

Actividad Magnética Estelar

Objetos Astrofísicos

J. S. Méndez¹

Universidad Nacional de Colombia, Departamento de Física, Sede Bogotá
e-mail: jsmendezh@unal.edu.co

June 4, 2018

ABSTRACT

El estudio del magnetismo estelar es un campo muy interesante dado a su alta complejidad y muchos problemas sin resolver, en el siguiente escrito se presenta un resumen superficial de algunas componentes que constituyen el fenómeno de la producción de campo magnético en el sol y en el universo, partiendo de conceptos físicos someros y aplicados. Presentando algunas aplicaciones y observaciones de satélites que actualmente están capturando datos para evidenciar el funcionamiento de los modelos presentados.

Key words. Rotación solar – Manchas solares – python

1. Introducción

Desde tiempos remotos el hombre se ha preocupado por la forma como se debe concebir el universo, a través de toda su historia intenta proponer modelos, desarrollar concepciones y hechos que puedan justificar todas estas cosas que no conoce y que están muy lejos de comprobarse. Un cambio de paradigma fundamental se produce a partir del nacimiento de la relatividad general de Einstein, en donde él da un vuelvo total a la concepción del universo como se conocía hasta el siglo XIX. Los cuasares, la radiación cósmica de fondo de microondas, pulsares y demás objetos astrofísicos tuvieron reconocimiento en el universo a través de la teoría general de la relatividad. Una prueba de los hechos más extremos de la naturaleza se da en el momento en que se cuantifican algunas características físicas de toda la teoría que existe de tras del comportamiento físico de estos fenómenos extremos. Para que estos fenómenos planteados por las extraordinarias teorías físicas no se quede nada mas en la mente de los físicos teóricos y en propuestas abstractas se necesita una manera de poder medir la dinámica de tales hechos.

Uno de las caracterizaciones importantes se produce con la revolución de la mecánica cuántica y el descubrimiento de Pieter Zeeman, este descubrimiento relaciona el efecto que tiene el campo magnético sobre las fuentes de luz. los campos magnéticos solares se miden analizando las líneas espectrales sensibles al efecto Zeeman(11). Desde que se mide sistemáticamente el campo magnético del sol a través de estos métodos, se buscan campos magnéticos de otros cuerpos celestes, tales como estrellas, nebulosas, etc.(10). Como ejemplo de estos fenómenos se presenta una imagen compuesta de campo magnético del Sol a partir de la consideración del las líneas espectrales

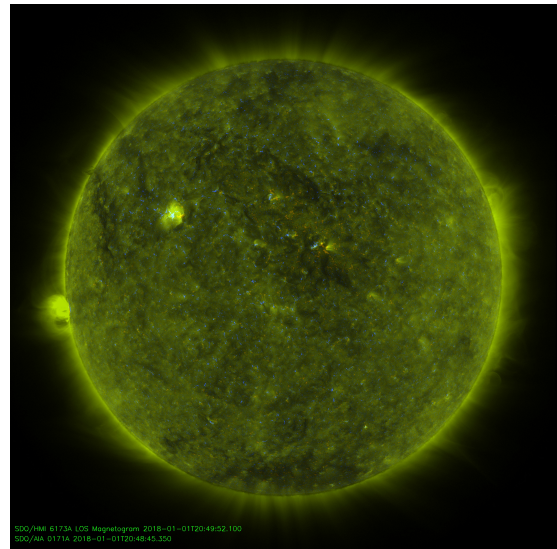


Fig. 1. Esta es una imagen captada por el SDO <https://sdo.gsfc.nasa.gov/data/>, es una imagen compuesta, por luz en 171Å y un magnetograma del 1 de Enero de 2018

Para dar una revisión un poco más amplia de la actividad magnética estelar se hace necesario dar un contexto histórico que justifique la potencialidad de estudiar este campo de la ciencia a partir del estudio del Sol, este va a hacer el laboratorio estelar.

2. Revisión Histórica

La primera evidencia de la actividad magnética en cuerpos estelares es dada a través del estudio de las manchas solares. Aunque diversos personajes, como los chinos ya habían encontrado estas extrañas y nuevas características en el sol, se le atribuye a Galileo Galilei la correcta interpretación mencionando que " *no afirmo ni niego que estén sobre la superficie del Sol, simplemente digo que no está suficientemente demostrado que no lo estén*"(8).

