 + \theta_1 x + \theta_2 x^2 + \ldots + \theta_M x^M$$

Et une fonction de coût « moindre carrés » (moyenné):

$$L = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(t_i - \hat{t}_i)^2, \text{ avec } N \text{ le nombre de données.}$$

Quel ordre M choisir pour notre polynôme ?



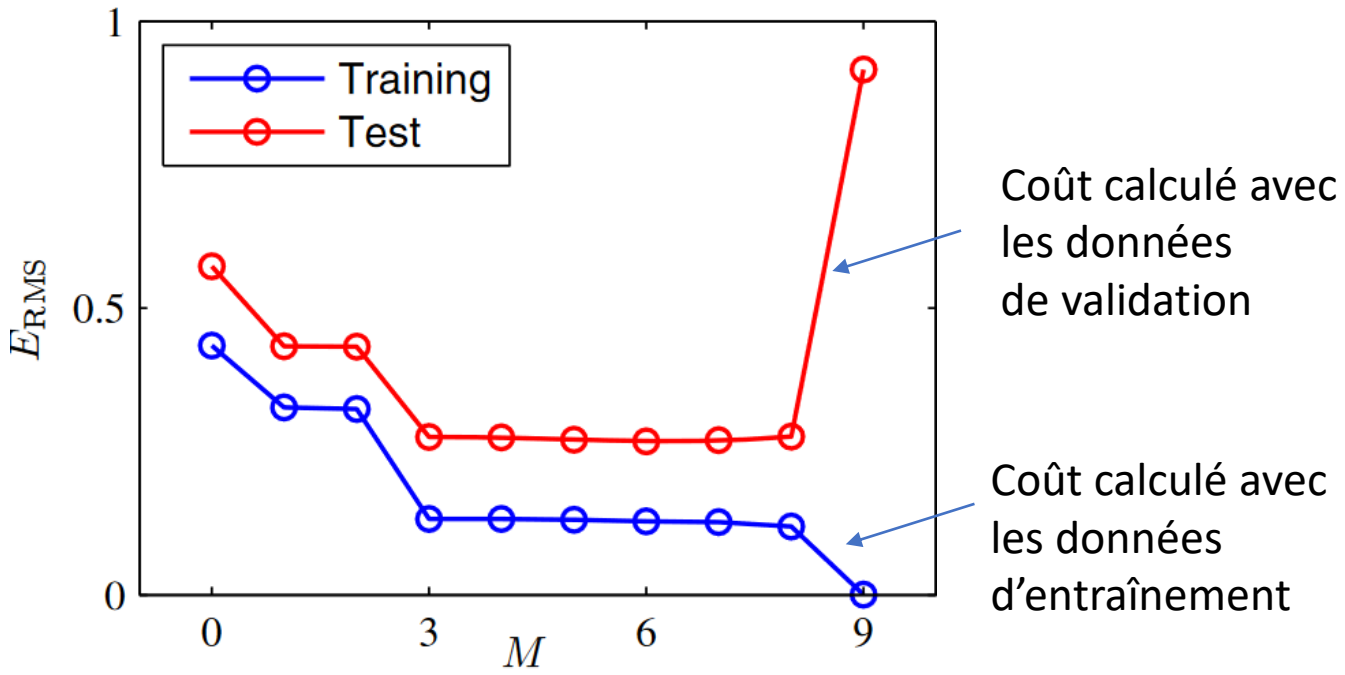
[C. Bishop, Pattern recognition and Machine learning, 2006]

- Pour M trop petit : problème de sous-apprentissage (***underfitting***).
- Pour M trop grand : problème de sur-apprentissage (***overfitting***).

Remarque (**polynômes de Lagrange**) : pour n données distinctes il existe un (unique) polynôme d'ordre n-1 qui passe exactement par chaque donnée.

