# Übungen - Bildgenierung
## Übung 02.

Jose Jimenez

Angewandte Informatik
Bergische Universität Wuppertal

November 2, 2022

# Table of Contents

# Aufgabe 01

## Scan Conversion für Linien

Ihr habt schon den Algorithmus 3.7 mit Dr. Galgon entwikelt. Der algorithmus hat nur ganzzahlige Additionen und Vergleiche

## Algorithmus 3.7 in Cpp

```
if (m > 0 && m <= 1 && p1.x < p2.x){          // Linie WSW - ONO
          int mm = 2 * dy;          //M
          int halb = dx;            //Halb
          int eins = 2 * halb;      //Eins
          int D = 0;
          pic.drawPoint(x, y, colour, true);
          for (++x; x <= p2.x; ++x){  // für x = x1+1, ... , x2
              D += mm;
              if (D > halb){ // Entscheidung für NO
                  ++y;
                  D -= eins;
                }
              pic.drawPoint(x, y, colour, true);//modifizierte Pixel(x,ỹ)
            }
        }
```

# Aufgabe 01

## Scan Conversion für Linien

Was ist wichtig für uns?

- $m \approx$ "Steigung".
- für x = x1+1, ... , x2 $\approx$ Richtung (von $p1$ nach $p2$ ?) .
- $D \longrightarrow D \pm m$.
  Wir vergleichen D mit *halb*, und *halb* is immer Possitiv.
- if(D> halb) $\approx$ Nachbarn entscheidung .

Koordinatensystem für $0 < m \leq 1$.

# Aufgabe 01

## Scan Conversion für Linien

- $m \approx$ "Steigung". Fälle für $m$:
  1. $0 < m \leq 1$.
  2. $0 > m \geq -1$.
  3. $m > 1$.
  4. $m < -1$.

Koordinatensystem .

# Aufgabe 01

## Scan Conversion für Linien

- $m \approx$ "Steigung". Fälle für $m$:
  1. $0 < m \leq 1$.
     - für x = ... $\approx$ Richtung (von $p1$ nach $p2$ ?) .
     - $D \longrightarrow D \pm m$.
     - if(D> halb) $\approx$ Nachbarn entscheidung .

# Aufgabe 02

## Scan Conversion für Kreise

```
void drawCirclePoints(Drawing& pic, int x, int y, IPoint2D center,
                      bool filled, int colour = 0)
{
  // HIER ERGÄNZEN
}

void drawCircle(Drawing& pic, IPoint2D center, int radius, bool filled,
                int colour = 0)
{
  // zeichnet einen Kreis um center mit Radius radius

  // HIER ERGÄNZEN
}
```

Aus Gründen der Symmetrie können 8 Kreispunkte mit einem Punkt gezeichnet werden...

```
void drawCirclePoints(Drawing& pic, int x, int y, IPoint2D center,
                      bool filled, int colour = 0)
{
...
if (!filled)   // malt acht Punkte
    {
      pic.drawPoint(-x + xcenter,  y + ycenter, colour, true);
      pic.drawPoint( x + xcenter,  y + ycenter, colour, true);
      pic.drawPoint(-x + xcenter, -y + ycenter, colour, true);
      pic.drawPoint( x + xcenter, -y + ycenter, colour, true);
      pic.drawPoint(-y + xcenter,  x + ycenter, colour, true);
      pic.drawPoint( y + xcenter,  x + ycenter, colour, true);
      pic.drawPoint(-y + xcenter, -x + ycenter, colour, true);
      pic.drawPoint( y + xcenter, -x + ycenter, colour, true);
    }
...
}
```

# Aufgabe 02

## Scan Conversion für Kreise

```
void drawCirclePoints(Drawing& pic, int x, int y, IPoint2D center,
                      bool filled, int colour = 0)
{
...
if (filled)   // malt vier Linien
    {
      int k;
      for (k = -x; k <= x; k++){
          pic.drawPoint(k + xcenter, y + ycenter, colour);
          pic.drawPoint(k + xcenter, -y + ycenter, colour);
        }
      for (k = -y; k <= y; k++){
          pic.drawPoint(k + xcenter, x + ycenter, colour);
          pic.drawPoint(k + xcenter, -x + ycenter, colour);
        }

    }
    ...
}
```