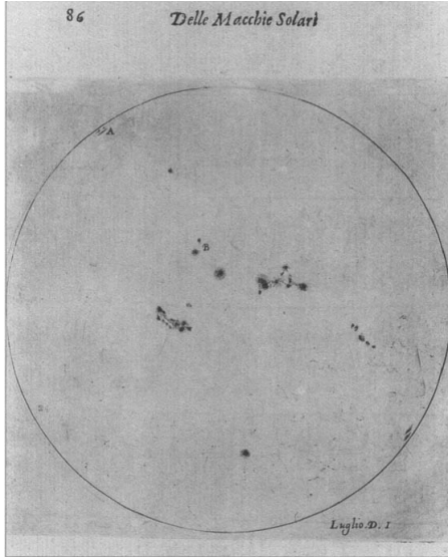


Fig. 2. Observaciones de las manchas solares realizadas por Galileo Galilei en 1613. (8)

Posteriormente, el astrofísico estadounidense George Ellery Hale descubrió que tales características se encontraban asociadas a la actividad magnética solar. Para ello, Hale en 1908, utilizó el efecto Zeeman con uno de sus inventos en las épocas de estudiante del MIT (el espectroheliógrafo) como se indica en (4). Otro aporte importante realizado por este astrofísico junto con Seth. Nicholson fue encontrar que la polaridad de las manchas se encuentran divididas por el ecuador solar, con una simetría de reflexión sobre el ecuador, de tal manera que en cada ciclo solar cambian de polaridad (6), conocida como la ley de la *ley de Hale*.



Fig. 3. George Ellery Hale en su mesa de trabajo.

Por otro lado en 1951, Horace W. Babcock desarrolla el magnetógrafo fotoeléctrico, mientras que en 1969 R. B. Leighton desarrolla técnicas más sofisticadas para el procesamiento de datos, la magnetografía en dos dimensiones.

Y de esta manera, los desarrollos científicos han permitido construir técnicas cada vez más sofisticadas con el fin de conocer la forma en que interacciona los procesos estelares con el campo magnético.

3. ¿Qué es el magnetismo estelar?

Los campos magnéticos están presentes en todas las fases estelares, en el transcurso de su evolución. Se quiere hacer una pequeña revisión acerca de la fuente del magnetismo estelar, incluyendo en repetidas ocasiones el sol, como ejemplo más cercano.

Para tener un entendimiento conceptual de la generación de campo magnético en las estrellas se hace necesario acudir a conceptos como la convección del plasma dentro de la estructura, la turbulencia magneto hidrodinámica (MHD), la rotación diferencial. Para poder conmensurar los aportes de cada uno de estos fenómenos se necesita de aproximaciones analíticas y consideraciones lineales y implementación de métodos numéricos. Para poder ver la fuente del magnetismo se presenta un resumen de cada uno de estos modelos.

3.1. Dinamo Solar

El dinamo solar se fundamenta en un principio básico de intercambio de energía, debido a los procesos internos y las características propias de los plasmas, a este modelo se le atribuye la generación de campo magnético a través de la conversión de energía cinética de las partículas en energía de campos electromagnéticos siguiendo las leyes de Maxwell. La acción del dinamo puede ser clasificada en dos grandes categorías. La primera de ellas es considerar fenómenos a pequeña escala, se considera que los aportes de inducción del campo magnético debido al movimiento de los constituyentes del plasma es menor, en escala espacial y temporal, que el aporte que produce la turbulencia del plasma, es decir, son más importantes los procesos turbulentos que los que se inducen por el movimiento de cargas por convección. Para la segunda clasificación se consideran los fenómenos de gran escala y estos son en los que se interesa la astrofísica, dado que explican, en un sentido global, las fuentes de campo magnético estelares. La generación de campo viene dada por procesos en donde el movimiento del plasma produce el mayor aporte de generación de magnetismo.

