Busca em Espaço de Estados

Jomi Fred Hübner
jomi.hubner@ufsc.br
UFSC / DAS

Introdução

Agente orientado a **meta**

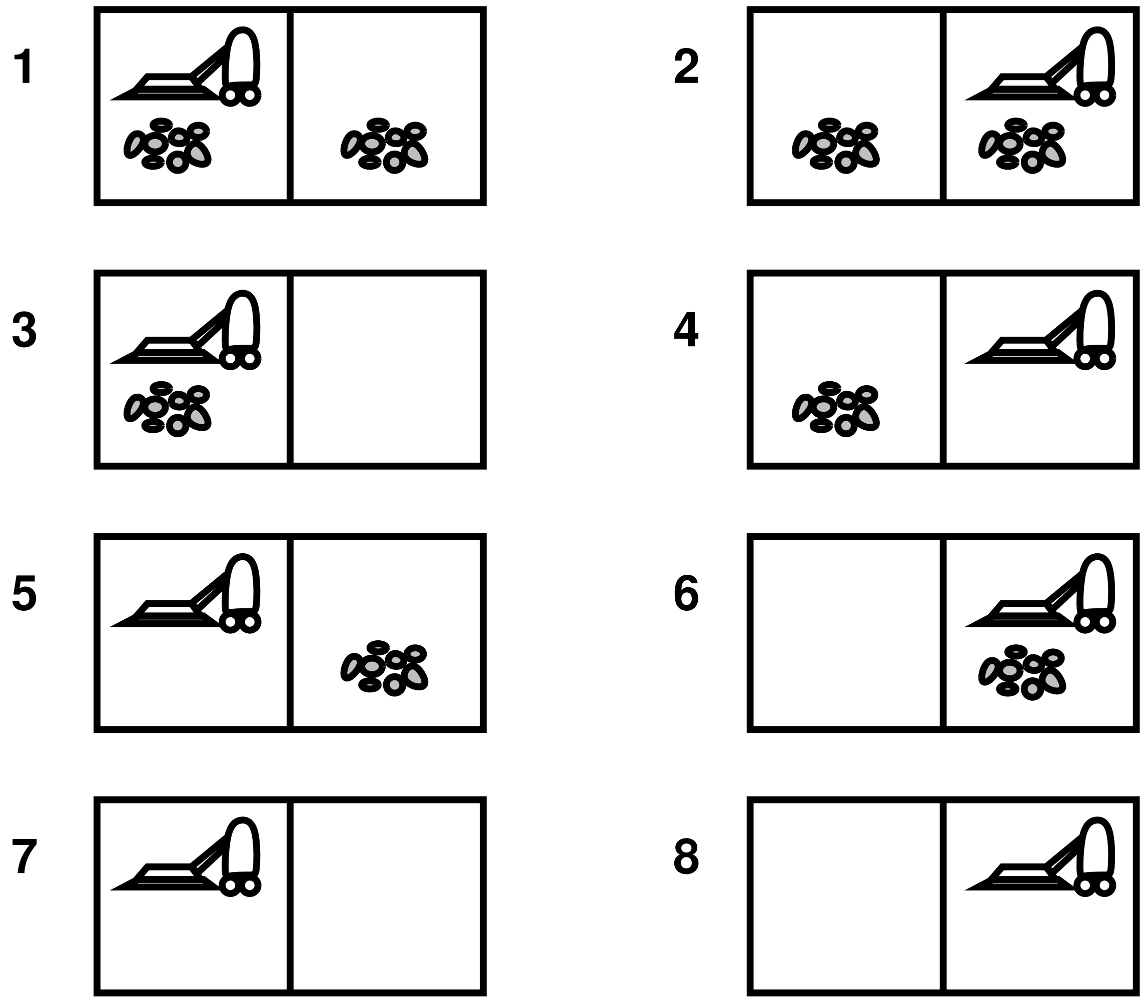
- O projetista determina que objetivo o agente deve alcançar (e não um programa a ser executado)
- É necessário que o próprio agente construa um plano de ações que atinjam seu objetivo

  (como se o próprio agente construísse seu programa)
- Exemplos: o agente aspirador de pó, um agente motorista de táxi, uma sonda espacial, ...

