

# Übungen - Bildgenierung

## Übung 06.

Jose Jimenez

Angewandte Informatik  
Bergische Universität Wuppertal

December 6, 2022



# Table of Contents

- 1 Aufgabe 15: Painter's Algorithm
- 2 Aufgabe 16: Silhouetten-Algorithmus
- 3 Aufgabe 17: z-Buffer-Verfahren



# Aufgabe 15: Painter's Algorithm

Kabinnet-Projektion.

**Kabinnet Projektion.** Die s- und die f-Achse waagerecht bzw. senkrecht dargestellt werden und die t-Achse um  $30^\circ$  geneigt und um den Faktor  $\frac{1}{2}$  verkürzt ist.



# Aufgabe 15: Painter's Algorithm

Kabinnet-Projektion.

**Kabinnet Projektion.** Die s- und die f-Achse waagerecht bzw. senkrecht dargestellt werden und die t-Achse um  $30^\circ$  geneigt und um den Faktor  $\frac{1}{2}$  verkürzt ist.

- $s \rightarrow x$ .
- $f \rightarrow y$ .
- $t \rightarrow z$ .

**z ist die Projektionachse.** Wir wollen die Projektion in die x-y-Ebene machen.



# Aufgabe 15: Painter's Algorithm

Schiefe Projektionen.

**Kabinnet-Projektion.** Die x- und die y-Achse waagerecht bzw. senkrecht dargestellt werden und die z-Achse um  $30^\circ$  geneigt und um den Faktor  $\frac{1}{2}$  verkürzt ist.

Die Kabinnet Projektion ist Spezialfall von **Schiefe Projektionen**.

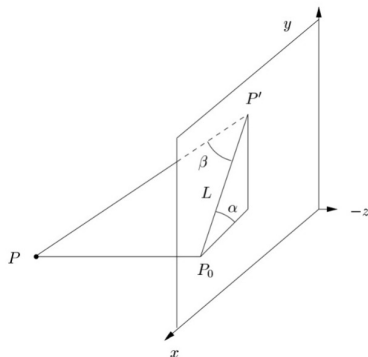


# Aufgabe 15: Painter's Algorithm

Schiefe Projektionen.

**Kabinnet-Projektion.** Die  $x$ - und die  $y$ -Achse waagerecht bzw. senkrecht dargestellt werden und die  $z$ -Achse um  $30^\circ$  geneigt und um den Faktor  $\frac{1}{2}$  verkürzt ist.

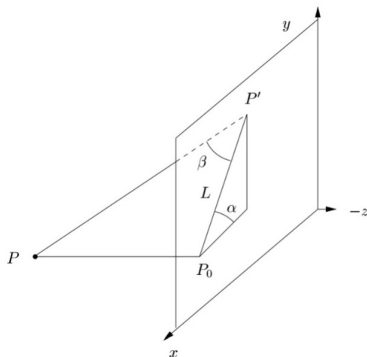
Die Kabinnet Projektion ist Spezialfall von **Schiefe Projektionen**.



# Aufgabe 15: Painter's Algorithm

## Schiefe Projektionen.

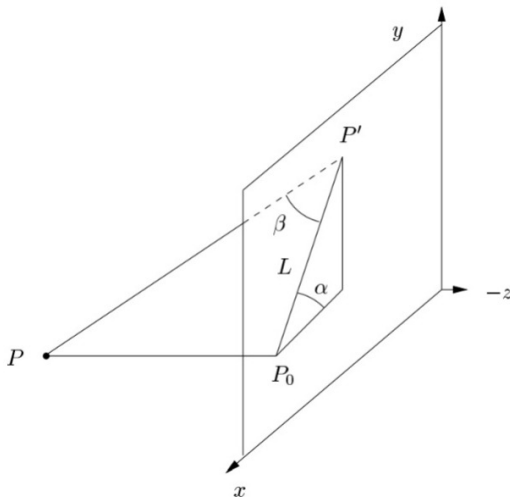
Bei den **schiefen Parallelprojektionen** stehen die Sehstrahlen nicht normal auf der Bildebene, sondern schneiden sie unter dem Winkel  $\beta$ . Die schiefe Projektion auf die  $xy$ -Ebene entspricht einer Scherung der  $x$ - und  $y$ -Koordinaten proportional zu  $z$ .