La MHD examina las propiedades eléctricas y magnéticas derivados de el formalismo de Maxwell y ecuaciones de conservación. Las cantidades que se describen son el campo eléctrico \mathbf{E} , campo magnético \mathbf{B} , la permeabilidad magnética μ , la conductividad eléctrica ϵ , la densidad de corriente \mathbf{J} , la conductividad eléctrica ω , la velocidad del fluido \mathbf{u} , la densidad de carga ρ y el tiempo. Las ecuaciones que gobiernan tales fenómenos son las siguientes (5)

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon} \quad \text{Ley de Gauss} \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad \text{Ecuación de Faraday} \quad (2)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu \mathbf{J} \quad \text{Ley de Ampere} \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad \text{No existen monopolos magnéticos} \quad (4)$$

Luego se tiene la ley del Ohm considerando la fuerza de Lorentz para acoplar los campos.

$$\mathbf{J} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) \quad (5)$$

Entonces se tiene la ecuación que da cuenta de la inducción magnética. Una ecuación de inducción magnética

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) + \eta \nabla^2 \mathbf{B} \quad (6)$$

A partir de condiciones en la geometría particular, coordenadas adecuadas y condiciones iniciales precisas, se puede modelar el campo magnético, aunque por la no linealidad de las ecuaciones, por lo general se hace numéricamente la resolución del modelo. Las ecuaciones de inducción determinan la evolución de \mathbf{B} en el tiempo y las fuerzas intrínsecas del modelo. Para determinar en que régimen nos encontramos se definen numero para cuantificar estas escalas, Se define el número magnético de Reynolds.

$$\frac{\nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B})}{\eta \nabla^2 \mathbf{B}} \approx \frac{\mathbf{u}_{cv} L}{\eta} \quad (7)$$

En donde \mathbf{u}_{cv} es la velocidad característica del fluido, y L escala típica del sistema. Si se tiene η pequeño entonces se tiene una alta conductividad eléctrica y se puede considerar un plasma ideal. En cambio si η es grande se tiene una gran difusividad magnética y en éste régimen es cuando aparecen las reconexiones magnéticas.

3.2. Rotación diferencial Estelar

Para poder empezar a construir el concepto de rotación se hace de mucha utilidad considerar la rotación diferencial en el sol, en tiempos modernos es el mejor perfil que tenemos. Se podría decir que el sol es el mejor laboratorio astrofísico. Las primeras observaciones de la rotación solar con manchas solares se hicieron a cargo de Fabricius, Galileo, Scheiner, en el siglo XVII.

La primera observación interesante ocurre en la rotación diferencial de la superficie solar, la cual se hace midiendo las manchas solares a diferentes alturas. La rotación cerca al ecuador es mucho más rápida que en otras longitudes(θ). La variación de la rotación solar está dada por.(12)

$$\frac{\Omega(\theta)}{2\pi} = A + B \sin^2 \theta + C \sin^4 \theta \quad (8)$$

Otra parte importante a tener en cuenta en la rotación solar es la zona convectiva, en donde la única herramienta que se posee para el estudio es la helio-sismología, en donde se utilizan las vibraciones sol para hacer una consideración de como está comportándose el interior. Estas ondas se afectan debido a que la rotación en el interior solar no es uniforme, la figura [4] muestra un perfil de dos dimensiones que busca explicar como se tienen diferentes velocidades angulares en función del radio, en donde se ve que la mayor rotación diferencial está en la zona convectiva.

Aún no es del todo claro como es el modelo adecuado para entender el fenómeno de rotación diferencial, el mecanismo aún no es claro. Se considera que el momento angular se distribuye

