UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

Toma de decisiones en pruebas paramétricas

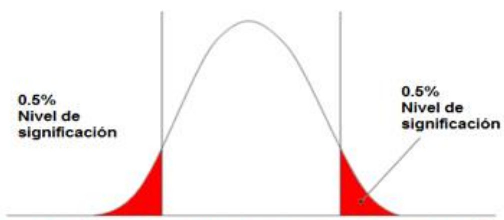
$$E[T^+] = \frac{n(n+1)}{4}$$

Implementando el lenguaje de programación Julia
en el desarrollo de pruebas de hipótesis

INTEGRANTES DEL PROYECTO:
MENDOZA HERNÁNDEZ ISRAEL 100%
ORTEGA VERGARA ÁNGEL FERNANDO 100%
SARMIENTO IBARRA JONATAN 100%
URQUIZA ROBLES DIEGO ISMAEL 100%
VEGA AYALA LIZETTE MAGALY 100%

"La matemática es, de alguna forma, la poesía del pensamiento lógico", ALBERT EINSTEIN

SEMESTRE 6, ESTADÍSTICA II



MATEMÁTICAS APLICADAS Y COMPUTACIÓN
FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES
ACATLÁN

"No es sobre las ideas, sino sobre hacer que estas se vuelvan realidad"

Scott Belsky.

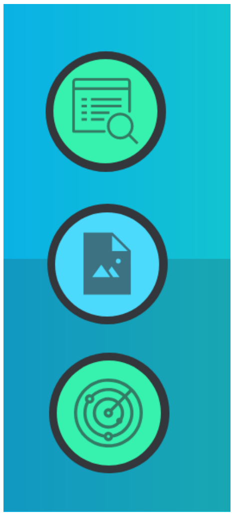


Ilustración creada por el equipo en cuestión. El primer símbolo representa la investigación; el segundo, la documentación; y el tercero, análisis e interpretación para la toma de decisiones.

Contenido

Figura 1.

10. Resumen

El objetivo del primer estudio realizado con la prueba "30s Chair Stand" fue contrastar los datos obtenidos tas aplicar dicha prueba en adultos dentro de un rango de edad de 50 a 60 años. El número de participantes de la prueba estuvo constituido por 13 sujetos mezclados entre hombres y mujeres. El experimento constó en realizar la prueba "30's Chair Stand" en dos ocasiones con un intervalo de cuatro a siete días de descanso, esto para evaluar la fuerza de las extremidades inferiores de los participantes. De igual forma, se planteó una hipótesis en donde se analizaba el comportamiento de ambas muestras, dado que resulto no hay una diferencia significativa en los resultados, según las pruebas aplicadas concluimos que, al aplicar la prueba de Wilcoxon con una hipótesis alternativa de dos colas, resultó que no hay argumentos suficientes para rechazar la hipótesis nula.

El objetivo del segundo estudio realizado mediante la prueba "Toulouse-Piéron" fue determinar los valores para cada puntaje de la prueba de atención presentada por estudiantes de la clase de "Estadistica II". La muestra está constituida (por acuerdo mutuo por parte de todos los estudiantes junto con el profesor de la clase de estadistica II) de 15 estudiantes en su totalidad del sexo masculino. Los análisis realizados no muestran diferencia por edad. El experimento se realizó mediante un método no paramétrico utilizando la prueba de suma de rangos de Wilcoxon, U Mann-Whitney, esto porque tenemos muestras independientes con las cuales se pueden realizar diferentes test de una sola muestra. Podemos concluir que, al separar, procesar y llevar a cabo el test con los datos de la muestra podemos afirmar que no existe diferencia significativa que garantiza que los estudiantes pertenecientes a generaciones menores a 2020 tengan un coeficiente de concentración mayor a los estudiantes de las generaciones mayores o igual a 2020.

Comentado [JV1]: ¿Por qué inició en 10?

Comentado [JV2]: Los anglicismos se escriben con cursiva

Comentado [JV3]: resultó

Comentado [JV4]: Es redundante: resultó no hay diferencia significativa en los resultados.
Podría decir se planteó una hipótesis en donde se analizaba el comportamiento de ambas muestras y no se encontró diferencia estadísticamente significativa en sus resultados

Comentado [JV5]: Conviene punto y seguido.

Comentado [JV6]: Estadística

11. Palabras Clave

Figura 2.

Hipótesis, análisis y decisión.

Comentado [JV7]: La idea de las palabras clave es que, ante una eventual publicación de su reporte, se pueda localizar tecleándolas en el buscador. El nombre de las pruebas en ambos experimentos y de los dos métodos paramétricos tendría que ir aquí.

12. Introducción

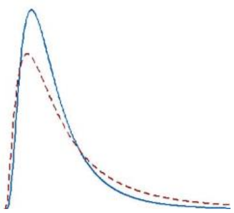


Figura 3.

Figura 4.

Figura 5.

Dicho proyecto es una delicia, considero que en estadística también aplica la famosa frase que se tiene en cálculo cuando un desarrollo es espectacular: "porcimocioso", en este caso, "la estadística es porcimociosa". Es grato saber que, existe una disciplina extraordinaria como la estadística, donde grandes sabios errantes hacen uso de otras áreas de la matemática para complementar los huecos existentes en dicha disciplina y lograr fundamentarla aún más, haciendo cada vez mayor su enriquecimiento si de contribuir con la sociedad se trata.