# Aufgabe 02: Gahnzzahliger?

Scan Conversion für Kreise. Algorithmus 3.14 in $C++$:

```
void drawCircle(Drawing& pic, IPoint2D center, int radius, bool filled,
                int colour = 0){
  // zeichnet einen Kreis um center mit Radius radius
  int x = 0;
  int y = radius;
  int d = radius - 5/4;

  while (y >= x)  {
      drawCirclePoints(pic, x, y, center, filled, colour);
      ++x;
      if (d >= 0)
        d -= 2 * x + 1; // Entscheidung für O
      else     {
          --y;          // Entscheidung für SO
          d -= 2 * (x - y) + 1;
        }
    }
}
```

# Aufgabe 02

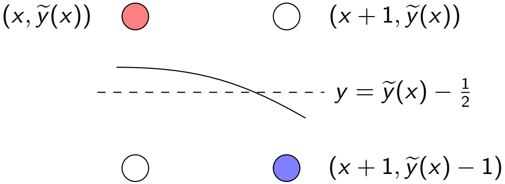
## Scan Conversion für Kreise

```
void drawCircle(Drawing& pic, IPoint2D center, int radius, bool filled,
                int colour = 0){
  // zeichnet einen Kreis um center mit Radius radius
  int x = 0;
  int y = radius;
  int d = 4 * radius - 5;
  while (y >= x)    {
      drawCirclePoints(pic, x, y, center, filled, colour);
      ++x;
      if (d >= 0)
        d -= 8 * x + 4;
      else {
          --y;
          d -= 8 * (x - y) + 4;
        }
    }
}
```

# Aufgabe 03

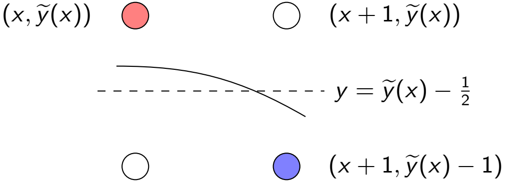
## Scan Conversion für Ellipsen: REGION 1

Verwenden Sie zunächst für Region 1 eine Variable $d_1$ für die Entscheidung zwischen Ost und Südost...



# Aufgabe 03

## Scan Conversion für Ellipsen: REGION 1




$$y(x+1) < \widetilde{y}(x) - \frac{1}{2}$$

# Aufgabe 03
## Scan Conversion für Ellipsen: REGION 1

$$y(x+1) < \widetilde{y}(x) - \frac{1}{2}$$

$y$, $\widetilde{y}$ und $x$ alle $\geq 0$, dann

$$y^2(x+1) < \widetilde{y}^2(x) - \widetilde{y}(x) + \frac{1}{4}$$

$$y(x+1) < \widetilde{y}(x) - \frac{1}{2}$$

$y$, $\widetilde{y}$ und $x$ alle $\geq 0$, dann

$$y^2(x+1) < \widetilde{y}^2(x) - \widetilde{y}(x) + \frac{1}{4}$$

Wir wollen $y^2(x+1)$ nicht rechnnen. Mit der Ellipsenformel:

$$y^2(x) = \frac{1}{a^2}\left(a^2 b^2 - b^2 x^2\right) = b^2 - \frac{b^2}{a^2} x^2$$

# Aufgabe 03

## Scan Conversion für Ellipsen: REGION 1

$$y^2(x+1) < \widetilde{y}^2(x) - \widetilde{y}(x) + \frac{1}{4}$$

Wir wollen $y^2(x+1)$ nicht rechnnen. Mit der Ellipsenformel:

$$y^2(x) = \frac{1}{a^2}\left(a^2 b^2 - b^2 x^2\right) = b^2 - \frac{b^2}{a^2}x^2$$

$$\rightarrow b^2 - \frac{b^2}{a^2}(x+1)^2 \quad < \quad \widetilde{y}^2(x) - \widetilde{y}(x) + \frac{1}{4}$$

$$y^2(x+1) < \tilde{y}^2(x) - \tilde{y}(x) + \frac{1}{4}$$

Wir wollen $y^2(x+1)$ nicht rechnnen. Mit der Ellipsenformel:

$$y^2(x) = \frac{1}{a^2}\left(a^2b^2 - b^2x^2\right) = b^2 - \frac{b^2}{a^2}x^2$$

$$\begin{aligned} \rightarrow b^2 - \frac{b^2}{a^2}(x+1)^2 \quad &< \quad \tilde{y}^2(x) - \tilde{y}(x) + \frac{1}{4} \\ \underbrace{b^2 - \frac{b^2}{a^2}x^2}_{y^2(x)} - 2\frac{b^2}{a^2}x - \frac{b^2}{a^2} \quad &< \quad \tilde{y}^2(x) - \tilde{y}(x) + \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$y^2(x+1) < \tilde{y}^2(x) - \tilde{y}(x) + \frac{1}{4}$$