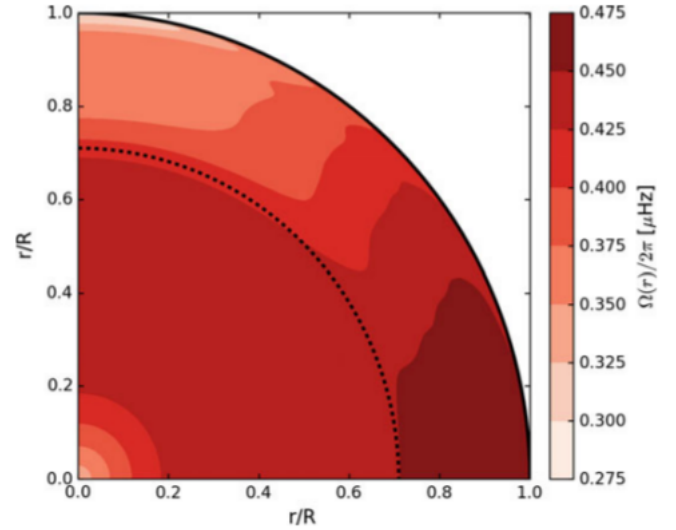


Fig. 4. Perfil de rotación en dos dimensiones. Perfil simétrico alrededor del ecuador y no varía con la longitud. Las medidas son más intensas en latitudes altas ($> 75^\circ$). Los valores presentados acá son valores representativos en esta zona nada más, Las líneas punteadas representan la zona convectiva (2)

de la siguiente manera: Una circulación meridional el cual arrastra consigo un flujo en las direcciones radiales y latitudinales en diferentes proporciones, movimiento dado por la convección y procesos inducidos por el campo magnético y procesos de difusión. Si bien es cierto que todos estos fenómenos ocurren dentro del interior solar no se tiene claro en que escala existen ni cual aporte es más significativo.

Para el caso de otras estrellas la rotación diferencial se puede estudiar de manera más clara la rotación en la superficie, asumiendo que las estrellas son esferas sólidas, esto con el fin de simplificar los modelos y por hacer un estudio más cuantitativo. Sin embargo es de vital importancia avanzar al siguiente nivel de complejidad en los estudios astrofísicos, por ejemplo tratar de simular el entorno que provee una estrella en el universo y ver si efectivamente consideramos zonas de habitabilidad en el entorno cercano a una estrella. Buena parte de la comunidad académica está enfocada en tal dirección. La consideración completa del fenómeno puede hacer descubrir espacios vitales para el futuro de la humanidad.

3.3. Turbulencia MHD

La turbulencia es inherente a la naturaleza, se puede apreciar en todas las escalas, desde una taza de café hasta la formación de galaxias.

Todos los fenómenos turbulentos tienen en común una variable, tienen un alto número de Reynolds (1)

$$Re = \frac{LV}{\nu} \quad (9)$$

donde L representa la escala característica del sistema, V la velocidad del campo y ν la viscosidad. Caracterizar la turbulencia es complicado, dado su naturaleza caótica, lo que se puede hacer es dar algunas características del fenómeno.

la irregularidad, está componente precisa que la aleatoriedad siempre está presente en los flujos turbulentos, esto hace que se dificulte obtener resultados deterministas, se debe recurrir a métodos de la mecánica estadística. Ahora se menciona la difusividad de la turbulencia, la cual causa la rápida combinación del fluido y por tanto redistribuye los momentos, el calor y la transferencia de masa. Una cualidad importante de la turbulencia. Como se había mencionado ocurre a grandes números de Reynolds, ocurre cuando se rompe la estabilidad de flujos laminares, tales inestabilidades se producen por la interacción entre términos viscosos y los términos no lineales de la inercia, en las ecuaciones de Navier Stokes. De hecho este es un problema abierto en las matemáticas, estas ecuaciones son muy complejas, dado que son ecuaciones diferenciales no lineales entonces no se tiene una teoría formal que presente una solución general del problema, el problema de la turbulencia aparece en el escenario sin tener herramientas matemáticas con que afrontarlo esto hace que esta rama de la física sea un desafío. En este orden de ideas el magnetismo estelar se ve sujeto a los avances teóricos para poder constatar sus evidencias observacionales, esto avanza día a día con la implementación de los cálculos numéricos.

sin embargo la turbulencia mencionada hasta el momento no contempla interacciones electromagnéticas, como las que se describen en la sección 3.1. La razón para que el plasma sea aún más inestable son dos principalmente. Una de ellas es que no preserva simetría hablando de campos. La segunda está relacionada con el alcance de la interacción electromagnética, es decir, que los fenómenos locales afectan a las estructuras de todo lugar considera, en este sentido el plasma es propenso a tener mucha más turbulencia que un fluido considera por las ecuaciones de Navier Stokes.

