

# Introducción a la Investigación Experimental

Experimento: determinación de la densidad de una muestra por rayos  $\gamma$

*Profesor: Fernando Cristancho*

Versión: 9 de noviembre de 2022

# Densidad de una muestra

## 1. Los coeficientes de atenuación lineal y másico

La intensidad del fotopico cuando el haz atraviesa una distancia  $x$  dentro de cierto material caracterizado por su coeficiente de atenuación lineal  $\mu$  ( $\text{cm}^{-1}$ ) es

$$I(x) = I_0 \exp(-\mu x). \quad (1)$$

Tal como se explicó en la teoría, se acostumbra a usar más frecuentemente el coeficiente másico de absorción  $\mu'$

$$\mu' (\text{cm}^2/\text{g}) = \frac{\mu}{\rho}, \quad (2)$$

con  $\rho$  ( $\text{g}/\text{cm}^3$ ) la densidad de la muestra. Esta igualdad tiene mucha utilidad. Si usted puede averiguar  $\mu$  experimentalmente para cierta muestra de la cual usted conoce su composición multielemental (estequiometría), usted puede despejar para la densidad:

$$\rho (\text{g}/\text{cm}^3) = \frac{\mu (\text{cm}^{-1})}{\mu' (\text{cm}^2/\text{g})}, \quad (3)$$

En este experimento vamos a determinar experimentalmente  $\mu$  y a usar  $\mu'$  proveniente de una base de datos para averiguar la densidad de dos muestras de dos tipos de materiales: parafina y arena.

## 2. El experimento

Las muestras usadas:

1. Arena en un recipiente plástico.
2. Láminas de parafina.

**Importante:** Método de medición del grosor: calibrador.

Siguiendo la Fig. 1: Una fuente radiactiva de  $^{137}\text{Cs}$  se coloca a un lado de la muestra. Al lado opuesto se coloca un detector de rayos gamma, un centellador de NaI en este caso. Se toman tres tipos de espectros:

1. Sin la muestra, es decir solamente aire entre la fuente y el detector.
2. Con la muestra en la posición mostrada en la Fig. 1.
3. En el caso de la arena, un espectro con el recipiente vacío como muestra.

La Fig. 2 muestra todos los espectros a analizar.

La Tabla 1 lista los nombres de los archivos que contienen los espectros. También da el material analizado en cada uno de ellos.

La Tabla 2 lista las dimensiones de las partes físicas que participan como muestra. Caja de acrílico, capa de arena y bloque de parafina.

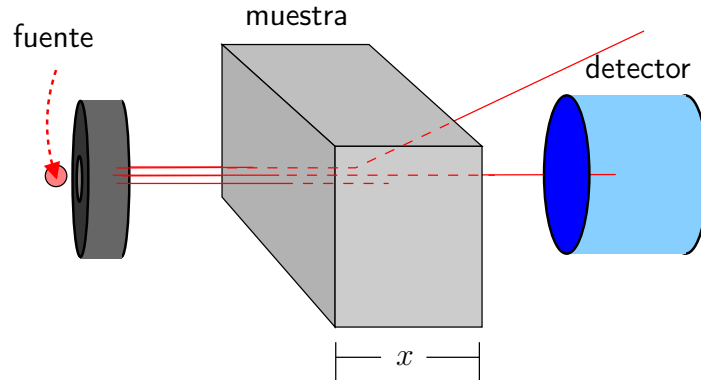


Figura 1: La fuente de rayos gamma se encuentra dentro del colimador. El colimador es un cilindro de plomo con un orificio de 4 mm de diámetro a lo largo de su eje axial.  $x$  es el grosor de la muestra. El detector es un centellador (NaI  $3'' \times 3''$ ).