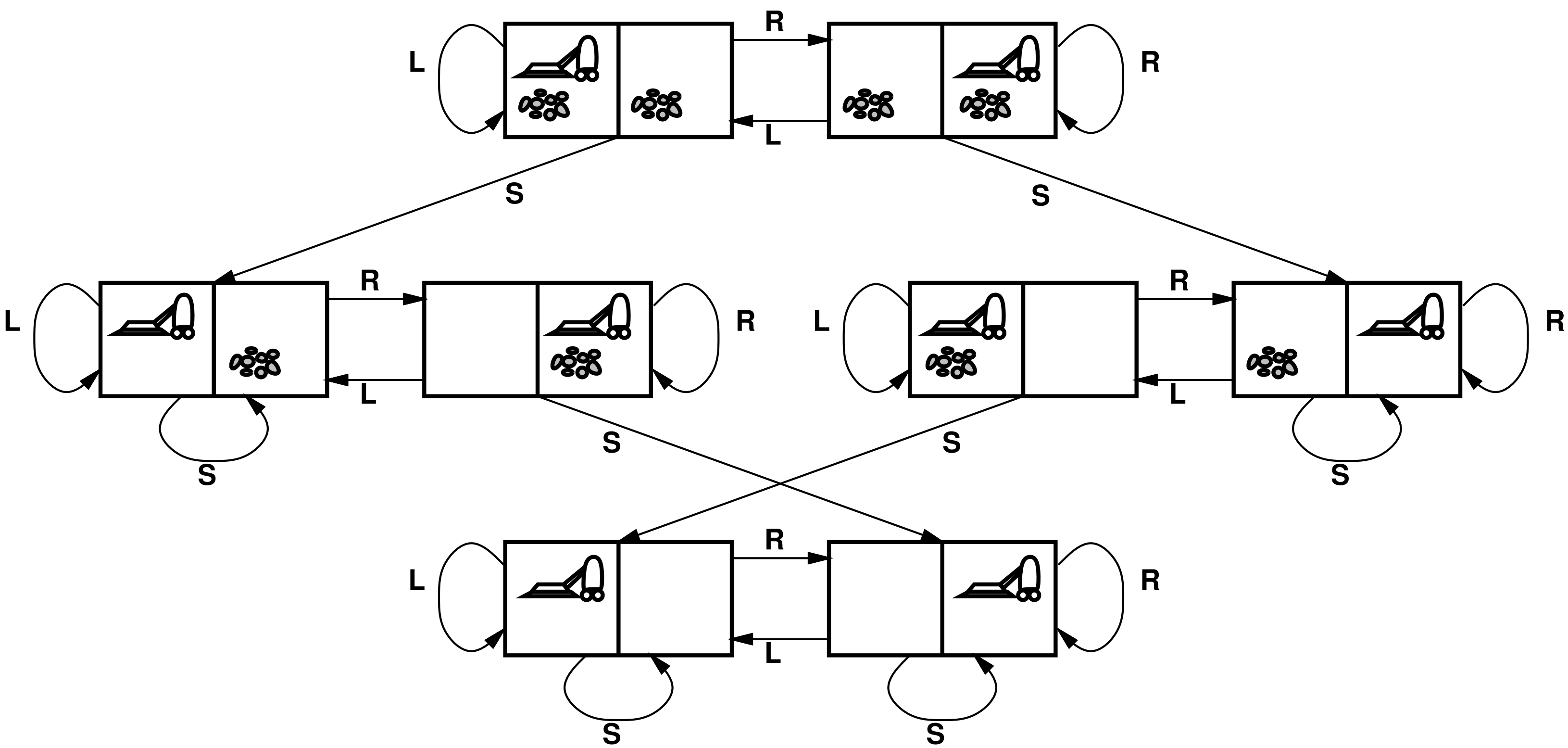
Exemplo do **aspirador de pó**

- Um robô aspirador de pó deve limpar uma casa com duas posições. Operações que ele sabe executar:
  - sugar
  - ir para a posição da esquerda
  - ir para a posição da direita
- Como o aspirador pode montar um plano para limpar a casa se inicialmente ele esta na posição direita e as duas posições têm sujeira?
  - Quais os estados possíveis do mundo do aspirador e as transições?

Estados possíveis:



Espaço de busca



O que é **busca**?

- O mundo do agente é modelado por conjunto de estados possíveis (muitas vezes este conjunto é infinito)
- Existem transições entre os estados do mundo, formando um grafo
- São utilizados algoritmos para encontrar um caminho neste grafo
  - ⋆ partindo do estado inicial (atual)
  - ⋆ até o estado objetivo

Por que **estados**?