Wir wollen $y^2(x+1)$ nicht rechnnen. Mit der Ellipsenformel:

$$y^2(x) = \frac{1}{a^2}\left(a^2 b^2 - b^2 x^2\right) = b^2 - \frac{b^2}{a^2}x^2$$

$$\begin{aligned}
\rightarrow b^2 - \frac{b^2}{a^2}(x+1)^2 \quad &< \quad \tilde{y}^2(x) - \tilde{y}(x) + \frac{1}{4} \\
\underbrace{b^2 - \frac{b^2}{a^2}x^2}_{y^2(x)} - 2\frac{b^2}{a^2}x - \frac{b^2}{a^2} \quad &< \quad \tilde{y}^2(x) - \tilde{y}(x) + \frac{1}{4} \\
y^2(x) - 2\frac{b^2}{a^2}x - \frac{b^2}{a^2} \quad &< \quad \tilde{y}^2(x) - \tilde{y}(x) + \frac{1}{4}
\end{aligned}$$

$$y^2(x) = \frac{1}{a^2}\left(a^2 b^2 - b^2 x^2\right) = b^2 - \frac{b^2}{a^2}x^2$$

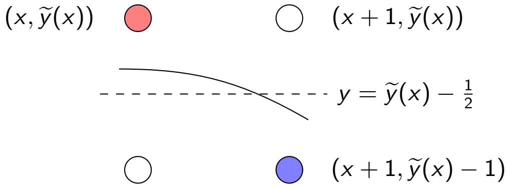
$$\begin{aligned}
\rightarrow b^2 - \frac{b^2}{a^2}(x+1)^2 &< \tilde{y}^2(x) - \tilde{y}(x) + \frac{1}{4} \\
\underbrace{b^2 - \frac{b^2}{a^2}x^2}_{y^2(x)} - 2\frac{b^2}{a^2}x - \frac{b^2}{a^2} &< \tilde{y}^2(x) - \tilde{y}(x) + \frac{1}{4} \\
y^2(x) - 2\frac{b^2}{a^2}x - \frac{b^2}{a^2} &< \tilde{y}^2(x) - \tilde{y}(x) + \frac{1}{4}
\end{aligned}$$

Dann:

$$d(x) := y^2(x) - \tilde{y}^2(x) + \tilde{y}(x) - \frac{b^2}{a^2}(2x+1) - \frac{1}{4} < 0 \qquad (1)$$

# Aufgabe 03

## Scan Conversion für Ellipsen: REGION 1




**SO Entscheidung**: $y(x+1) < \widetilde{y}(x) - \frac{1}{2}$

$$\iff d(x) := y^2(x) - \widetilde{y}^2(x) + \widetilde{y}(x) - \frac{b^2}{a^2}(2x+1) - \frac{1}{4} < 0$$

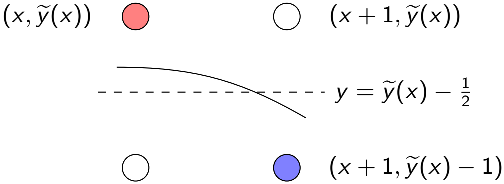
**SO Entscheidung**:

$$y(x+1) < \widetilde{y}(x) - \frac{1}{2} \iff d(x) := y^2(x) - \widetilde{y}^2(x) + \widetilde{y}(x) - \frac{b^2}{a^2}(2x+1) - \frac{1}{4} < 0 \quad (3)$$

Ja, wir mussen $y^2(x+1)$ nicht rechnnen. Aber wir brauchen noch $y^2(x)$.
$\rightarrow$ Inkrementeller Ansatz für $d$.