En equilibrio térmico el plasma no es estable, se estudia tal estabilidad con un parámetro g , conceptualmente relaciona el modo en que la energía potencial y cinética se relacionan dentro de un plasma y usualmente es mucho menor que 1 ($g \ll 1$). Considerando la equiparticiones de la energía y el promedio de energía sobre el fluido se define el parámetro del plasma como.

$$\frac{\sum_k \langle E_k^2 / 8\pi \rangle}{\sum_i \frac{m \langle v_i^2 \rangle}{2}} \sim g \quad (10)$$

A continuación se da un pequeño planteamiento del modelo hidrodinámico y el tipo de inestabilidad. Por lo general en cada modelo de fluidos se cuantifica la inestabilidad con algún parámetro, por ejemplo como el número de Reynolds para los fluidos ordinarios, el número de Rayleigh para fluidos de convección del calor, el número de Grashoff para geometrías específicas como canales delgados(13). Como ejemplo se considera la ecuación de Navier Stokes.

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{v} \quad (11)$$

Se pueden hacer bastantes consideraciones para hacer soluble esta ecuación y ver el comportamiento normal de las soluciones, en principio se trabajan con teorías aproximadas. La importancia de la turbulencia radica que es una fuente de campo magnético dada por el material constitutivo de la estrella pero además de esto por sus interacciones internas, es de suma importancia tratar de refinar un poco las herramientas que estudian

esta forma de generación de campo magnético dado que la actualidad no se tienen modelos definidos que definan la estructura, se puede modelar y medir, pero en realidad es un reto que se posiciona en la frontera del conocimiento.

3.4. Discos de Acreción

Los discos de acreción se definen en Astrofísica como una estructura conformada por polvo estelar que orbita por efecto gravitacional y electromagnético alrededor de un objeto compacto central. Estos elementos son esenciales para entender la formación y evolución de las estrellas, dado que a partir de la radiación que se capta en la tierra es posible construir modelos que proponen una estructura de la estructura de la estrella,

4. ¿Qué se mide?

Actualmente la comunidad científica cree que la actividad solar y estelar asociada con el magnetismo está generada a partir del modelo del dinamo magnético y la interacción que tiene con la rotación, además de la magneto-convección(13). Para el estudio observacional de la actividad magnética estelar se debe tener en cuenta la rotación, la convección y la intensidad con que se tiene la actividad. Discutimos algunos indicadores.

4.1. Indicadores de actividad magnética y su variación

el indicador más común para estudiar el magnetismo son las líneas espectrales del Ca II H y K en la superficie de alguna de las estrellas de la secuencia principal, entonces la emisión de H y K se relacionan directamente con la medida de la actividad magnética, mide el flujo magnético a través de la fotosfera estelar Φ , esto requiere un conocimiento claro de la relación entre K y H con Φ para diferentes estrellas, a partir del conocimiento que se tiene con el sol.

Otro indicador de la actividad es el flujo de rayos x suaves. Los rayos x da cuenta de las estructuras magnéticas subyacentes, en el Sol, la emisión de estos rayos, tal como H y K esta relacionada con el patrón espacial del campo magnético pero de maneras diferentes. Considerando que el patrón espacial de la emisión cromosféricas es casi idéntica a la del campo fotosférico, al menos en escalas del arco segundo y más grande. En cambio, la emisión en la corona de rayos x no depende exclusivamente del lugar estudiado en la fotosfera, también depende de la geometría de las líneas de campo que emergen desde la fotosfera, esta forma determina el tamaño de la escala de los bucles coronales, por ejemplo, y la medida total de la emisión. En principio, la medida directa de los campos magnéticos en la fotosfera dan una prueba directa de la actividad magnética estelar(9).

4.2. Polarimetría

El descubrimiento de la luz polarizada que proviene de fuentes astronómicas tuvo inicios en los comienzos del siglo XIX. La polarización de la luz básicamente es la distribución no aleatoria de las componentes de campo electromagnético, se distinguen principalmente tres formas de polarización, lineal, circular y elíptica. Cuando consideramos la polarización circular los vectores son de la misma magnitud y perpendiculares entre ellos, en el caso de la polarización lineal alguno de los dos tiene

intensidad cero o son paralelos , para el caso de la elíptica los vectores tienen magnitudes y direcciones diferentes.