- As informações do mundo real são absurdamente complexas, é praticamente impossível considerar todas
  - ⋆ No exemplo do aspirador, o mundo tem várias outras informações: a cor do tapete, se é dia, de que material o aspirador é feito, quanto ele tem de energia, como é o nome do/a proprietário/a, ...
- A noção de estado abstrai esses detalhes e modela somente o que é relevante para a solução do problema
- O mesmo se dá com as operações: são abstrações das operações reais (ir para a posição da direita implica em várias outras operações)

Exemplo dos **jarros**

- Temos dois jarros, um com capacidade para 4 litros de água e outro com capacidade para 3 litros.
- Utilizando somente operações de encher, esvaziar e derramar a água de um jarro no outro, o agente deve encontrar uma seqüência de operações que deixa o jarro com capacidade para 3 litros com 2 litros de água
- Quais os estados e as transições?

Busca como **desenvolvimento** de software

- No desenvolvimento de um software para resolver um problema, o projetista pode optar por várias paradigmas de modelagem do problema:
  - ⋆ O sistema é modelado por procedimentos que alteram os dados de entrada
  - ⋆ O sistema é modelado por funções
  - ⋆ O sistema é modelado por predicados
  - ⋆ O sistema é modelado por objetos
  - ⋆ ...

- Busca é mais uma forma de modelar um problema:
  - ⋆ Definir os estados
  - ⋆ Definir as transições
  - ⋆ Escolher um algoritmo de busca