# Aufgabe 03

## Scan Conversion für Ellipsen: REGION 1



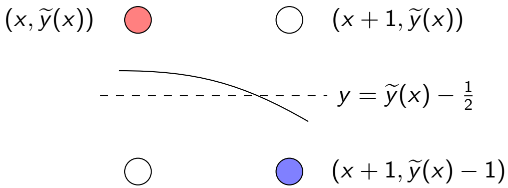

**SO Entscheidung**:

$$x \to x+1 \quad : \quad \widetilde{y}(x+1) = \widetilde{y}(x) - 1$$

**O Entscheidung**:

$$x \to x+1 \quad : \quad \widetilde{y}(x+1) = \widetilde{y}(x)$$

## Scan Conversion für Ellipsen: REGION 1




**SO Entscheidung**: $d(x) := y^2(x) - \widetilde{y}^2(x) + \widetilde{y}(x) - \frac{b^2}{a^2}(2x+1) - \frac{1}{4} < 0$

$$x \to x+1 \quad : \quad \widetilde{y}(x+1) = \widetilde{y}(x) - 1$$

$$d(x+1) = y^2(x+1) - \widetilde{y}^2(x+1) + \widetilde{y}(x+1) - \frac{b^2}{a^2}(2x+3) - \frac{1}{4}$$

$$x \to x+1 \quad : \quad \widetilde{y}(x+1) = \widetilde{y}(x) - 1$$

Wir verwenden die Gleichung für $y^2(x+1)$, die wir gefunden haben:

$$\begin{aligned}
d(x+1) &= y^2(x+1) - \widetilde{y}^2(x+1) + \widetilde{y}(x+1) - \frac{b^2}{a^2}(2x+3) - \frac{1}{4} \\
&= y^2(x) - \frac{b^2}{a^2}(2x+1) - (\widetilde{y}(x)-1)^2 + \widetilde{y}(x) - 1 - \frac{b^2}{a^2}(2x+3) - \frac{1}{4} \\
&= y^2(x) - \frac{b^2}{a^2}(2x+1) - \widetilde{y}^2(x) + 2\widetilde{y}(x) - 1 + \widetilde{y}(x) - 1 - \frac{b^2}{a^2}(2x+
\end{aligned}$$

Aber, $d(x) := y^2(x) - \widetilde{y}^2(x) + \widetilde{y}(x) - \frac{b^2}{a^2}(2x+1) - \frac{1}{4}$

# Aufgabe 03

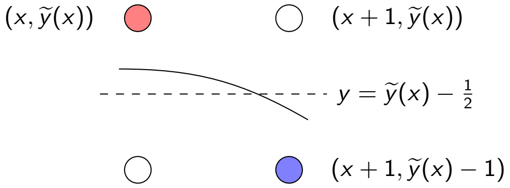
Scan Conversion für Ellipsen: REGION 1. **SO Entscheidung**:

$$x \to x+1 \quad : \quad \widetilde{y}(x+1) = \widetilde{y}(x) - 1$$

$$\begin{aligned}
d(x+1) &= y^2(x+1) - \widetilde{y}^2(x+1) + \widetilde{y}(x+1) - \frac{b^2}{a^2}(2x+3) - \frac{1}{4} \\
&= y^2(x) - \frac{b^2}{a^2}(2x+1) - (\widetilde{y}(x)-1)^2 + \widetilde{y}(x) - 1 - \frac{b^2}{a^2}(2x+3) - \frac{1}{4} \\
&= y^2(x) - \frac{b^2}{a^2}(2x+1) - \widetilde{y}^2(x) + 2\widetilde{y}(x) - 1 + \widetilde{y}(x) - 1 - \frac{b^2}{a^2}(2x+ \\
&= d(x) + 2\widetilde{y}(x) - 2 - \frac{b^2}{a^2}(2x+3) \\
&= d(x) + 2(\widetilde{y}(x) - 1) - \frac{b^2}{a^2}(2x+3) \\
&= d(x) + 2\widetilde{y}(x+1) - \frac{b^2}{a^2}(2x+3)
\end{aligned}$$

