

## Distância Ortodrômica

A distância ortodrômica corresponde ao comprimento da trajetória mais curta entre dois pontos de uma superfície esférica e é aquela que, de forma aproximada, é percorrida pelas aeronaves quando se deslocam entre dois *waypoints* consecutivos. Para dois pontos não antipodais numa superfície esférica, esta distância corresponde ao comprimento do segmento mais curto do círculo máximo que os une, que pode ser obtido com base na definição de produto interno.

Atendendo a que  $(\phi_A, \lambda_A)$  e  $(\phi_B, \lambda_B)$  correspondem ao par (latitude, longitude) dos pontos  $A$  e  $B$  respetivamente, que  $R = \|\vec{r}_A\| = \|\vec{r}_B\|$  corresponde à distância destes pontos ao centro da Terra e tendo em conta o esquema vetorial da Figura X e o sistema de coordenadas cartesiano geodésico  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  representado, temos que:

$$\vec{r}_A = R(\cos \phi_A \cos \lambda_A, \cos \phi_A \sin \lambda_A, \sin \phi_A)(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$$

$$\vec{r}_B = R(\cos \phi_B \cos \lambda_B, \cos \phi_B \sin \lambda_B, \sin \phi_B)(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$$

O ângulo  $\alpha$  entre estes dois vetores pode ser obtido pelo produto interno de ambos:

$$\vec{r}_A \cdot \vec{r}_B = \|\vec{r}_A\| \cdot \|\vec{r}_B\| \cos \alpha$$

$$\alpha = \cos^{-1} \left( \frac{\vec{r}_A \cdot \vec{r}_B}{\|\vec{r}_A\| \cdot \|\vec{r}_B\|} \right)$$

$$\alpha = \cos^{-1}(\sin \phi_A \sin \phi_B + \cos \phi_A \cos \phi_B \cos(\lambda_B - \lambda_A))$$

Pelo que o arco de circunferência entre os dois pontos - que corresponde à distância ortodrômica  $d$  - é trivialmente obtido pela seguinte expressão, com  $\alpha$  em radianos:

$$d = R\alpha$$