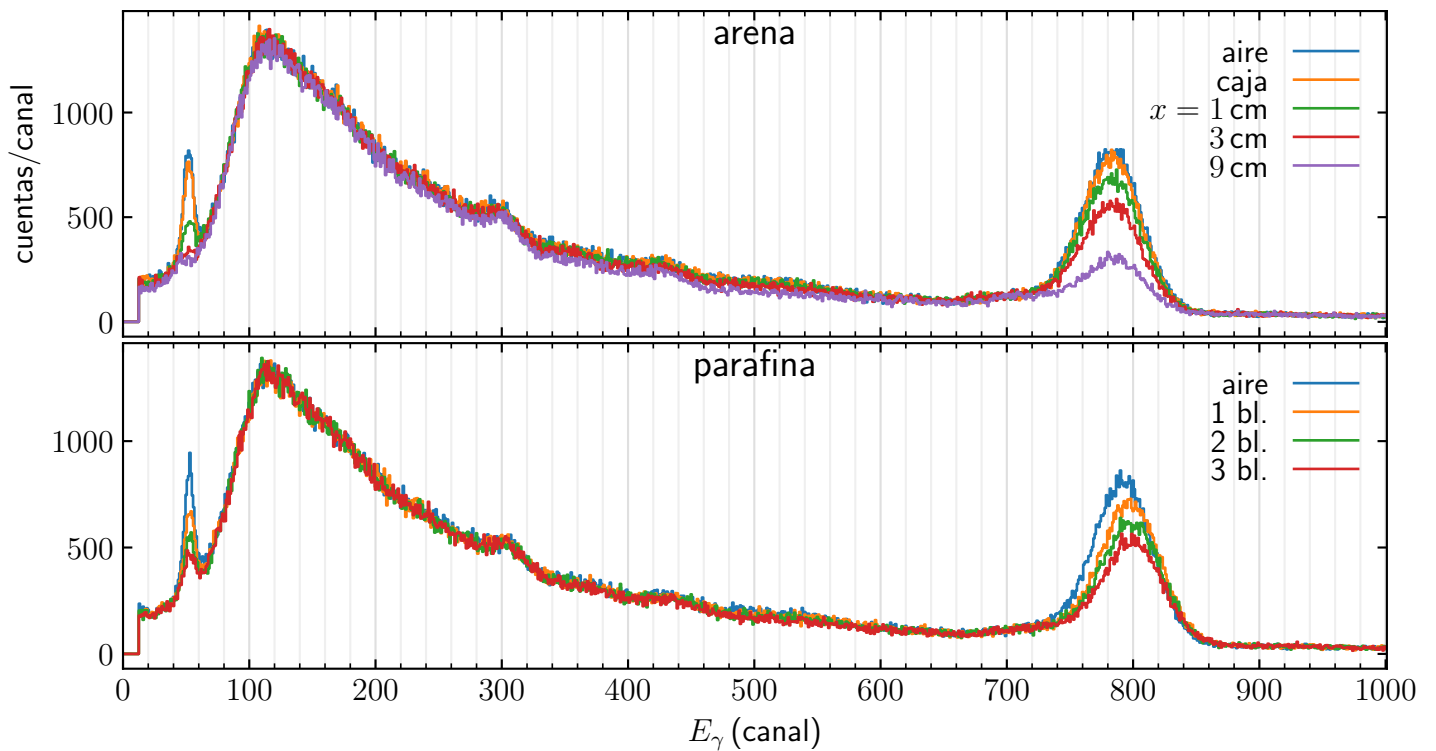


Figura 2: Espectros de  $^{137}\text{Cs}$  a través de capas de arena y parafina. Tiempo de medida: 10 minutos. Detector: NaI  $3'' \times 3''$ . **Observaciones:** (i) La “unidad” de energía es el “canal”, es decir simplemente el número ordinal de la barra del histograma. (ii) A pesar del altísimo fondo en la región  $0 < E_\gamma(\text{canal}) \lesssim 400$ , ocasionado por efecto Compton múltiple, se alcanza a observar el rayo X de 33 keV aproximadamente entre los canales 40–60. (iii) La gaussiana del fotopico correspondiente a la energía 662 keV se extiende entre los canales 720 – 880. (iv) La toma de datos correspondiente a cada una de las muestras fueron realizadas en días diferentes. Por esta razón cada secuencia de espectros tiene su propio espectro “aire”, con el cual se determina el correspondiente  $I_0$ .

nombre del archivo	muestra
material estudiado: parafina	
parafina_aire.csv	aire
parafina_1.csv	1 bloque
parafina_2.csv	2 bloques
parafina_3.csv	3 bloques
material estudiado: arena	
arena_aire.csv	aire
caja_arena_0.csv	solamente la caja
caja_arena_1.csv	1 capa + caja
caja_arena_3.csv	3 capas + caja
caja_arena_9.csv	9 capas + caja

Tabla 1: Cada uno de los archivos contiene un espectro obtenido en las condiciones de la Fig. 1 con la muestra descrita.

dimensión	cm	g
material estudiado: parafina		
Cada bloque de parafina:		
ancho	8.05	225 ± 1
alto	16.30	
grosor	1.95	
masa		
material estudiado: arena		
Caja. Material: acrílico		
grosor	0.30	155 ± 14
ancho	10.04	
alto	10.04	
grosor capa arena	1.00	
masa capa arena		

Tabla 2: Dimensiones. La incertidumbre de cada longitud es 0.01 cm (una décima de mm). La gran incertidumbre en la masa de la capa de arena muestra lo difícil que es producir cada capa con compactación siquiera similar.