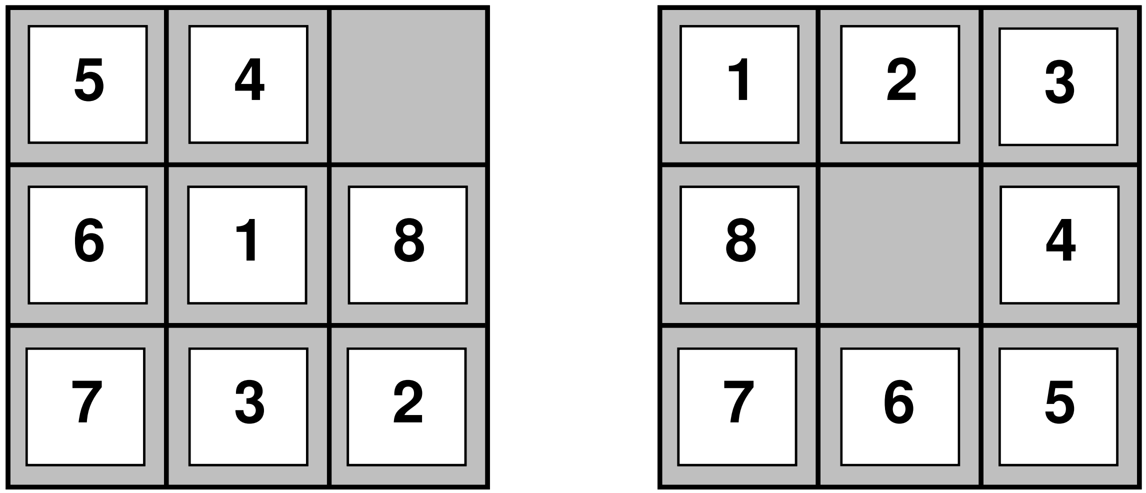
Exercício

O que é

- estado
- transição
- estado meta e
- custo da solução encontrada

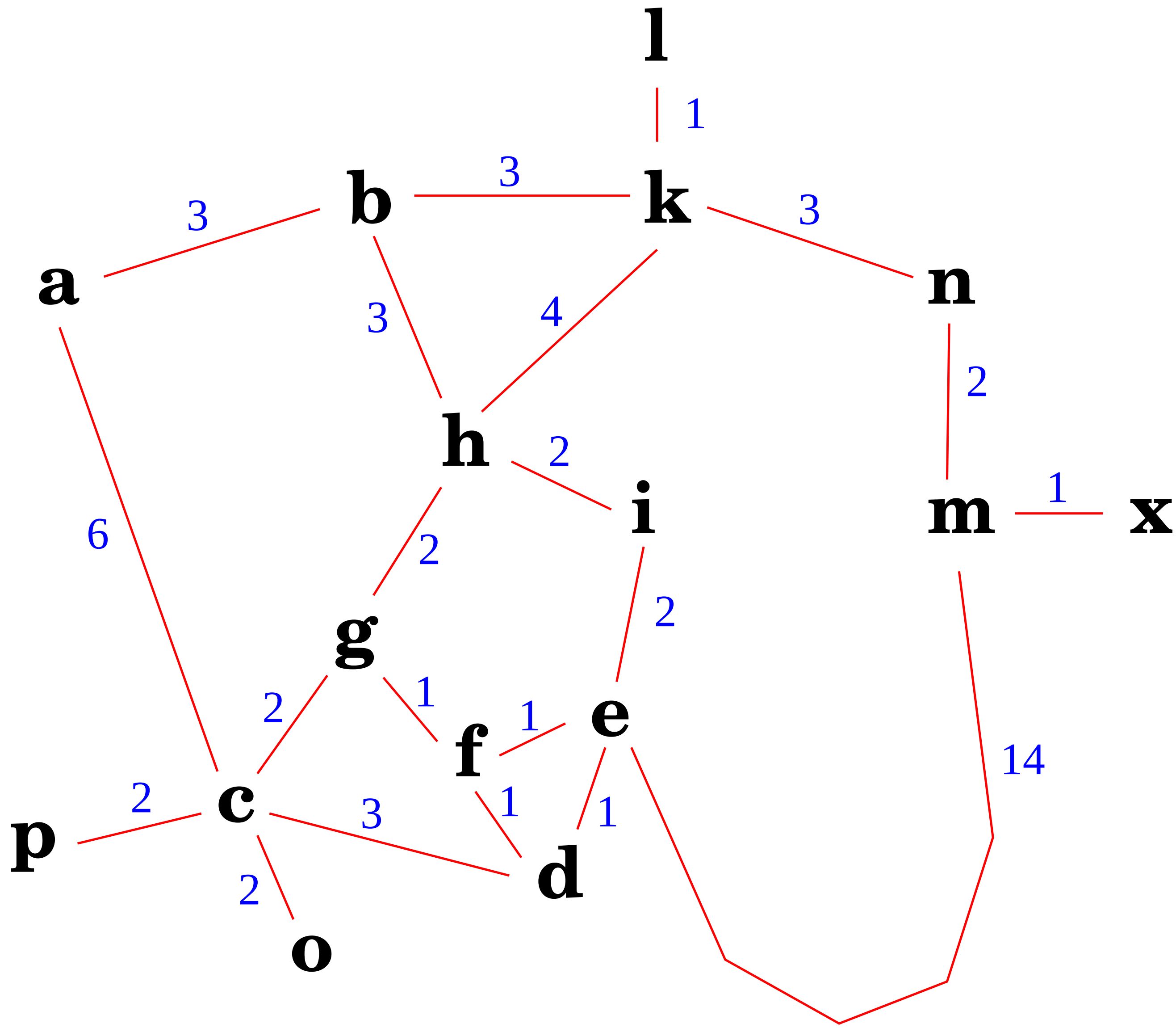
para os seguintes problemas

- 8-Puzzle



Start State Goal State

- Encontrar um caminho da cidade "i" até "x"



Algoritmos de Busca “**Cega**”

Árvore de busca

- Coloca-se o estado inicial como nodo raiz
- Cada operação sobre o estado raiz gera um novo nodo (chamado de sucessor)
- Repete-se este processo para os novos nodos até gerar o nodo que representa o estado meta
- Estratégia de busca: que nodo escolher para expandir
- Exemplo: [fazer as árvores para o exemplo do aspirador e do jarro]

Estratégias de busca

- Busca em largura: o nodo de **menor** profundidade mais a esquerda é escolhido para gerar sucessores
- Busca em profundidade: o nodo de **maior** profundidade mais a esquerda é escolhido para gerar sucessores

Nodos da árvore

- Cada nodo tem
  - o estado que representa
  - o nodo pai
  - o operador que o gerou
  - sua profundidade na árvore de busca
  - o custo de ter sido gerado (denotado por g)
  - opcionalmente, os nodos sucessores

Estratégias de poda da árvore de busca

- Um nodo não gera um sucessor igual a seu pai
- Um nodo não gera um sucessor igual a um de seus ascendentes
- Um nodo não gera um sucessor que já exista na árvore de busca

- Detalhes de implementação:
  - ⋆ Verificar se um estado já esta na árvore pode levar muito tempo
    - ∗ imagine uma árvore com milhares de estados do jogo de xadrez, cada novo estado deve ser comparado com outros milhares de estados!
  - ⋆ Ter uma tabela hash (que tem tempo de ótimo para consulta) para saber se determinado nodo existe na árvore

Algoritmo de busca em **largura**

```
function BL(Estado inicial): Nodo

PriorityQueue(g) abertos {fila ordenada por g}
abertos.add(new Nodo(inicial))
while not abertos.isEmpty() do
   Nodo n ← abertos.remove()
   if n.getEstado().éMeta() then
      return n
   end if
   abertos.add(n.sucessores())
end while
return null
```