# Aufgabe 15: Painter's Algorithm

Schiefe Projektionen.

Die Kabinnet Projektion ist Spezialfall von **Schiefe Projektionen**.

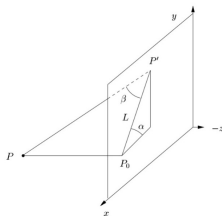




# Aufgabe 15: Painter's Algorithm

Schiefe Projektionen.

Die Kabinnet Projektion ist Spezialfall von **Schiefe Projektionen**.



$$x' = x \pm z[d\cos(\alpha)]$$

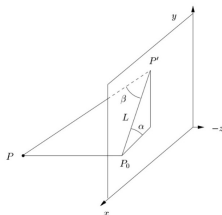
$$y' = y \pm z[d\sin(\alpha)]$$

$$d = \frac{1}{2}$$

# Aufgabe 15: Painter's Algorithm

Schiefe Projektionen.

Die Kabinnet Projektion ist Spezialfall von **Schiefe Projektionen**.



$$x' = x \pm z[d\cos(\alpha)]$$

$$y' = y \pm z[d\sin(\alpha)]$$

$$d = \frac{1}{2}$$

$$spar = \begin{pmatrix} 1 & sx & 0 \\ 0 & sy & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



# Aufgabe 15: Painter's Algorithm

Kabinett Projektion.

Erzeugt die Matrix zur Parallelprojektion in gegebener Richtung mit gegebenem Projektionsfenster  $[u_{min}; u_{max}] \times [v_{min}; v_{max}]$  in das Einheitsquadrat...

**Dafür brauchen wir:**

① Verschiebung Matrix  $T$

② Skalierung Matrix  $S$

Die Skalierungsfaktor ist  $s_x = \frac{1}{u_{max} - u_{min}}$  und  $s_y = \frac{1}{v_{max} - v_{min}}$



# Aufgabe 15: Painter's Algorithm

Kabinett Projektion.

Dann, die **Matrix zur Parallelprojektion** lautet:

$$m_{par} = S \times T \times spar.$$

C++



# Aufgabe 15: Painter's Algorithm

Painter's algorithm.

```
void erzeugeFlaeche(double xmin, double xmax, double zmin, double zmax,  
                    int num, const std::function<double(double, double)>& func,  
                    std::vector<Dreieck>& dreiecke ){
```

*/\* Der vector dreiecke enthält alle zu zeichnenden Dreiecke*

*Zu jedem Dreieck gehören die Eckpunkte und die Farbe*

*wichtig: Die Dreiecke müssen von hinten nach vorne gezeichnet*

*werden, weil sie einfach überzeichnen und kein z-Buffer verwendet wird.*

*Eingabe:*

*xmin, xmax, zmin, zmax - Ausdehnung der Fläche*

*num - Anzahl der Flächen-Stücke in jede Richtung*

*- Jedes Flächen-Stück besteht aus zwei Dreiecken.*

*func - auszuwertende Funktion:  $y = func(x, z)$*

*Hinweis:*

*s-Achse entspricht x                      f-Achse entspricht y*

*t-Achse entspricht z                      mit  $f(s, t)$  ergibt sich also  $y(x, z)$*


*in unserem Koordinatensystem      \*/*

}

Y. L. W.

```
void erzeugeFlaeche(...)
```

```
{
```

 Von hinten nach vorne. Hängt stark von der Blickrichtung ab.

```
for (int z = 0; z < num; ++z){
```

```
}
```



# Aufgabe 15: Painter's Algorithm

Painter's algorithm.

```
void erzeugeFlaeche(...)
{
    for (int z = 0; z < num; ++z){
        for (int x = 0; x < num; ++x)
        {
            // Jedes Viereck besteht aus zwei Dreiecken.
            Dreieck d1, d2;
        }
    }
}
```