### 3. Análisis

La Fig. 3 muestra ejemplos de los ajustes del fotopico de  $^{137}\text{Cs}$  para arena y parafina. En el caso de la arena, el espectro ajustado es el correspondiente a una sola capa de arena (y la caja), es decir el archivo `caja_arena_1.csv` de la Tabla 1. En el caso de la parafina el graficado es el espectro sin muestra alguna, es decir, el correspondiente a  $x = 0$ , denominado `parafina_aire.csv` en la Tabla 1. La función de ajuste,

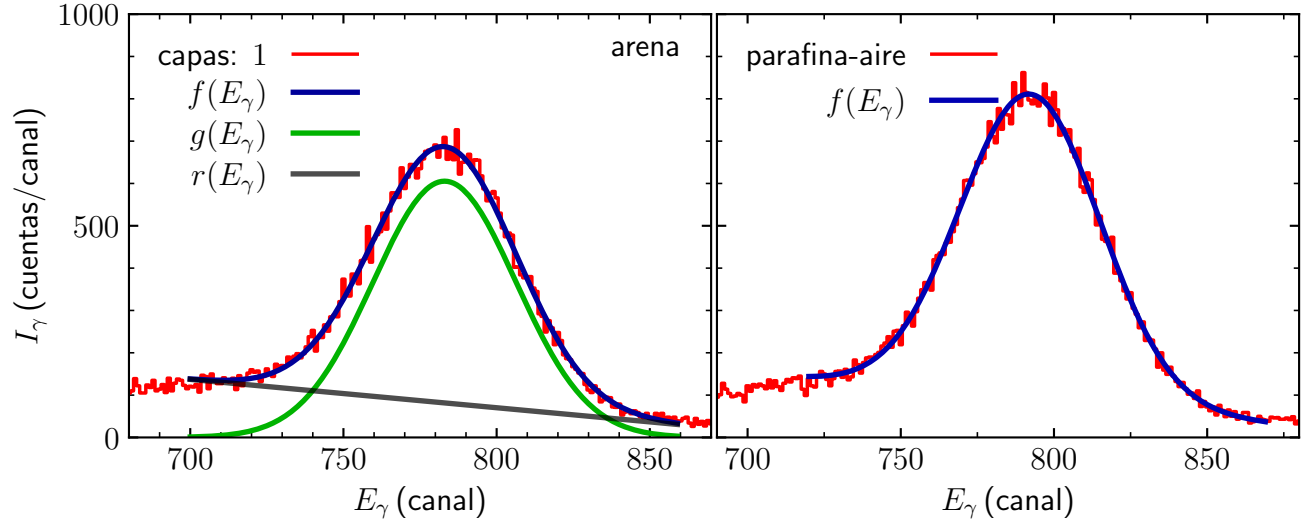


Figura 3: La gaussiana del fotopico de  $^{137}\text{Cs}$  a través de una capa de arena (izquierda) y a través del aire (derecha). Las funciones usadas para el ajuste,  $f$ ,  $g$ ,  $r$  están dadas en las ecs. (4).

$f(x)$ , es la suma de una gaussiana,  $g(x)$ , y de un fondo lineal,  $r(x)$ ,

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) + r(x), \\ g(x) &= M \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{x - \mu}{\sigma} \right)^2 \right], \\ r(x) &= b_0 + b_1(x - \mu). \end{aligned} \quad (4)$$

### 3.1. Parafina

1. Ajuste las funciones (4) a cada uno de los 4 fotopicos correspondientes a  $E_\gamma = 662 \text{ keV}$  de los espectros de análisis de parafina listados en la Tabla 1.
2. Muestre en una gráfica el ajuste de uno de los picos correspondiente a uno de los grosores con 1, 2 o 3 bloques.
3. Importante: Puesto que los datos del espectro han sido producidos en un arreglo de histogramas, represente los datos experimentales con histogramas, no con puntos.
4. Como resultado de los ajustes usted puede determinar la intensidad de los fotopicos,

$$I = \sqrt{2\pi} M \sigma. \quad (5)$$

Complete la Tabla 3 incluyendo los valores de las incertidumbres en  $M$ ,  $\sigma$ ,  $I$ .