Critérios de comparação entre os algoritmos

- Completo: o algoritmo encontra a solução se ela existir
- Ótimo: o algoritmo encontra a solução de menor custo
- Tempo: quanto tempo o algoritmo leva para encontrar a solução no pior caso
- Espaço: quanto de memória o algoritmo ocupa

Análise do algoritmo BL

- Completo: sim
- Ótimo: sim
- Tempo: explorar todos os nodos da árvore
  - ⋆ b = fator de ramificação
  - ⋆ d = profundidade do estado meta
  - ⋆ tamanho da árvore: $1 + b + b^2 + b^3 + ... + b^d$
  - ⋆ complexidade: $O(b^d)$
- Espaço: $O(b^d)$

Exemplo de **complexidade**

Prof.	**Nodos**	**Tempo**	**Memória**
0	1	1ms	100 bytes
2	111	0,1 seg	11 Kbytes
4	11.111	11 seg	1 Mbyte
6	10^6	18 min	111 Mbytes
8	10^8	31 horas	11 Gbytes
12	10^{12}	35 anos	111 Tbytes
14	10^{14}	3500 anos	11.111 Tbytes

($b = 10$, 1000 nodos por segundo, 100 bytes por nodo)

Algoritmo de busca em **profundidade**

```
function BP(Estado inicial, int m): Nodo
Stack abertos
abertos.add(new Nodo(inicial))
while not abertos.isEmpty() do
   Nodo n ← abertos.remove()
   if n.getEstado().éMeta() then
      return n
   end if
   if n.getProfundidade() < m then
      abertos.add(n.sucessores())
   end if
end while
return null
```

Análise do algoritmo BP

- Completo: não (caso a meta esteja em profundidade maior que m)

  Se $m = \infty$, é completo se o espaço de estados é finito e existe poda para não haver loops entre as operações

- Ótimo: não

- Tempo: explorar $O(b^m)$ nodos (ruim se m é muito maior que d)

- Espaço: guardar $O(bm)$ nodos. (em profundidade 12, ocupa 12 Kbytes!)

Algoritmo de busca em profundidade **iterativo**

function BPI(Estado *inicial*): Nodo

int $p \leftarrow 1$

loop

  Nodo $n \leftarrow$ BP(*inicial*, p)

  if $n \neq$ **null then**

    return n

  end if

  $p \leftarrow p + 1$

end loop

Análise do algoritmo BPI

- Completo: sim
- Ótimo: sim

  se todas as ações tem o mesmo custo
- Tempo: explorar $O(b^d)$ nodos
- Espaço: guardar $O(bd)$ nodos.

Algoritmo de busca em **Bidirecional**

function BBD(Estado *inicial*, *meta*): Nodo

Queue *abCima*, *abBaixo*

abCima.add(new Nodo(*inicial*))

abBaixo.add(new Nodo(*meta*))

while not (*abCima*.empty() and *abBaixo*.empty()) do

  Nodo $n \leftarrow$ *abCima*.remove() {verifica lista de cima}

  if *n*.getEstado() $\in$ *abBaixo* then return *meta* end if

  abCima.add(*n*.sucessores())

  $n \leftarrow$ *abBaixo*.remove() {verifica lista de baixo}

  if *n*.getEstado() $\in$ *abCima* then return *meta* end if

  abBaixo.add(*n*.antecessores())