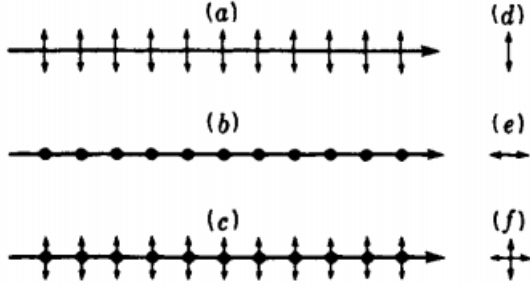


Fig. 5. representación simplificada de los distintos tipos de polarización de rayos ordinarios. (a) y (b) representan las componentes polarizadas y (c) representa un rayo que combina los rayos anteriores, para tener luz no polarizada (3)

Las propiedades de estos tipos de polarizaciones están completamente descritos por cuatro parámetros y son los llamados parámetros de Stokes. Estos fijan la intensidad de la luz no polarizada, el grado de elipticidad, la dirección del eje mayor de la elipse y el modo de orientación de la elipse (en el sentido de rotación).

4.3. Magnetometría

la medición de campos magnéticos astronómicos esta centrada en dos campos principales. El primero medido con instrumentos en el espacio exterior utilizando la ondas electromagnéticas, utilizando polarimetría, espectropolarimetría o fenómenos de interferencia, mientras que la segunda es indirecta y está basada en el efecto Zeeman del campo magnético utilizando líneas espectrales.

El efecto Zeeman describe el cambio de estructura en las líneas de emisión del espectro cuando el objeto en estudio emite campo magnético. El cambio más simple se da considerando el brinco entre orbitales , cuando ocurre esto se degenera las líneas espectrales, para estas líneas el efecto se considera como efecto Zeeman normal, el desdoblamiento de las líneas en dos o mas componentes, depende de la dirección del campo magnético con que afecte el átomo. Imaginando un electrón orbitando alrededor de un átomo, esto se puede considerar describiendo un movimiento armónico a lo largo de tres ejes coordenados cartesianos. Esto se puede ver de la siguiente forma.

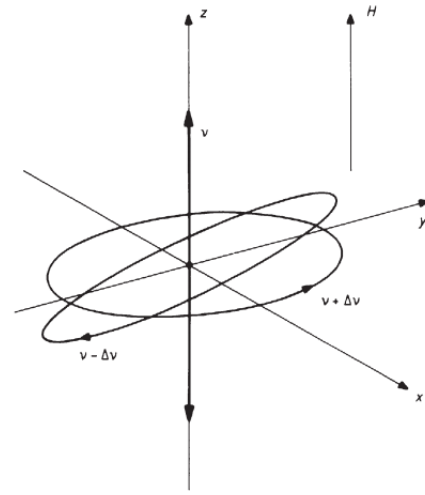


Fig. 7. Componentes del movimiento orbital del electrón en presencia del campo magnético(7)

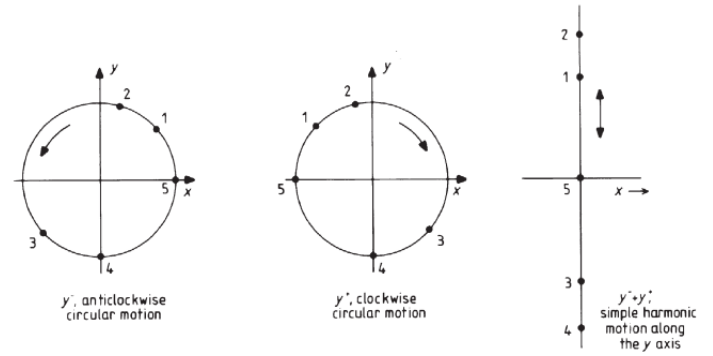


Fig. 6. Representación del movimiento del electrón en el sentido clásico(7)