# Aufgabe 15: Painter's Algorithm

Painter's algorithm.

```
void erzeugeFlaeche(...){
    for (int z = 0; z < num; ++z){
        for (int x = 0; x < num; ++x){
            // Jedes Viereck besteht aus zwei Dreiecken.
            Dreieck d1, d2;

            // Berechne Koordinaten im Raum.
            // 0 xmin, num xmax, Steigung ist dann (xmax - xmin) / num
            // z analog.
            double xl = xmin + x * (xmax - xmin) / num;
            double xh = xmin + (x + 1) * (xmax - xmin) / num;
            double zl = zmin + z * (zmax - zmin) / num;
            double zh = zmin + (z + 1) * (zmax - zmin) / num;
        }
    }
```





# Aufgabe 15: Painter's Algorithm

Painter's algorithm.

```
void erzeugeFlaeche(...){
    for (int z = 0; z < num; ++z){
        for (int x = 0; x < num; ++x){
            // Jedes Viereck besteht aus zwei Dreiecken.
            Dreieck d1, d2;

            double xl = xmin + x * (xmax - xmin) / num;
            double xh = xmin + (x + 1) * (xmax - xmin) / num;
            double zl = zmin + z * (zmax - zmin) / num;
            double zh = zmin + (z + 1) * (zmax - zmin) / num;
            // Berechne Funktionswerte und erzeuge 3D-Punkte (4D-hom.) mit
            // Funktionswert als y-Koordinate.
            Vec4D p1(xl, func(xl, zl), zl, 1);
            Vec4D p2(xl, func(xl, zh), zh, 1);
            Vec4D p3(xh, func(xh, zl), zl, 1);
            Vec4D p4(xh, func(xh, zh), zh, 1);
        }
    }
}
```

# Aufgabe 15: Painter's Algorithm

Painter's algorithm.

```
void erzeugeFlaeche(...){
    for (int z = 0; z < num; ++z){
        for (int x = 0; x < num; ++x){
            Dreieck d1, d2;

            double xl = xmin + x * (xmax - xmin) / num;
            double xh = xmin + (x + 1) * (xmax - xmin) / num;
            double zl = zmin + z * (zmax - zmin) / num;
            double zh = zmin + (z + 1) * (zmax - zmin) / num;
            Vec4D p1(xl, func(xl, zl), zl, 1);
            Vec4D p2(xl, func(xl, zh), zh, 1);
            Vec4D p3(xh, func(xh, zl), zl, 1);
            Vec4D p4(xh, func(xh, zh), zh, 1);
            // Weise Punkte zu Dreiecken zu. (Assign)
            d1.ecke[0] = p1; d1.ecke[1] = p2; d1.ecke[2] = p3;

            d2.ecke[0] = p2; d2.ecke[1] = p4;    d2.ecke[2] = p3;
        }
    }
}
```

# Aufgabe 15: Painter's Algorithm

Painter's algorithm.

Farbe?



# Aufgabe 16 Silhouetten-Algorithmus

## Silhouetten-Algorithmus

Relativ einfach ...

```
Matrix4x4 berechneMpar(double umin, double umax, double vmin, double vmax,  
                        double& ratio)
```

```
void erzeugeKurven(double xmin, double xmax, double zmin, double zmax,  
                  int num, int pieces,  
                  const std::function<double(double,double)>& func,  
                  std::vector<std::vector<Vec3D>>& kurven )
```

Rahmen Program



# Aufgabe 16 Silhouetten-Algorithmus

## Silhouetten-Algorithmus

```
// Erzeuge Kurven als Menge von Punkten in x-Richtung; fester Abstand  
// der Kurven zueinander in z-Richtung.  
for (int z = 0; z < num; ++z)  
{  
    // Speichere rückwärts. Mit zunehmendem z bewegen wir uns von  
    // hinten\ nach vorne\.  
    kurven[num - z - 1].resize(pieces + 1);  
}
```

Wie Früher, wir brauchen die x- und z- Koordinaten.

$$posz = z_{min} + (z_{max} - z_{min}) \frac{z}{num}$$



# Aufgabe 16 Silhouetten-Algorithmus

## Silhouetten-Algorithmus

```
// Erzeuge Kurven als Menge von Punkten in x-Richtung; fester Abstand  
// der Kurven zueinander in z-Richtung.  
for (int z = 0; z < num; ++z) {  
    // Speichere rückwärts. Mit zunehmendem z bewegen wir uns von  
    // hinten\ nach vorne\.  
    kurven[num - z - 1].resize(pieces + 1);
```

Wie Früher, wir brauchen die x- und z- Koordinaten.

$$p_z = z_{min} + (z_{max} - z_{min}) \frac{z}{num}.$$

Einzelne Kurve, konstantes z, verbundene Punkte in x.

$$p_x = x_{min} + (x_{max} - x_{min}) \frac{x}{pieces}.$$

Natürlich x in einer for-Schleife...