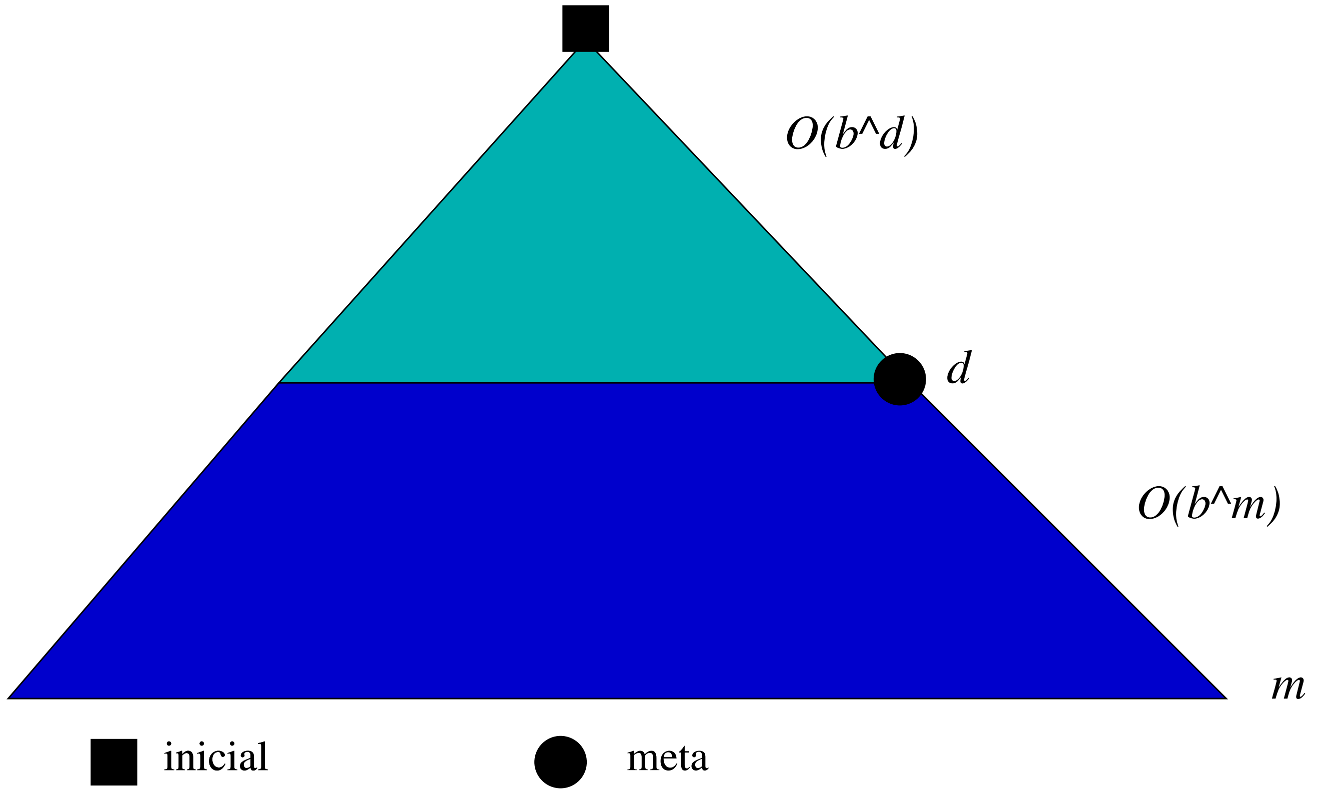
end while

return null

Análise do algoritmo BBD

- Completo: sim
- Ótimo: sim
- Tempo: explorar $O(b^{d/2})$ nodos
- Espaço: guardar $O(b^{d/2})$ nodos
- Observação: deve ser possível gera antecessores