Séparation des données en, au moins, 2 ensembles :

- Données d'entraînement (*training set*).
  Pour l'apprentissage de θ, i.e. la résolution du problème d'optimisation.
- Données de validation (*validation set*).
  Permet de détecter le surapprentissage :



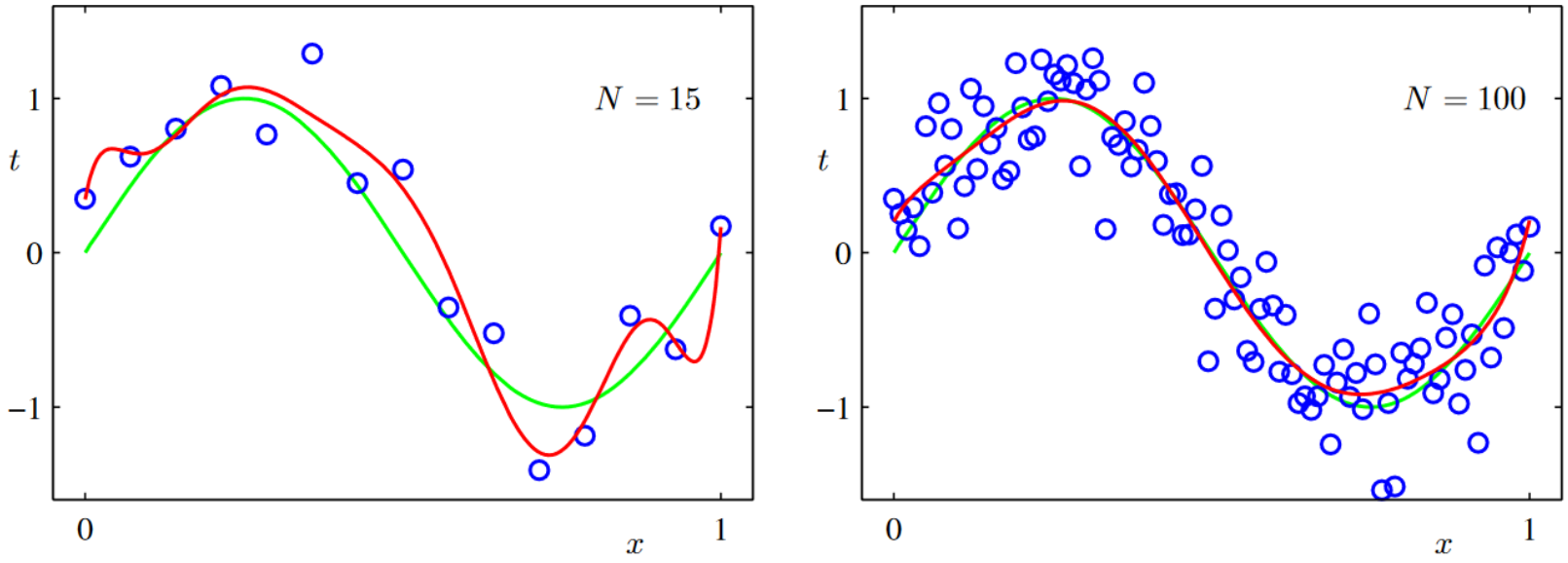
Coût calculé avec les données de validation

Coût calculé avec les données d'entraînement

[C. Bishop, Pattern recognition and Machine learning, 2006]

Big Data ?

Augmenter (fortement) le nombre de données d'apprentissage permet de réduire le surapprentissage :



M=9

[C. Bishop, Pattern recognition and Machine learning, 2006]

3 grandes difficultés des problèmes d'apprentissage :

1. Expressivité

   Mon modèle, i.e. ma fonction h, peut-elle apprendre des phénomènes complexes ?

2. Difficulté à entraîner

   Le problème d'optimisation, i.e. minimiser la différence entre prédictions et données, est-il difficile ?

   e.g. si on résout par descente de gradient, la fonction coût est-elle dérivable ? lisse ?

3. Généralisation

   Comment mon modèle se comporte sur des données qui ne sont pas dans le *training set* ?

   Capacité à interpoler / extrapoler ?

   e.g. le surapprentissage implique une mauvaise généralisation.

Exercice 1 (Python, NumPy):

Générer et visualiser un jeu de données similaire à l'exemple ci-dessus.

