# Übungen - Bildgenierung Übung 06.

Jose Jimenez

Angewandte Informatik Bergische Universität Wuppertal



#### Table of Contents

Aufgabe 15: Painter's Algorithm

2 Aufgabe 16: Silhouetten-Algorithmus



Kabinnet-Projektion.

**Kabinnet Projektion.** Die s- und die f-Achse waagerecht bzw. senkrecht dargestellt werden und die t-Achse um  $30^\circ$  geneigt und um den Faktor  $\frac{1}{2}$  verkürzt ist.





Kabinnet-Projektion.

**Kabinnet Projektion.** Die s- und die f-Achse waagerecht bzw. senkrecht dargestellt werden und die t-Achse um  $30^\circ$  geneigt und um den Faktor  $\frac{1}{2}$  verkürzt ist.

- $\bullet$  s  $\rightarrow$  x.
- $\bullet$  f  $\rightarrow$  y.
- ullet t ightarrow z.

**z ist die Projektionachse.** Wir wollen die Projektion in die x-y-Ebene machen.



Schiefe Projektionen.

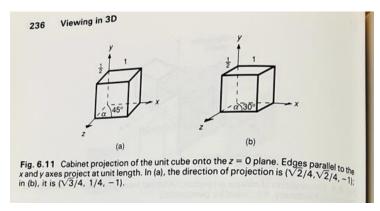
**Kabinnet-Projektion.** Die x- und die y-Achse waagerecht bzw. senkrecht dargestellt werden und die z-Achse um  $30^\circ$  geneigt und um den Faktor  $\frac{1}{2}$  verkürzt ist.

Die Kabinnet Projektion ist Spezialfall von Schiefe Projektionen.



Kabinnet-Projektion.

Kabinnet-Projektion. Die x- und die y-Achse waagerecht bzw. senkrecht dargestellt werden und die z-Achse um 30° geneigt und um den Faktor  $\frac{1}{2}$ verkürzt ist.





Kabinnet-Projektion.

**Kabinnet-Projektion.** Die x- und die y-Achse waagerecht bzw. senkrecht dargestellt werden und die z-Achse um  $30^{\circ}$  geneigt und um den Faktor  $\frac{1}{2}$  verkürzt ist.

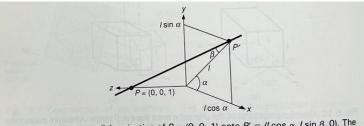


Fig. 6.12 Oblique parallel projection of P = (0, 0, 1) onto  $P' = (l \cos \alpha, l \sin \beta, 0)$ . The direction of projection is  $P' - P = (l \cos \alpha, l \sin \beta, -1)$ .



Kabinnet-Projektion.

$$P\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \pm z(d\cos(\alpha)) \\ y \pm z(d\sin(\alpha)) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$d=\frac{1}{2}$$

$$ightarrow \mathit{spar} = egin{pmatrix} 1 & \mathit{sx} & & & \ & 1 & \mathit{sy} & & \ & & 0 & & \ & & & 1 \end{pmatrix}$$



Kabinnet-Projektion.

```
Matrix4x4 berechneMpar(double umin, double umax, double vmin, double
   vmax, double& ratio)
  //=> Ankathete = 0.5 * cos(30°) = 0.5 * sqrt(3)/2 = sqrt(3)/4
  //=> Gegenkathete = 0.5 * sin(30°) = 0.5 * 0.5 = 0.25
      / 1 sy
  Matrix4x4 spar;
  spar.el[0][0] = spar.el[1][1] = spar.el[3][3] = 1;
  spar.el[0][2] = -sqrt(3) / 4.0;
  spar.el[1][2] = -1.0 / 4.0;
```



Kabinnet Projektion.

Erzeugt die Matrix zur Parallelprojektion in gegebener Richtung mit gegebenem Projektionsfenster [umin; umax]  $\times$  [vmin; vmax] in das Einheitsquadrat...