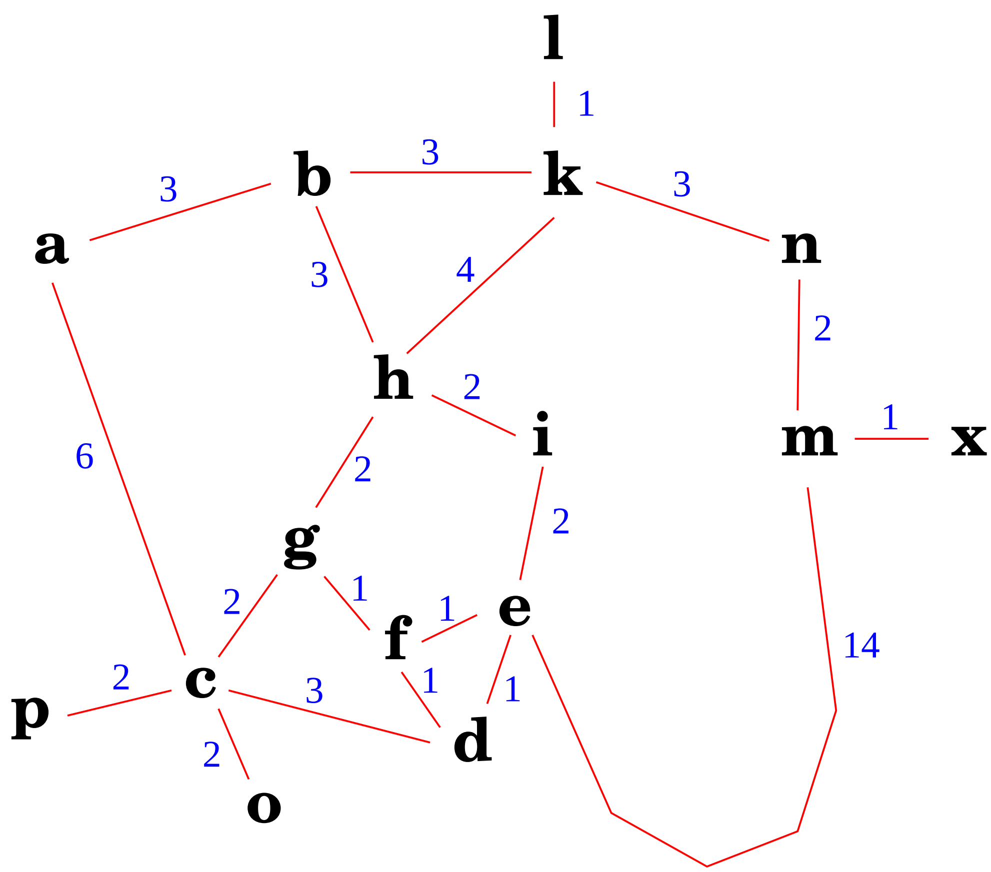
Resumo



	BL	**BP**	**BPI**	**BBD**
Completo	sim	não	sim	sim
Ótimo	sim	não	sim	sim
Tempo	$O(b^d)$	$O(b^m)$	$O(b^d)$	$O(b^{d/2})$
Espaço	$O(b^d)$	$O(bm)$	$O(bd)$	$O(b^{d/2})$

Algoritmos de Busca “**Inteligente**”

Exemplo: ir de “h” para “o” (com BL)



A árvore de busca gerada é “inteligente”?

Heurística

- Heurística: Estimativa de custo até a meta. (denotado pela função $h : Estados \rightarrow Reais$)
- No exemplo das cidades, poderia ser a distância em linha reta
- Algoritmo de busca gananciosa: retira de abertos sempre o nodo com menor estimativa de custo
  - ⋆ Refazer a busca de um caminho entre "h" e "o". **ótimo**!
  - ⋆ Refazer a busca de um caminho entre "i" e "x". **não** ótimo!

Busca **A***

- **Idéia**: Evitar explorar caminhos que **já** estão muito caros e preferir os que têm menor expectativa de custo.
- Utilizar na escolha de um nodo da lista de abertos
  - ⋆ tanto a estimativa de custo de um nodo ($h(n)$)
  - ⋆ quanto o custo acumulado para chegar no nodo ($g(n)$)

  $f(n) = g(n) + h(n)$
- Refazer a busca de um caminho entre “i” e “x” utilizando f.

Algoritmo de busca **A***

Function BA*(Estado *inicial*): Nodo

```
PriorityQueue(f) abertos = [ new Nodo(inicial) ]
while abertos ≠ ∅ do
    n ← abertos.remove()
    if n.getEstado().éMeta() then
        return n
    else
        abertos.add(n.sucessores())
return null
```

Propriedades da função h

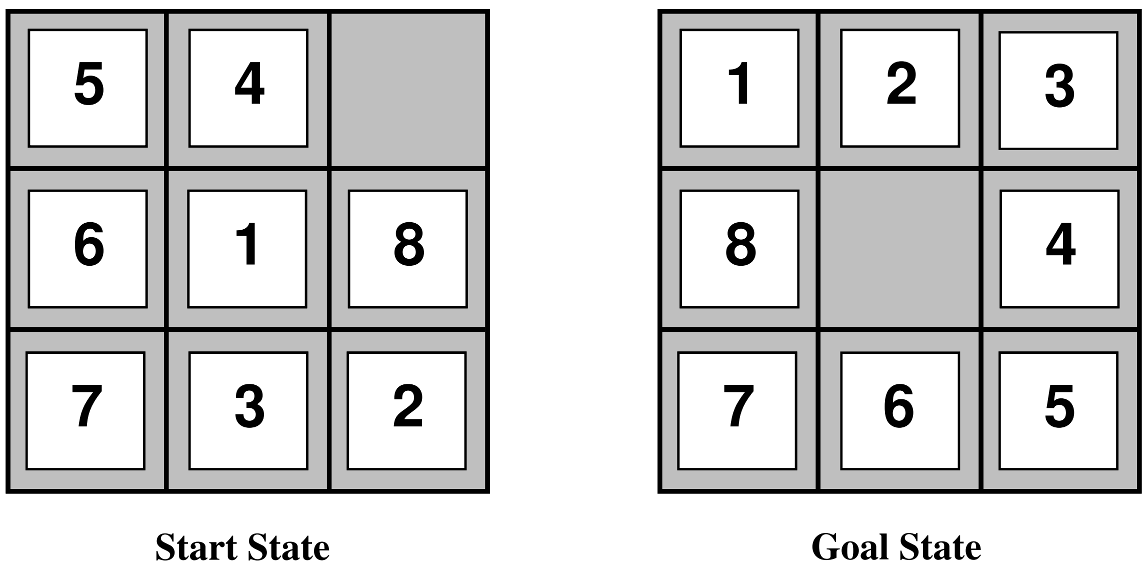
- Supondo que o valor de h, no exemplo das cidades, é dados por 10 * a distância em linha reta
- O algoritmo A* ainda é ótimo?
- $h(n)$: estimativa de custo de n até a meta
- $h^*(n)$: custo real de n até a meta
- Se $h(n) \leq h^*(n)$, então h é admissível.
- Se h é admissível, o algoritmo A* é ótimo!