1. Importer les librairies *numpy* et *matplotlib*

```
import numpy as np
from matplotlib import pyplot as plt
```

2. *Paramètres*

```
N = 30 # nombre de points
```

3. *Générer (aléatoirement entre 0 et 1) les données d'entrées* $\{x\}$*, de taille* N*.*

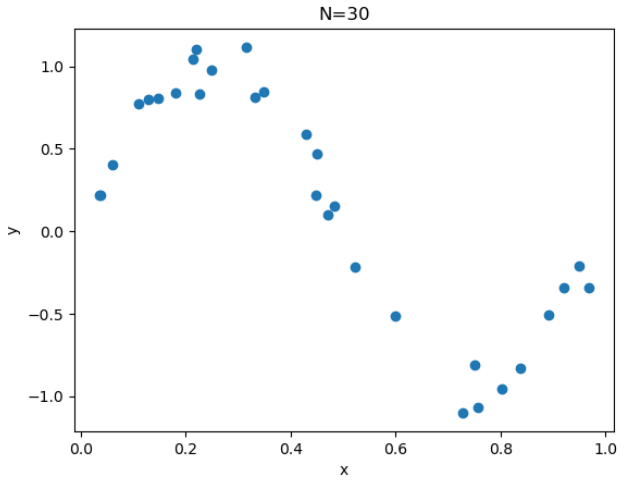
   Utiliser la fonction *np.random.uniform(…)* pour utiliser une distribution uniforme.

4. *Générer les données de sorties* $\{y\}$*, telles que* $y = \sin(2\pi x) + w$*.*

   Utiliser la fonction *np.random.normal(…)* pour générer w à partir d'une distribution normale centrée d'écart type (*standard deviation*) de 0.1

5. *Visualiser le jeu de données*

   Utiliser plt.plot, plt.legend, plt.xlabel, etc.



3.3 Descente de gradient, dérivation automatique

Objectif : minimiser la fonction coût L.

Idée : mise à jour des paramètres, dans la direction qui fait diminuer L le plus fortement.

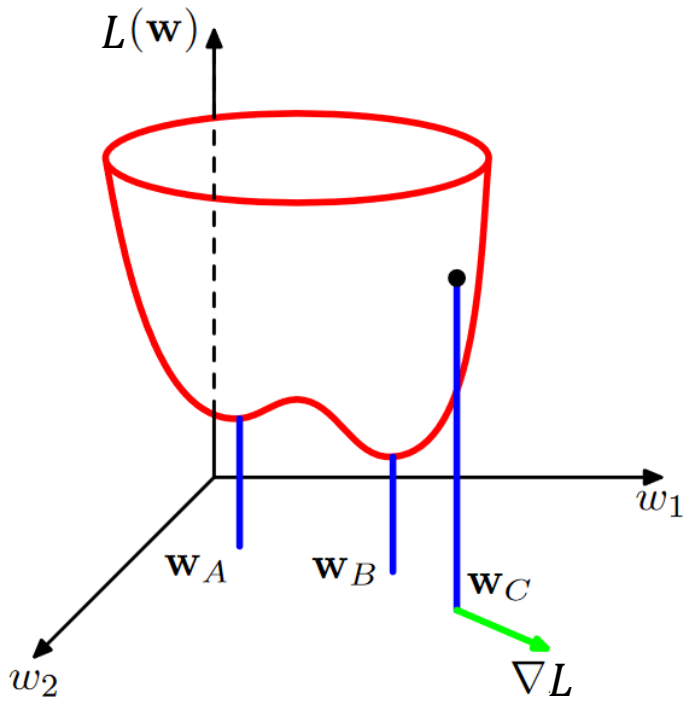
Mises à jour :

$$\theta^{k+1} = \theta^k - \eta . \nabla_\theta L(h(x, \theta^k), y)$$

Paramètre à l'itération k — Pas *(learning rate)* — Gradient (se note aussi $\frac{\partial L}{\partial \theta}$)

Convergence : garantie pour un problème convexe, et pour $0 < \eta < \frac{2}{k}$.