#### Dafür brauchen wir:

- Verschibung Matrix T
- Skalierung Matrix S

Die Skalierungfaktor ist 
$$s_{x} = \frac{1}{u_{max} - u_{min}}$$
 und  $s_{y} = \frac{1}{v_{max} - v_{min}}$ 



Kabinnet Projektion.

Erzeugt die Matrix zur Parallelprojektion in gegebener Richtung mit gegebenem Projektionsfenster [umin; umax]  $\times$  [vmin; vmax] in das Einheitsquadrat...

#### Dafür brauchen wir:

- Verschibung Matrix T
- Skalierung Matrix S

Die Skalierungfaktor ist  $s_x = \frac{1}{u_{max} - u_{min}}$  und  $s_y = \frac{1}{v_{max} - v_{min}}$ Dann, die Matrix zur Parallelprojektion lautet:  $mpar = S \times T \times spar$ .



10 / 35

```
1 	 ty 	 1
 Matrix4x4 transl;
 transl.el[0][0] = transl.el[1][1] = transl.el[2][2] =
\hookrightarrow transl.el[3][3] = 1;
 transl.el[0][3] = -umin;
 transl.el[1][3] = -vmin;
 /* / sx
           sy
 Matrix4x4 scale;
 scale.el[0][0] = 1 / (umax - umin);
 scale.el[1][1] = 1 / (vmax - vmin);
 scale.el[2][2] = scale.el[3][3] = 1;
```



```
void erzeugeFlaeche(double xmin, double xmax, double zmin,
/* Rahmen Program */
}
```





```
void erzeugeFlaeche(...)
{
  for (int z = 0; z < num; ++z){
    for (int x = 0; x < num; ++x)
      {
        // Jedes Viereck besteht aus zwei Dreiecken.
        Dreieck d1, d2;
}</pre>
```



```
void erzeugeFlaeche(...){
   for (int z = 0; z < num; ++z){
     for (int x = 0; x < num; ++x){
          // Jedes Viereck besteht aus zwei Dreiecken.
          Dreieck d1, d2;
          /* Berechne Koordinaten im Raum. (oder besser.. Gitter
    erstellen)
              0 -> xmin, num -> xmax, Steigung ist dann
                    (xmax - xmin) / num
              z analog.
          double xl = xmin + x * (xmax - xmin) / num:
          double xh = xmin + (x + 1) * (xmax - xmin) / num;
          double zl = zmin + z * (zmax - zmin) / num;
          double zh = zmin + (z + 1) * (zmax - zmin) / num;
```

Painter's algorithm.

Für jede Gitterzelle: Zwei Dreiecke, d1 und d2, werden erstellt, um ein Viereck zu bilden (jede Zelle besteht aus zwei Dreiecken).



```
void erzeugeFlaeche(...){
    for (int z = 0; z < num; ++z){
      for (int x = 0; x < num; ++x){
          // Jedes Viereck besteht aus zwei Dreiecken.
          Dreieck d1, d2;
          double xl = xmin + x * (xmax - xmin) / num;
          double xh = xmin + (x + 1) * (xmax - xmin) / num:
          double zl = zmin + z * (zmax - zmin) / num;
          double zh = zmin + (z + 1) * (zmax - zmin) / num;
          // Berechne Funktionswerte und erzeuge 3D-Punkte (4D-hom.)
    mit
          // Funktionswert als y-Koordinate.
          Vec4D p1(xl, func(xl, zl), zl, 1);
          Vec4D p2(x1, func(x1, zh), zh, 1);
          Vec4D p3(xh, func(xh, zl), zl, 1);
          Vec4D p4(xh, func(xh, zh), zh, 1);
```