Cuando el campo magnético es aplicado el radio del movimiento circular se mantiene sin cambios, pero sus frecuencias si se altera, si ν es la frecuencia original del movimiento circular y H es el campo magnético, las nuevas frecuencias están dadas por ν^+ , ν^-

$$\nu^+ = \nu + \Delta\nu \quad \nu^- = \nu - \Delta\nu$$

donde

$$\Delta\nu = \frac{eH}{4\pi mc}$$

se puede combinar estas dos frecuencias de las componentes x y y para convertirse en movimientos elípticos, en el plano xy a la frecuencia $\nu + \Delta\nu$, se tiene entonces un esquema [figura 7] que representa la trayectoria tras aplicar el campo magnético .

EL fenómeno físico que medimos sera el brinco entre orbitales que da cuenta de la energía que emiten los proceso después de ser afectado por los campos magnéticos se representa esquemáticamente [figura 9]. El desdoblamiento en las líneas espectrales está dado por la siguiente expresión.

$$\Delta\nu = \frac{e}{4\pi mc} MgH$$

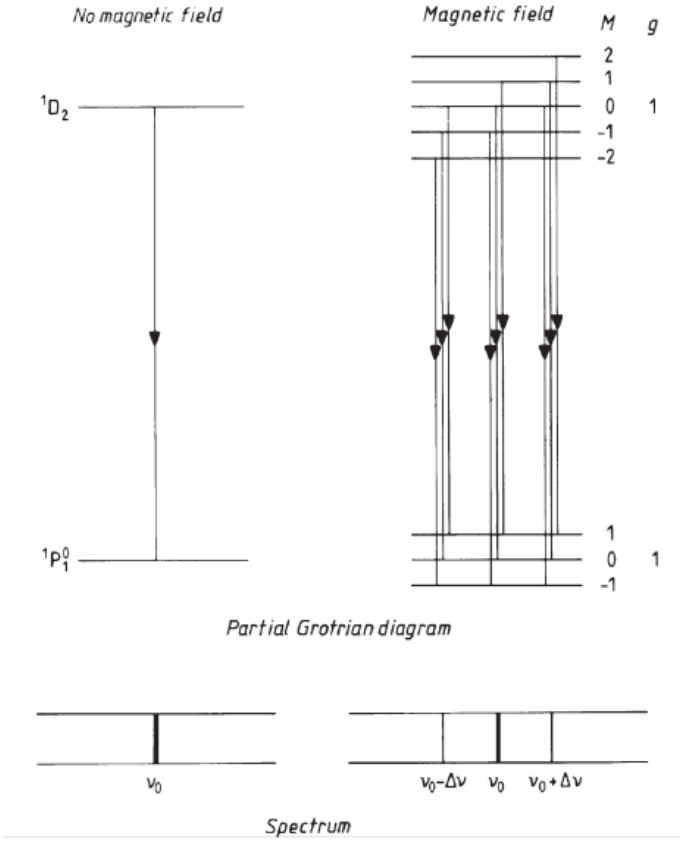


Fig. 8. Explicación cuántica del efecto Zeeman normal (7)

$$\Delta\nu = 1.40 \times 10^{10} MgH \text{ HzT}^{-1}$$

Considerando una regla de selección $M = 0, \pm 1$, podemos medir efectivamente el campo magnético a través de el desdoblamiento de las líneas espectrales.

Utilizando efecto Zeeman y técnicas computacionales se tienen mediciones del campo magnético en estrellas, como ejemplo se muestra al Sol. Un magnetograma que evidencia la medida de campo magnético. En la imagen se evidencian dos tonalidades blanco y negro, en donde cada uno hace referencia a la polaridad del campo que se mapea en la imagen, blanco el campo que va hacia afuera y negro hacía afuera.

Para estudiar los campos estelares se utilizan espectros, el sol por su cercanía, se puede estudiar a profundidad a partir de tales esquemas. Para objetos mucho más lejanos se hace necesarias la técnicas descritas, inclusive, existen varias que no se recopilan, pero que pretender estudiar de manera amplia el espectro y conformación del magnetismo estelar en la profundidad del universo, la meta ahora es tratar a nivel local como observatorio astronómico poner en marcha proyecto encaminados al estudio del campo magnético del universo, en principio del sol, pero luego a través de las componentes principales de la astronomía entrar en la caracterización de los diferentes elementos que se constituyen de plasma.