5. A partir de la ec. (5) y siguiendo las reglas de propagación de incertidumbres, deduzca la ecuación a usar para calcular la incertidumbre de  $I$  a partir de las incertidumbres de  $M$  y  $\sigma$ . Escriba el resultado y muestre su uso en un caso.
6. Con los datos  $(x, I)$  de la Tabla 4 produzca una gráfica semilogarítmica con  $I$  en el eje de las ordenadas, logarítmico, y el grosor  $x$ , lineal, en las abscisas.
7. Ajuste la ecuación (1) a los datos de la anterior figura. No olvide incluir en la información para el programa de ajuste las incertidumbres e  $I$  en cada  $x$ . Este ajuste le proporciona  $\mu$  para la parafina.

parafina espectro	$x$ (cm)	$M$ (cuentas/canal)	$\sigma$ (canal)	$I$ (cuentas)
aire	0			
1 bloque	1.95			
2 bloques	3.90			
3 bloques	5.85			

Tabla 3: Parámetros de ajuste para el fotopico de  $^{137}\text{Cs}$  transmitido a través de parafina.

### 3.2. Arena

1. Ajuste cada uno de los 5 fotopicos correspondientes a  $E_\gamma \approx 662$  keV de los espectros de análisis de arena listados en la Tabla 1.
2. En una gráfica muestre uno de los dos ajustes: o el de arena\_aire.csv o el de caja\_arena\_0.csv.
3. Muestre en una gráfica el ajuste de uno de los picos correspondientes a arena con 1, 3 o 9 capas.
4. Como resultado de los ajustes usted puede determinar la intensidad de los fotopicos siguiendo la misma metodología descrita para la parafina, Sec. 3.1

arena espectro	$x$ (cm)	$M$ (cuentas)	$\sigma$ (keV)	$I$ (cuentas)
arena_aire.csv	?			
caja_arena_0.csv	?			
1 capa	1			
3 capas	3			
9 capas	9			

Tabla 4: Parámetros de ajuste para el fotopico de  $^{137}\text{Cs}$  transmitido a través de arena. Parte esencial de la información sobre  $M$ ,  $\sigma$ ,  $I$  es su incertidumbre. No olvide anotarlas.

5. En la ecuación (1)  $I_0$  es la intensidad que tiene el haz antes de empezar a atravesar la muestra, en este caso, la arena. ¿A cuál de los espectros le podemos asociar  $x = 0$  en la Tabla 4? Opciones:

- arena\_aire.csv
- caja\_arena\_0.csv
- Ninguno de los dos anteriores.

Escriba claramente sus consideraciones y conclusiones.

6. Con los datos  $(x, I)$  de la Tabla 4 produzca una gráfica semilogarítmica con  $I$  en el eje de las ordenadas, logarítmico, y el grosor  $x$ , lineal, en las abscisas.
7. Ajuste la ecuación (1) a los datos de la anterior figura. No olvide incluir en la información para el programa de ajuste las incertidumbres e  $I$  en cada  $x$ . Este ajuste le proporciona  $\mu$  para la arena.

### 3.3. Determinación de la densidad

1. Anote en la Tabla 5:
  - Sus datos experimentales para  $\mu$  incluyendo la incertidumbre  $\sigma(\mu)$  que le da el programa de ajuste.
  - Para obtener un valor de  $\mu'$  vaya a la página de internet de la Ref. [Berger et al., 1998] y siga las indicaciones allí dadas.

$E_\gamma = 662 \text{ keV}$		
	parafina ( $\text{C}_{20}\text{H}_{42}$ )	arena ( $\text{SiO}_2$ )
$\mu \text{ (cm}^{-1}\text{)}$	valor ( $\Delta\mu$ )	...
$\mu' \text{ (cm}^2\text{/g)}$		
$\rho \text{ (g/cm}^3\text{)}$	valor ( $\Delta\rho$ )	...

Tabla 5: Compendio de valores experimentales y de valores provenientes de la base de datos para obtener la densidad de cada material.

- Para tener un valor independiente de las densidades de la arena y de la parafina y de sus incertidumbres, use la relación

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (6)$$

com  $m$  la masa contenida en el volumen  $V$ . Use los datos de masa reportados en la Tabla 2. Calcule las incertidumbres.

- Busque valores reportados de densidad para estos dos materiales.
- Resuma sus resultados en la Tabla 6

densidad ( $\text{g/cm}^3$ )		
método	parafina ( $\text{C}_{20}\text{H}_{42}$ )	arena ( $\text{SiO}_2$ )
transmisión gamma	valor ( $\Delta\rho$ )	...
$m/V$	...	...
literatura	...	...

Tabla 6: Compendio de valores experimentales y de valores provenientes de la base de datos de la densidad de cada material.

## Bibliografía

M.J. Berger, J.H. Hubbell, S.M. Seltzer, J. Chang, J.S. Coursey, R. Sukumar, D.S. Zucker, , and K. Olsen. XCOM: Photon Cross Sections Database. Online, 1998. URL <https://www.physics.nist.gov/PhysRefData/Xcom/html/xcom1.html>. Vistada: Febrero 2020.