Painter's algorithm.

```
void erzeugeFlaeche(...){
   for (int z = 0; z < num; ++z){
     for (int x = 0; x < num; ++x){
         Dreieck d1, d2;
         double xl = xmin + x * (xmax - xmin) / num:
         double xh = xmin + (x + 1) * (xmax - xmin) / num;
         double zl = zmin + z * (zmax - zmin) / num;
         double zh = zmin + (z + 1) * (zmax - zmin) / num;
         Vec4D p1(xl, func(xl, zl), zl, 1);
         Vec4D p2(x1, func(x1, zh), zh, 1);
         Vec4D p3(xh, func(xh, zl), zl, 1);
         Vec4D p4(xh, func(xh, zh), zh, 1);
         // Weise Punkte zu Dreiecken zu. (Assign)
         d1.ecke[0] = p1; d1.ecke[1] = p2; d1.ecke[2] = p3;
         d2.ecke[0] = p2; d2.ecke[1] = p4; d2.ecke[2] = p3;
```

Painter's algorithm.

#### Farbe?

```
Nur für die Färbung: bilde ab 0 -> 0 und num -> 1, jeweils für
 x und z. Die Steigung ist dann 1/num.
/ Skalierung von [0; 1] auf [0; 255].
  double xval = static_cast<double>(x) / num;
  double zval = static cast<double>(z) / num;
  // Farbe. Rot in x-Richtung, Grün in z-Richtung, Blau invers in
        // beide Richtungen.
  d1.col = DrawColour(255 * xval, 255 * zval,
                             255 * (1 - xval) * (1 - zval)):
  d2.col = DrawColour(255 * xval, 255 * zval,
                             255 * (1 - xval) * (1 - zval)):
  // In Liste einfügen.
  dreiecke.push_back(d1);
  dreiecke.push_back(d2);
```

Silhouetten-Algorithmus

Relativ einfach ...

```
Matrix4x4 berechneMpar(double umin, double umax, double vmin, double vmax, double vmin, double vmax,
```

```
void maleSilhouetten(Drawing& pic,
```

```
const std::vector<std::vector<Vec3D>>% kurven,
const Matrix4x4% mpar, double ratio)
```

#### Rahmen Program



Funktion: erzeugeKurven

#### Rahmen Program

```
// Erzeuge Kurven als Menge von Punkten in x-Richtung; fester

→ Abstand
// der Kurven zueinender in z-Richtung.
for (int z = 0; z < num; ++z)
{
    // Speichere rückwärts. Mit zunehmendem z bewegen wir uns von
    // "hinten" nach "vorne".
    kurven[num - z - 1].resize(pieces + 1);

//Erinnerung: num := Anzahl der Kurven</pre>
```

Wie Früher, wir brauchen die x- und z- Koordinaten.

$$posz = z_{min} + (z_{max} - z_{min}) \frac{z}{num}$$



Funktion: erzeugeKurven

```
// Erzeuge Kurven als Menge von Punkten in x-Richtung; fester

→ Abstand
// der Kurven zueinender in z-Richtung.
for (int z = 0; z < num; ++z) {
    // Speichere rückwärts. Mit zunehmendem z bewegen wir uns von
    // "hinten" nach "vorne".
    kurven[num - z - 1].resize(pieces + 1);</pre>
```

Wie Früher, wir brauchen die x- und z- Koordinaten.

$$p_z = z_{min} + (z_{max} - z_{min}) \frac{z}{num}.$$

Einzelne Kurve, konstantes z, verbundene Punkte in x.

$$p_{x} = x_{min} + (x_{max} - x_{min}) \frac{x}{pieces}.$$

Natürlich x in einer for-Schleife...



Funktion: erzeugeKurven

```
Erzeuge Kurven als Menge von Punkten in x-Richtung; fester
// der Kurven zueinender in z-Richtung.
for (int z = 0; z < num; ++z) {
    // Speichere rückwärts. Mit zunehmendem z bewegen wir uns von
    // "hinten" nach "vorne".
    kurven[num - z - 1].resize(pieces + 1);
```

Wie Früher, wir brauchen die x- und z- Koordinaten.

$$p_z = z_{min} + (z_{max} - z_{min}) \frac{z}{num}.$$

Einzelne Kurve, konstantes z, verbundene Punkte in x.

$$p_{x} = x_{min} + (x_{max} - x_{min}) \frac{x}{pieces}.$$

Natürlich x in einer for-Schleife...

