BERGISCHE UNIVERSITÄT WUPPERTAL
FAKULTÄT FÜR MATHEMATIK
UND NATURWISSENSCHAFTEN

BERGISCHE
UNIVERSITÄT
WUPPERTAL

Angewandte Informatik
Dr. Holger Arndt
Dr. Martin Galgon

Bildgenerierung

Wintersemester 2021 / 2022

Übungsblatt 9

Aufgabe 24 *(Hermite-Kurven Schleife)*

Betrachten Sie den Fall $p_1 = (a, a)$, $p_4 = (a + b, a)$, $r_1 = (\rho, \rho)$, $r_4 = (\rho, -\rho)$ für $\rho \in \mathbb{R}$ und festes $a, b \in \mathbb{R}$. Skizzieren Sie, welche Kurventypen sich für verschiedene Werte von ρ ergeben und berechnen Sie, ab wann eine Schleife entsteht.

Aufgabe 25 *(Hermite-Kurven)*

Ergänzen Sie im Rahmenprogramm `hermite.cc` im Verzeichnis `/home/bildgen/Aufgaben/splines-1` die Funktion

```
void maleHermiteKurve( Drawing& pic, DPoint2D p1, DPoint2D p4,
                       DPoint2D r1, DPoint2D r4, int n )
```

die eine Hermite-Kurve zwischen zwei Punkten $p_1, p_4 \in \mathbb{R}^2$ mit Tangentenvektoren $r_1, r_4 \in \mathbb{R}^2$ zeichnet. Approximieren Sie die Kurve durch eine Folge von n Linien, indem Sie $n - 1$ Zwischenpunkte bestimmen.

Aufgabe 26 *(Bézier-Kurven)*

Schreiben Sie eine Funktion zum Zeichnen von Bézier-Kurven. Ergänzen Sie hierzu das Rahmenprogramm `curves.cc` im Verzeichnis `/home/bildgen/Aufgaben/splines-2` entsprechend.

Es seien $m + 1$ Punkte $p_0, \ldots, p_m$ gegeben. Für die Funktion

```
void maleBezierKurve(Drawing& pic, const vector<DPoint2D>& p, int n)
```

ist vorausgesetzt, dass m ein Vielfaches von 3 ist. Die Kurve besteht dann aus $\frac{m}{3}$ einzelnen Kurvenstücken.

Sie können zum Testen die Dateien `points?.in` benutzen.

Aufgabe 27 *(B-Splines)*

Schreiben Sie eine Funktion zum Zeichnen von B-Splines. Ergänzen Sie hierzu in Ihrer Lösung zu Aufgabe 26 die Funktion

```
void maleBSpline(Drawing& pic, const vector<DPoint2D>& p, int n)
```

die den zu $p_0, \ldots, p_m$ gehörenden B-Spline (in einer anderen Farbe) malt. Markieren Sie zusätzlich zum Zeichnen der $m-2$ Abschnitte die Knotenpunkte zwischen diesen.

Aufgabe 28 *(Catmull-Rom-Splines)*

Die Catmull-Rom-Splines können durch die Basismatrix

$$M_{CR} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 & 0 \\ 3 & -5 & 0 & 2 \\ -3 & 4 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

definiert werden. Hierbei handelt es sich um einen interpolierenden Spline, d. h. zu gegebenen Punkten $p_0, \ldots, p_m$ werden $p_1, \ldots, p_{m-1}$ durch eine Kurve verbunden.

1. Zeigen Sie, dass die Kurve wirklich durch $p_1, \ldots, p_{m-1}$ verläuft und damit die Stetigkeit.
2. Berechnen Sie die Tangenten in den Punkten p_i, $i = 1, \ldots, m-1$, und zeigen Sie so, dass die Kurve C^1-stetig ist.
3. Ist die Kurve C^2-stetig? (Begründung!)
4. Ergänzen Sie in Ihrer Lösung zu Aufgabe 26 die Funktion `maleCRSpline`.

Aufgabe 29 *(Hermite-Kurven Animation)*

Verwenden Sie Ihre Lösung aus Aufgabe 25, um sich die Abhängigkeit der Kurven von den Tangentenrichtungen und -längen in einer Animation zu veranschaulichen.

a) Starten Sie mit einer Geraden und lassen Sie dann den Tangentenvektor r_4 um den Endpunkt p_4 rotieren.

b) Legen Sie die beiden Endpunkte auf die Gerade $y = x$, verwenden Sie im unteren Punkt einen Tangentenvektor nach rechts (links) und im oberen Punkt einen Tangentenvektor nach oben (unten). Variieren Sie die Längen der Tangentenvektoren.

Abgabe: Do., 06.01.2022, 16:15 Uhr

Senden Sie Ihre Lösungen der Theorie-Aufgaben und Ihre Programme per E-Mail an `bildgen@studs.math.uni-wuppertal.de` .