Illustration (non convexe): W_a est un minimum local.



Calculer le gradient $\nabla_\theta L = \left[\frac{\partial L}{\partial \theta_0}, \frac{\partial L}{\partial \theta_1}, \dots\right]^T$ revient à calculer les dérivées partielles $\frac{\partial L}{\partial \theta_i}$.

Ce calcul est à faire à chaque itération k (dépend de la valeur de θ) ⇒ calcul « à la main » prohibitif.

Calcul par différences finies :

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_i} \approx \frac{L\left(h(x,\tilde{\theta}),y\right) - L(h(x,\theta),y)}{\epsilon}$$, avec $\tilde{\theta} = [\theta_0, \dots, \theta_{i-1}, \theta_i + \epsilon, \theta_{i+1}]$ et ϵ petit

⇒ **approximatif** et **coûteux** (nombreuses évaluations de L).

Calcul par dérivation automatique :

dérivation **exacte** (formelle) à l'aide d'un **logiciel**

⇒ plus précis et plus rapide.

Exemple (librairie Pytorch) :

```
import torch
x = torch.tensor([3.1], requires_grad = True) # initialise un scalaire (vecteur de taille 1)
y = x ** 2
grad = torch.autograd.grad(y, x) # calcule dy/dx = 2x
print(grad) # 6.2

x = torch.tensor([3.1, 2.0], requires_grad = True)
b = torch.tensor([5.5, 7.7])
y = b @ x # produit scalaire : y = b_1 * x_1 + b_2 * x_2
grad = torch.autograd.grad(y, x) # calcule dy/dx = [b_1, b_2]
print(grad) # [5.5, 7.7]
```

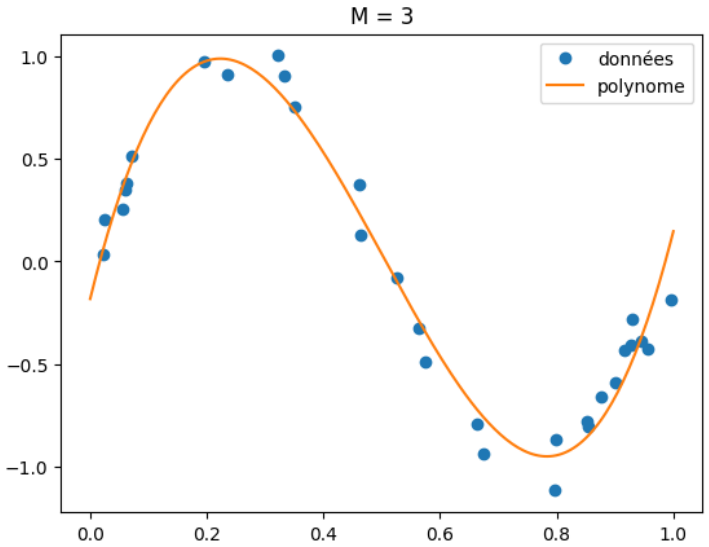
Exercice 1.suite (PyTorch):

Par descente de gradient, chercher le polynôme d'ordre 9 qui minimise la fonction coût L (moindres carrés). Compléter le programme:

```
# convertir données (numpy -> pytorch)
import torch
x, y = torch.tensor(x), torch.tensor(y)

# initialise theta
M = 3
theta = torch.zeros(M + 1, requires_grad = True)

# fonction polynome
def get_predict(x, coefs):
  y_predict = torch.zeros_like(x)
  for i in range(len(theta)):
    y_predict = y_predict + coefs[i] * x**i
  return y_predict

# fonction coût
def get_loss(y_predict):
  return ((y_predict - y)**2).mean()
# descente de gradient
 . . .
```

Tester pour:

- $M = 1, 2, 3, 8.$
- Différents *learning rate* (=0.01, 0.5, 2)