Speichere rückwärts!!!



22 / 35

Funktion: erzeugeKurven

```
for (int z = 0; z < num; ++z){
  kurven[num - z - 1].resize(pieces + 1);
  // z-Koordinate des Punktes.
  double posz = zmin + (zmax - zmin) * static_cast<double>(z) / num;
  // Einzelne Kurve, konstantes z, verbundene Punkte in x.
  for (int x = 0; x < pieces + 1; ++x){
    // x-Koordinate des Punktes.
    double posx = xmin + (xmax - xmin) * static_cast<double>(x) /
→ pieces;
    // Speichere rückwärts, s.o.
    kurven[num - z - 1][x] = Vec3D(posx, func(posx, posz), posz);
```

Funktion: maleSilhouetten

Funktion: maleSilhouetten 6.3.2



Funktion: maleSilhouetten

#### Rahmen Program:

Drei for-Schleifen.



Funktion: maleSilhouetten

Wir denken an 4 Fälle:

• alt  $(x, y_l)$  unterhalb Kontur.



Funktion: maleSilhouetten

Wir denken an 4 Fälle:

- **1** alt  $(x, y_l)$  unterhalb Kontur.
- 2 alt  $(x, y_I)$  oberhalb Kontur.



Funktion: maleSilhouetten

Wir denken an 4 Fälle:

- **1** alt  $(x, y_l)$  unterhalb Kontur.
- ② alt  $(x, y_l)$  oberhalb Kontur.
- **1** neu  $(x+1, y_l)$  unterhalb Kontur.



Funktion: maleSilhouetten

#### Wir denken an 4 Fälle:

- **1** alt  $(x, y_l)$  unterhalb Kontur.
- ② alt  $(x, y_l)$  oberhalb Kontur.
- **3** neu  $(x+1, y_l)$  unterhalb Kontur.
- neu  $(x+1, y_l)$  oberhalb Kontur



Funktion: maleSilhouetten

**Fall 1**: alt  $(x, y_l)$  unterhalb Kontur.



Funktion: maleSilhouetten

**Fall 1**: alt  $(x, y_l)$  unterhalb Kontur.

- Gerade 1 gegeben durch  $(x, y_l)$ ,  $(x + 1, y_r)$ . (Actuelle y)
- Gerade 2 gegeben durch (x, kmin(x)), (x+1, kmin(x+1)). (Kontur y)



Funktion: maleSilhouetten

**Fall 1**: alt  $(x, y_l)$  unterhalb Kontur.

- Gerade 1 gegeben durch  $(x, y_l)$ ,  $(x + 1, y_r)$ . (Actuelle y)
- Gerade 2 gegeben durch (x, kmin(x)), (x+1, kmin(x+1)). (Kontur y)

#### Steigungen entsprechend

$$m_1 = y_r - y_l$$
  $m_2 = kmin(x+1) - kmin(x)$ 



Funktion: maleSilhouetten

**Fall 1**: alt  $(x, y_l)$  unterhalb Kontur.

- Gerade 1 gegeben durch  $(x, y_l)$ ,  $(x + 1, y_r)$ . (Actuelle y)
- Gerade 2 gegeben durch (x, kmin(x)), (x+1, kmin(x+1)). (Kontur y)

#### Steigungen entsprechend

$$m_1 = y_r - y_l$$
  $m_2 = kmin(x+1) - kmin(x)$ 

Verlege (x, yl) in den Ursprung, dann ist

$$n_1 = 0 \qquad n_2 = kmin(x) - y_l.$$



Funktion: maleSilhouetten

**Fall 1**: alt  $(x, y_l)$  unterhalb Kontur.

- Gerade 1 gegeben durch  $(x, y_l)$ ,  $(x + 1, y_r)$ . (Actuelle y)
- Gerade 2 gegeben durch (x, kmin(x)), (x+1, kmin(x+1)). (Kontur y)