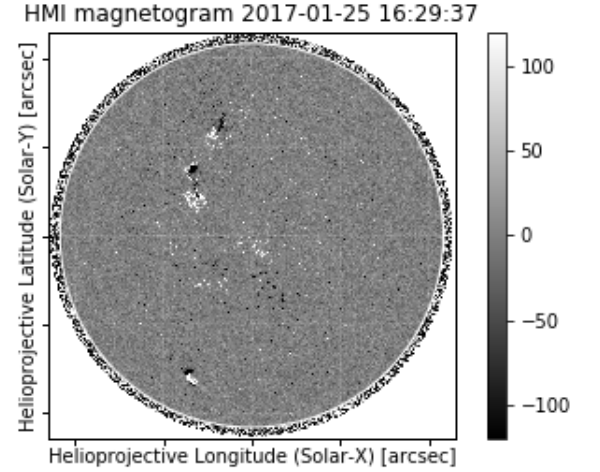


Fig. 9. Magnetograma del disco solar tomada el 8 de Junio de 2017, con el instrumento SDO <https://sdo.gsfc.nasa.gov/data/>

5. Comentarios

La física y la ciencia en general nace principalmente de dos consideraciones fundamentales. Para empezar se considera el análisis, en segundo lugar la inducción, síntesis. La primera consideración se toma a través de los constituyentes de la materia la física de partículas, física nuclear y física del estado sólido. Si seguimos subiendo en la escala jerárquica nos encontramos con la física de la materia en la cual se posa como herramienta principal la mecánica estadística, la materia condensada, hidrodinámica, astrofísica y física del plasma, tal de nuestro particular interés. A partir de este punto consideramos que la física del plasma, la cual es la responsable de producir los campos magnéticos estelares es la confluencia de dos pilares de la física, siendo estos dos la astrofísica y la física del plasma. Es de considerar como el principal desafío intelectual entender y describir la materia y los procesos de la materia en condiciones extremas. Aún queda mucho descubrir en la gran concepción del universo, pero para esto se hace necesario ahondar cada vez más en la construcción de la ciencia.

References

- [1]
- [2] Martin Bo Nielsen (auth.). *Differential Rotation in Sun-like Stars from Surface Variability and Asteroseismology*. Springer Theses. Springer International Publishing, 1 edition, 2017.
- [3] Harvey White Francis Jenkins. *Fundamentals of optics*. McGraw-Hill Science/Engineering/Math, 4 edition, 2001.
- [4] G. E. Hale. On the probable existence of a magnetic field in sun-spots. *The Astrophysical Journal*, 28, 1908.
- [5] John David Jackson. *Classical Electrodynamics Third Edition*. Wiley, 3 edition, 1998.
- [6] G. E. Hale; F. Ellerman; S. B. Nicholson; A. H.. Joy. The magnetic polarity of sun-spots. *The Astrophysical Journal*, 49, 1919.
- [7] C.R. Kitchin. *Astrophysical techniques*. Institute of Physics Pub, 4th ed edition, 2003.
- [8] James MacLachlan. *Galileo Galilei: First Physicist*. Oxford Portraits in Science. Oxford University Press, USA, 1997.
- [9] Robert W. Noyes. Stellar analogs of solar magnetic activity. *Solar physics, Springer*, 100(1-2):385–396, 1985.
- [10] Origin of stellar magnetic fields. The zeeman effect for weak magnetic fields. *Solar physics, Springer*, 18(2):425–436, 1972.
- [11] Jan Olof Stenflo. The zeeman effect for weak magnetic fields. *Solar physics, Springer*, 8(10):260–263, 1969.
- [12] Michael Stix. *The Sun: An introduction (no p.68-147)*. Springer, 2ed. edition, 2004.
- [13] K. Shibata T. Tajima. *Plasma astrophysics*, volume 1 of *Frontiers in physics*. PERSEUS PUBLISHING, cambridge , Massachusetts, 1ed. edition, 2002.