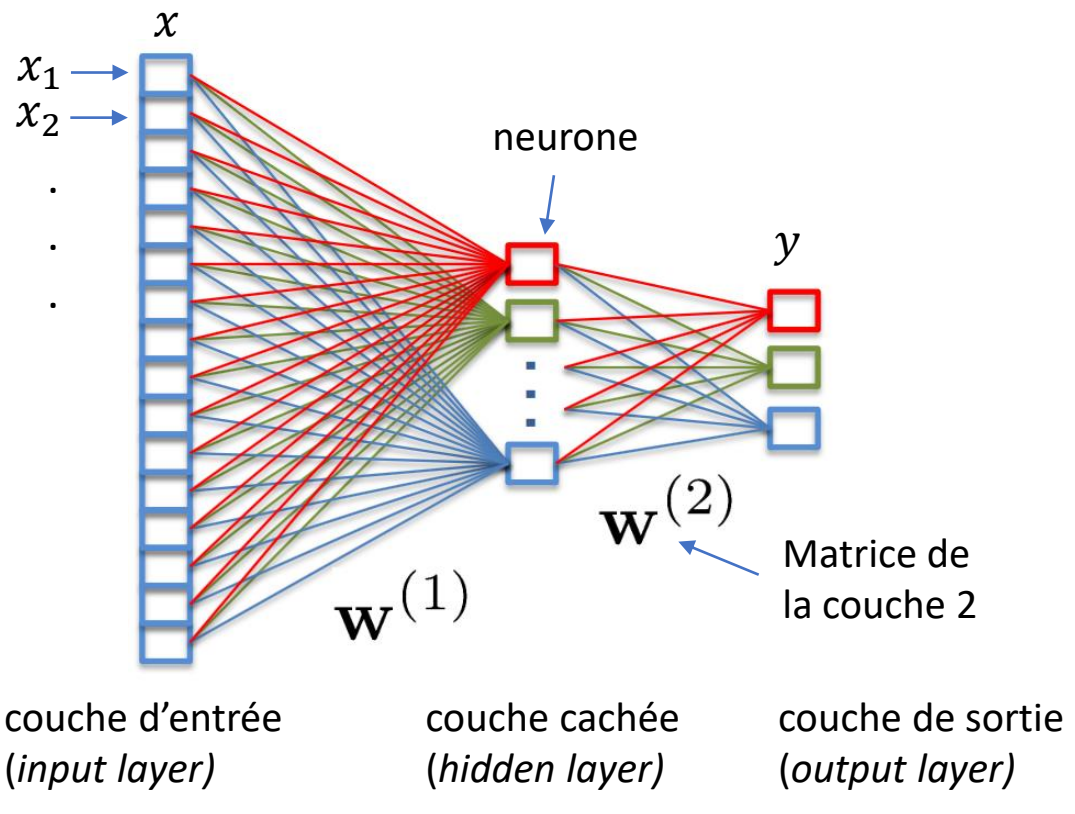


Pour aller plus loin : générer un 2ème ensemble de données (*test set*) et tracer le coût en fonction de M.

3.2 Un réseau de neurones simple : le **MLP** (multi-layers perceptron)

Principe du MLP (réseau dense) :

- Plusieurs couches (*layers*)
- Une couche transforme un vecteur d'entrée e en vecteur de sortie s.
- s est une combinaison linéaire de e, suivie (pour les couche cachées) par une non-linéarité σ.



⇒ le MLP est une fonction :

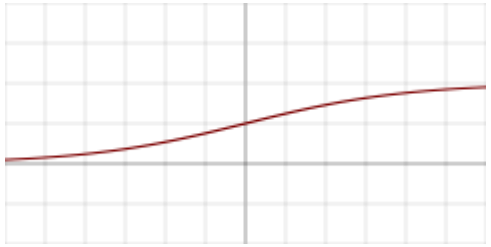
- Sortie d'une couche i: $s^{(i)} = \sigma(W^{(i)} \times e^{(i)} + b^{(i)})$
- Sortie du réseau : $y = W^{(2)} \times \sigma\left(W^{(1)} \times x + b^{(1)}\right) + b^{(2)}$
- Sortie d'un neurone : $s_j^{(i)} = w_j^{(i)} * e^{(i)} + b_j^{(i)}$

Entraîner un MLP = apprendre (identifier) ses paramètres,

i.e. les matrices $W^{(i)}$(les poids) et les vecteurs $b^{(i)}$(les biais).