#### Steigungen entsprechend

$$m_1 = y_r - y_l$$
  $m_2 = kmin(x+1) - kmin(x)$ 

Verlege (x, yl) in den Ursprung, dann ist

$$n_1 = 0 \qquad n_2 = kmin(x) - y_l.$$

Verschobene x-Koordinate des **Schnittpunktes**:

$$(y_r - y_l)x = (kmin(x+1) - kmin(x))x + (kmin(x) - y_l)$$

$$\rightarrow x = (k\min(x) - yl)/(yr - yl - k\min(x + 1) + k\min(x))$$



27 / 35

Jose Jimenez Übungen - Bildgenierung December 6, 2023

Funktion: maleSilhouetten

**Fall 1**: alt  $(x, y_l)$  unterhalb Kontur.



Funktion: maleSilhouetten

**Fall 1**: alt  $(x, y_l)$  unterhalb Kontur. Wie Fall 2 oder 3 (Unten).

- Gerade 1 gegeben durch  $(x, y_l)$ ,  $(x + 1, y_r)$ . (Actuelle y)
- Gerade 2 gegeben durch (x, kmin(x)), (x+1, kmin(x+1)). (Kontur y)



Funktion: maleSilhouetten

**Fall 1**: alt  $(x, y_l)$  unterhalb Kontur. Wie Fall 2 oder 3 (Unten).

- Gerade 1 gegeben durch  $(x, y_l)$ ,  $(x + 1, y_r)$ . (Actuelle y)
- Gerade 2 gegeben durch (x, kmin(x)), (x+1, kmin(x+1)). (Kontur y)

### Steigungen entsprechend

$$m_1 = y_r - y_l$$
  $m_2 = kmin(x+1) - kmin(x)$ 



Funktion: maleSilhouetten

**Fall 1**: alt  $(x, y_l)$  unterhalb Kontur. Wie Fall 2 oder 3 (Unten).

- Gerade 1 gegeben durch  $(x, y_l)$ ,  $(x + 1, y_r)$ . (Actuelle y)
- Gerade 2 gegeben durch (x, kmin(x)), (x+1, kmin(x+1)). (Kontur y)

### Steigungen entsprechend

$$m_1 = y_r - y_l$$
  $m_2 = kmin(x+1) - kmin(x)$ 

Verlege (x, yl) in den Ursprung, dann ist

$$n_1 = 0 \qquad n_2 = kmin(x) - y_l.$$



Funktion: maleSilhouetten

**Fall 1**: alt  $(x, y_l)$  unterhalb Kontur. Wie Fall 2 oder 3 (Unten).

- Gerade 1 gegeben durch  $(x, y_l)$ ,  $(x + 1, y_r)$ . (Actuelle y)
- Gerade 2 gegeben durch (x, kmin(x)), (x+1, kmin(x+1)). (Kontur y)

### Steigungen entsprechend

$$m_1 = y_r - y_l$$
  $m_2 = kmin(x+1) - kmin(x)$ 

**Verlege** (x, yl) in den Ursprung, dann ist

$$n_1 = 0 \qquad n_2 = kmin(x) - y_l.$$

#### Schnittpunkt:

$$\rightarrow x_{schnitt} = (kmin(x) - yl)/(yr - yl - kmin(x + 1) + kmin(x))$$



Funktion: maleSilhouetten

**Fall 1**: alt  $(x, y_l)$  unterhalb Kontur. Wie Fall 2 oder 3 (Unten).

- Gerade 1 gegeben durch  $(x, y_l)$ ,  $(x + 1, y_r)$ . (Actuelle y)
- Gerade 2 gegeben durch (x, kmin(x)), (x+1, kmin(x+1)). (Kontur y)

### Steigungen entsprechend

$$m_1 = y_r - y_l$$
  $m_2 = kmin(x+1) - kmin(x)$ 

**Verlege** (x, yl) in den Ursprung, dann ist

$$n_1 = 0 \qquad n_2 = kmin(x) - y_l.$$

#### Schnittpunkt:

$$\rightarrow x_{schnitt} = (kmin(x) - yl)/(yr - yl - kmin(x+1) + kmin(x))$$

if  $(0x_{schnitt} \le 1) \to Drawline!$  von... bis...?