Análise do algoritmo A*

- Completo: **sim**
- Ótimo: **sim** (se h é admissível)
- Tempo: explorar $O(b^d)$ nodos no pior caso (quando a heurística é “do contra”)
- Espaço: guardar $O(b^d)$ nodos no pior caso.

Exercício

- Determine uma heurística para o problema 8-Puzzle e verifique se é admissível.



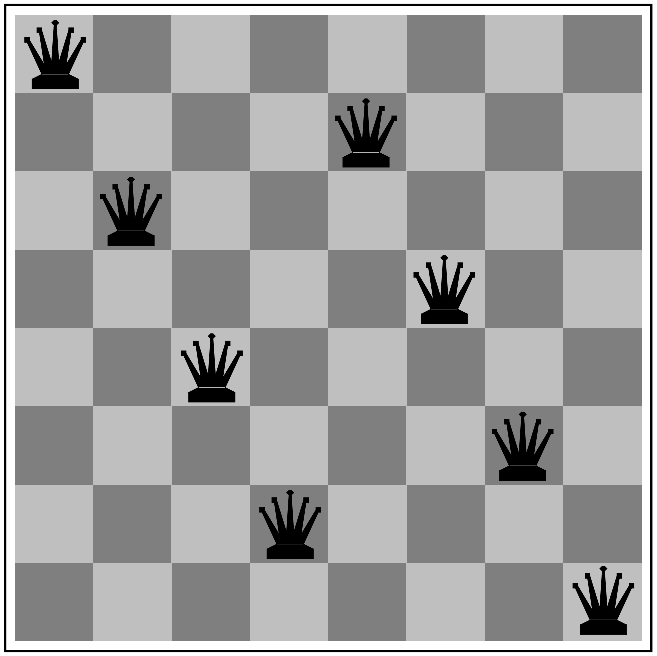
- $\star$ h_1: número de peças fora do lugar
- $\star$ h_2: distância de cada peça de seu lugar
- $\star$ h_3: peças fora da formação de caracol
- $\star$ $h_4 = h_2 + h_3$

Complexidade no problema 8-puzzle

	número de abertos			fator ramificação		
d	BPI	A*(h_1)	A*(h_2)	BPI	A*(h_1)	A*(h_2)
2	10	6	6	2.45	1.79	1.79
4	112	13	12	2.87	1.48	1.45
8	6384	39	25	2.80	1.33	1.24
12	364404	227	73	2.78	1.42	1.24
16	–	1301	211	–	1.45	1.25
20	–	7276	676	–	1.47	1.27
24	–	39135	1641	–	1.48	1.26

Exercício

- Determine uma heurística para o problema das 8-rainhas e verifique se é admissível.



Algoritmo **Subida da Montanha-1**

Idéia: escolher sempre o sucessor melhor

Function BSM-1(Estado *inicial*): Estado

$atual \leftarrow inicial$
while true **do**
    $prox \leftarrow$ melhor sucessor de $atual$ (segundo h)
    if $h(prox) \geq h(atual)$ **then**
        return $atual$
    else
        $atual \leftarrow prox$

Análise do algoritmo BSM-1

- Não mantém a árvore (logo, não pode retornar o caminho que usou para chegar à meta).
- Completo: **não** (problema de máximos locais)
- Ótimo: não se aplica
- Tempo: **?**
- Espaço: **nada**!

Algoritmo **Subida da Montanha-2**

Function BSM-2(Estado $inicial$): Estado

```
atual ← inicial
while true do
    prox ← melhor sucessor de atual (segundo h)
    if h(prox) ≥ h(atual) then
        if atual.éMeta() then return atual

        else atual ← estado gerado aleatoriamente

    else
        atual ← prox
```

Análise do algoritmo BSM-2

- Completo: **sim** (se a geração de estados aleatórios distribuir normalmente os estados gerados)
- Ótimo: não se aplica
- Tempo: **?**
- Espaço: **nada**!

Material de **consulta**

- Capítulos 3 e 4 do livro do Russell & Norvig
- Implementação dos algoritmos disponível em
  `http://jomi.das.ufsc.br/ia`