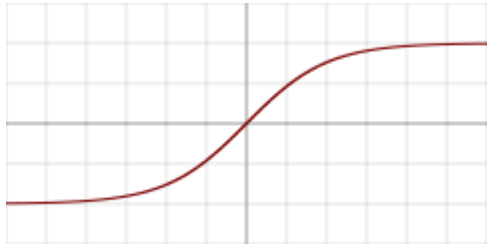
Non-linéarités σ (fonction d'activation):

- Fonction scalaire, i.e. $\sigma: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$
- Sur un vecteur, s'applique élément par élément, i.e. $\sigma([x_1, x_2, \dots]) = [\sigma(x_1), \sigma(x_2), \dots]$
- Les activations les + courantes :



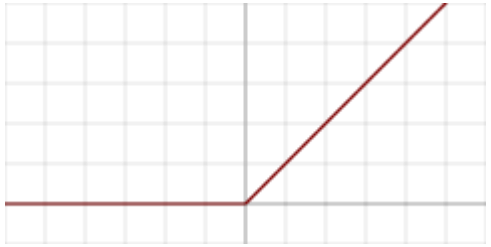
Sigmoïde

$$\sigma(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$



Tangente hyperbolique

$$\sigma(x) = \frac{2}{1 + e^{-2x}} - 1$$



ReLU

$$\sigma(x) = \max(0, x)$$

Théorème d'approximation universelle :

Un MLP peut approcher d'aussi près que l'on veut n'importe quelle fonction continue.

Pour cela une seule couche cachée suffit (à condition de prendre une taille suffisante, i.e. une matrice $W^{(1)}$ suffisamment grande) et une fonction d'activation non polynomiale (les fonctions ci-dessus respectent cette condition). Et … il faut trouver les bons paramètres !

Implémentation du MLP (PyTorch):

Hérite de la classe *torch.nn.Module.*

Exemple pour une entrée de taille 3, une matrice $W^{(1)}$ (couche cachée) de taille 3×32, et une sortie de taille 2.

```
class MLP(torch.nn.Module):
    def __init__(self):
        super().__init__()
        self.fc1=torch.nn.Linear(3, 32) # W^1, b^1
        self.fc2=torch.nn.Linear(32, 2) # W^2, b^2

    def forward(self, x): # méthode appelée par MLP.forward(x) ou MLP(x)
        y = self.fc2(torch.functional.F.relu(self.fc1(x)))
        return y

model = MLP()
print(model)
print(list(model.parameters()))
```

Question: de quelle taille sont les vecteurs de biais ?

Entraînement du MLP :

PyTorch propose des outils pour faciliter la chaîne d'actions (*pipeline*) de l'entraînement :

- Classe DataSet pour la génération des données (*train set,* et *valid set*).
- L'implémentation de NNs.
- Des *optimizer* pour gérer la descente de gradient et la mise du *learning rate*.

Dans le code liés à ce cours, vous trouverez un exemple de pipeline. La descente de gradient utilisée est stochastique (*stochastic gradient descent,* **SGD**).

Avec SGD, à chaque itération, les données *train* sont découpées en sous-ensemble (***mini-batch***) et un calcul de gradient et une mise à jour des paramètres sont faits sur chaque *mini-batch*. Le découpage est fait aléatoirement à chaque itération (i.e. stochastique). Les avantages sont:

- Apprendre plus vite sur les grandes quantités de données (mises à jour plus fréquentes).
- Moins de risque d'être bloqué dans un minimum local.

Résultats (problème de régression simple):

Soit N le nombre de données d'entraînement. Nous fixerons $N = 200$ (ce sont des données du problème).

Soit M le nombre de colonnes de $W^{(1)}$, *epochs* le nombre d'itérations, LR le *learning rate*.
$M, epochs, LR$ sont des réglages (**hyperparamètres**) de l'entraînement.