# Aufgabe 16 Silhouetten-Algorithmus

## Silhouetten-Algorithmus

```
// Erzeuge Kurven als Menge von Punkten in x-Richtung; fester Abstand  
// der Kurven zueinander in z-Richtung.  
for (int z = 0; z < num; ++z) {  
    // Speichere rückwärts. Mit zunehmendem z bewegen wir uns von  
    // hinten\ nach vorne\.  
    kurven[num - z - 1].resize(pieces + 1);
```

Wie Früher, wir brauchen die x- und z- Koordinaten.

$$p_z = z_{min} + (z_{max} - z_{min}) \frac{z}{num}.$$

Einzelne Kurve, konstantes z, verbundene Punkte in x.

$$p_x = x_{min} + (x_{max} - x_{min}) \frac{x}{pieces}.$$

Natürlich x in einer for-Schleife...

Speichere rückwärts!!! **C++**



## Aufgabe 17 (z-Buffer-Verfahren)

Wir sollen 2 Funktionen implementieren...

[illegible]



## clip3DPoint

Wir sollen 2 Funktionen implementieren... Die Erste:

[illegible]

## Der Kanonishcer Bildraum:

$$\begin{aligned} z &\in [-1, z_{min}] \\ x &\in [-z, z] \\ y &\in [-z, z] \end{aligned} \quad (1)$$

$z$ -Koordinate und  $z_{min}$  sind negativ,  $z_{min} > -1$ .



# Aufgabe 17 (z-Buffer-Verfahren)

clip3DPoint

Der Kanonische Bildraum:

$$\begin{aligned}z &\in [-1, z_{min}] \\x &\in [-z, z] \\y &\in [-z, z]\end{aligned}\tag{2}$$

$z$ -Koordinate und  $z_{min}$  sind negativ,  $z_{min} > -1$ .

Bedingungen für Lage des Punktes **p** AUSSERHALB des kanonischen Bildraums?



## clip3DPoint

$$z \in [-1, z_{min}], \quad x \in [-z, z], \quad y \in [-z, z].$$

```
bool clip3DPoint(const Vec3D& p, double zmin)
{
    // 3D-Clipping im kanonischen Bildraum der Zentralprojektion
    // hier für einen einzelnen Punkt statt einer Linie.
    if (
        p.el[2] < -1           // weiter weg als z=-1
        || p.el[2] > zmin      // näher als z=zmin
        || p.el[0] < p.el[2]   // links der linken Kappungsebene
        || p.el[0] > -p.el[2]  // rechts der rechten Kappungsebene
        || p.el[1] < p.el[2]   // unterhalb der unteren Kappungsebene
        || p.el[1] > -p.el[2]  // oberhalb der oberen Kappungsebene
    )
        return false;

    return true;
}
```



# Aufgabe 17 (z-Buffer-Verfahren)

clip3DPoint

Wir sollen 2 Funktionen implementieren...

Die Zweite:

```
inline void drawPointZ (Drawing& pic, int x, int y, double z,
                        vector<vector<double> >& zbuf, DrawColour colour)
{
    if (    x < 0 || x >= static_cast<int>(zbuf.size())
        || y < 0 || y >= static_cast<int>(zbuf[0].size()))
        return;
```

```
// Befindet sich der neue Punkt vor dem zuvor gezeichneten Punkt?
    if (z > zbuf[x][y])
    { //Ja? ok. Zeichnen Sie den Punkt und aktualisieren Sie den Puffer
        pic.drawPoint(x, y, colour);
        zbuf[x][y] = z;
    }
```