28 / 35

Funktion: maleSilhouetten

**Fall 1**: alt  $(x, y_l)$  unterhalb Kontur.



Funktion: maleSilhouetten

**Fall 1**: alt  $(x, y_l)$  unterhalb Kontur. Wie Fall 2 oder 3 (Unten). **Schnittpunktes**:

```
\rightarrow x_{schnitt} = (kmin(x) - yl)/(yr - yl - kmin(x+1) + kmin(x))
```

Funktion: maleSilhouetten

**Fall 1**: alt  $(x, y_l)$  unterhalb Kontur.



Funktion: maleSilhouetten

**Fall 1**: alt  $(x, y_l)$  unterhalb Kontur. Wie Fall 2 oder 3 (Unten). **Schnittpunktes**:

$$\rightarrow x_{schnitt} = (kmin(x) - yl)/(yr - yl - kmin(x+1) + kmin(x))$$

**Fall 2**: alt  $(x, y_l)$  **oberhalb** Kontur.



Funktion: maleSilhouetten

**Fall 1**: alt  $(x, y_l)$  unterhalb Kontur. Wie Fall 2 oder 3 (Unten). **Schnittpunktes**:

$$\rightarrow x_{schnitt} = (kmin(x) - yl)/(yr - yl - kmin(x+1) + kmin(x))$$

**Fall 2**: alt  $(x, y_l)$  **oberhalb** Kontur.

$$\rightarrow x_{schnitt} = (kmax(x) - yl)/(yr - yl - kmax(x+1) + kmax(x))$$

**Fall 3**: neu  $(x+1, y_l)$  unterhalb Kontur.



Funktion: maleSilhouetten

**Fall 1**: alt  $(x, y_l)$  unterhalb Kontur. Wie Fall 2 oder 3 (Unten). **Schnittpunktes**:

$$\rightarrow x_{schnitt} = (kmin(x) - yl)/(yr - yl - kmin(x+1) + kmin(x))$$

**Fall 2**: alt  $(x, y_l)$  **oberhalb** Kontur.

$$\rightarrow x_{schnitt} = (kmax(x) - yl)/(yr - yl - kmax(x+1) + kmax(x))$$

**Fall 3**: neu  $(x+1, y_l)$  unterhalb Kontur.

$$\rightarrow x_{schnitt} = (kmin(x) - yl)/(yr - yl - kmin(x+1) + kmin(x))$$

**Fall 4**: neu  $(x+1, y_l)$  **oberhalb** Kontur

$$\rightarrow x_{schnitt} = (kmax(x) - yl)/(yr - yl - kmax(x+1) + kmax(x))$$







```
if (vr > konturmax[x + 1]) {
 // Fall 4: neu (x + 1, yl) oberhalb Kontur
 schnitt = static_cast<double>(konturmax[x] - yl) /
            (vr - yl - konturmax[x + 1] + konturmax[x]);
 if (schnitt >= 0 && schnitt <= 1) {
   pic.drawLine(round(x + schnitt),
                round(yl + schnitt * (yr - yl)), x + 1,
                 round(vr));
 konturmax[x + 1] = yr;
```



Funktion: maleSilhouetten

#### Natülich, Fall 0:

```
// Fall 0: beide auf selber Seite der Kontur
if ((konturmin[x] >= yl && konturmin[x + 1] >= yr) ||
      (konturmax[x] <= yl && konturmax[x + 1] <= yr)) {
    pic.drawLine(x, round(yl), x + 1, round(yr));
    konturmin[x] = min(konturmin[x], yl);
    konturmin[x + 1] = min(konturmin[x + 1], yr);
    konturmax[x] = max(konturmax[x], yl);
    konturmax[x + 1] = max(konturmax[x + 1], yr);
}</pre>
```