# Aufgabe 03

## Scan Conversion für Ellipsen: REGION 1




**O Entscheidung**:

$$x \rightarrow x+1 \quad : \quad \widetilde{y}(x+1) = \widetilde{y}(x)$$

**O Entscheidung**:

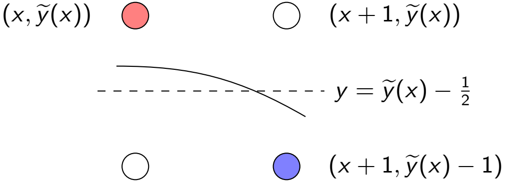
$$x \rightarrow x+1 \quad : \quad \tilde{y}(x+1) = \tilde{y}(x)$$

$$d(x) \rightarrow d(x+1)$$

$$\begin{aligned}
d(x+1) &= y^2(x+1) - \tilde{y}^2(x+1) + \tilde{y}(x+1) - \frac{b^2}{a^2}(2x+3) - \frac{1}{4} \\
&= y^2(x) - \frac{b^2}{a^2}(2x+1) - \tilde{y}^2(x) + \tilde{y}(x) - \frac{b^2}{a^2}(2x+3) - \frac{1}{4} \\
&= d(x) - \frac{b^2}{a^2}(2x+3) \qquad (5)
\end{aligned}$$

# Aufgabe 03

## Scan Conversion für Ellipsen: REGION 1

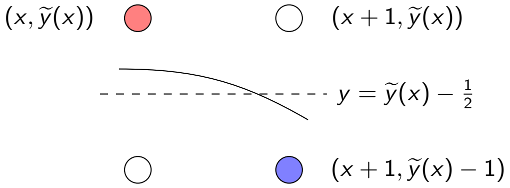



$$y(x+1) < \widetilde{y}(x) - \frac{1}{2}$$

**SO Entscheidung**: $x \rightarrow x+1 \quad : \quad \widetilde{y}(x+1) = \widetilde{y}(x) - 1$
**O Entscheidung**: $x \rightarrow x+1 \quad : \quad \widetilde{y}(x+1) = \widetilde{y}(x)$

# Aufgabe 03

## Scan Conversion für Ellipsen: REGION 1




**SO Entscheidung**: $d(x+1) = d(x) + 2\widetilde{y}(x+1) - \frac{b^2}{a^2}(2x+3)$

**O Entscheidung**: $d(x+1) = d(x) - \frac{b^2}{a^2}(2x+3)$

# Aufgabe 03
## Scan Conversion für Ellipsen: REGION 1

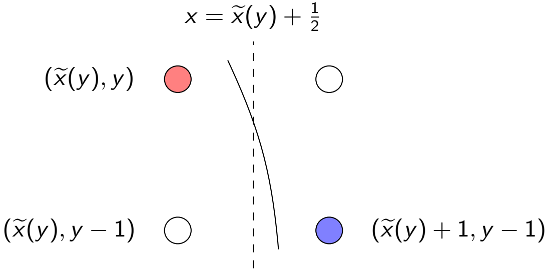
**Vorsichtig!** Initialisierung von $d(x_0)$
$d(x) := y^2(x) - \widetilde{y}^2(x) + \widetilde{y}(x) - \frac{b^2}{a^2}(2x+1) - \frac{1}{4}$

$$\rightarrow d(x_0) = b^2 - b^2 + b - \frac{b^2}{a^2} - \frac{1}{4} = b - \frac{b^2}{a^2} - \frac{1}{4}$$

# Aufgabe 03

## Scan Conversion für Ellipsen: REGION 2

Ähnlich...




**Entscheidung für S**: $d(y+1) = d(y) + \frac{a^2}{b^2}(2y-3)$.
**Entscheidung für SO**: $d(y+1) = d(y) - 2\widetilde{x}(y-1) + \frac{a^2}{b^2}(2y-3)$.
(Ganzzahlliger mit 4 und $b^2$ Faktoren)

```
//######################################################################
// malt vier Punkte oder zwei Linien
void drawEllipsePoints(Drawing& pic, int x, int y, int xcenter, int ycente
                       bool filled, int colour = 0)
{
  // HIER ERGÄNZEN: Symmetrie ? 8Punkte und 4 Linien?
}

//######################################################################
// Scan Conversion für Ellipse
void drawEllipse(Drawing& pic, IPoint2D center, int a, int b, bool filled,
                 int colour = 0)
{
  // HIER ERGÄNZEN
}
```