A la hora de analizar los datos recogidos para una investigación, la elección de un método de análisis adecuado es crucial para evitar llegar a conclusiones erróneas. La elección de la técnica de análisis más apropiada ha de hacerse tomando en cuenta distintos aspectos relativos al diseño del estudio y a la naturaleza de los datos que se quieren cuantificar. El número de grupos de observaciones a comparar, la naturaleza de las mismas (según se trate de muestras independientes u observaciones repetidas sobre los mismos individuos), el objetivo a sustentar o la idea a contrarrestar, entre otros, son elementos determinantes a la hora de conocer las técnicas estadísticas que se pueden utilizar.

Comentado [JV8]: El párrafo anterior me dio muy mala espina. Parece más bien tomado de alguna fuente que hecho para este reporte, ni al caso lo que dice; sin embargo, no lo comenté antes porque no encontré la hipotética fuente. Pero este párrafo está tomado casi literalmente y sin citar -lo cual es plagio- de https://www.fisterra.com/formacion/metodologia-investigacion/metodos-no-parametricos-para-comparacion-dos-muestras/metodos-parametricos-para-comparacion-dos-medias.-t-student/
Una introducción es específica para un reporte. Indica el tema que se va a tratar, el objetivo (¿qué? ¿para qué? ¿por qué?) y la estructura (contenido que encontrará el lector).

Unos de los grandes aportadores de la estadística, gracias a quienes se logró el desarrollo de dicho proyecto son: Milton Friedman al igual que William Kruskal, intelectuales refinadísimos y peculiares quienes aportaron los dos métodos para pruebas no paramétricas (rango con signo y suma de rango). Hacen presente su visión de la estadística como una disciplina creativa y artística. Con ello se logra fortalecer los conocimientos adquiridos dada la claridad y simpleza de dichos métodos. Aunque, a decir verdad, uno de los objetivos es desarrollar la capacidad de interpretación, por ende, durante todo el desarrollo se tiene la argumentación suficiente para lograr dicho objetivo. No obstante, parece inofensivo y trata de conceptos profundos entre los métodos, de una forma entretenida y brillante. Además, la estadística prevista en dicho desarrollo y su rigor pueden hacer algo por nosotros que es mucho más útil de lo que parece a primera vista: nos permite analizar e interpretar con menos esfuerzo dada su claridad y amplia argumentación.

En muchas situaciones se desea contrastar si la distribución de una variable X es igual en dos poblaciones, o bien si dicha variable tiende a ser mayor o menor en algunos de los dos grupos, basándose en los datos muéstrales. Otra situación muy frecuente es aquella en la que se desea comparar la distribución de una variable X en dos muestras de casos apareados, usualmente sobre los mismos individuos de dos momentos diferentes de tiempo.

El presente proyecto hace referencia a las pruebas de hipótesis estadísticas, siendo más preciso, a las pruebas no paramétricas, las cuales fueron aplicadas a casos concretos, por ejemplo: se aplicó el test de "Toulouse Piéron" a un grupo de estudiantes de la licenciatura en Matemáticas Aplicadas y Computación, del cual aplicando el método "suma de rangos" (Wilcoxon, U Mann-Whitney), se logra sustentar la toma de decisiones; y la prueba "30-s chair stand", el cual fue aplicado a personas de entre 50 y 60 años de edad, aplicando el método "rangos con signo" (Wilcoxon), el cual es un método apareado. Dichos recursos proporcionados por el profesor Vergara Prado Jaime en su documento "pruebas no paramétricas" ubicado en el sitio SEA. Se denominan pruebas no paramétricas aquellas que no presuponen una distribución de probabilidad para los datos, por ello se conocen también como de distribución libre.

Comentado [JV9]: A partir de aquí ya parece su redacción, es lo que me interesa leer porque los comentarios que pueda hacer sobre este contenido abonarán a su aprendizaje.

Comentado [JV10]: Y ahora viene mi propia confesión. Cuando elaboré el material para pruebas no paramétricas no tenía a disciplina de escribir con una norma para citar y referenciar las fuentes de consulta. Nadie durante la carrera nos enseñó siquiera que había tal cosa; tampoco había una guía de eso para los profesores. Por eso pretendo que ustedes no incurran en el error del plagio y que conozcan las normas APA.

Una herramienta clave como apoyo y para dar el visto bueno a los cálculos obtenidos, también como forma de comprobación a dichos métodos fue el lenguaje de programación dinámico de alto nivel “Julia”, creado por investigadores informáticos del MIT y distribuido bajo la licencia del MIT para software libre. Es una herramienta muy importante en nuestro proyecto, dado que, es un lenguaje ideal para trabajar con múltiples niveles de complejidad, abstracción y optimización de código.

La característica principal de esta temática es el desarrollo de nuestra capacidad para la toma de decisiones en base a datos estadísticos obtenidos con dichos métodos para dos tipos de pruebas: apareado y no apareado.

Comentado [JV11]: con base en

En ocasiones cuando se tiene una muestra estadística pequeña puede ser predecible los resultados que necesitamos obtener para tomar la mejor decisión, sin embargo, suele suceder que necesitamos aplicar una prueba de hipótesis dada la complejidad de la misma, para ser concretos y tener la absoluta confianza de que nuestra muestra nos ha proporcionado evidencia suficiente para sustentar nuestra decisión y no caer en falsas suposiciones o tomar decisiones erróneas.

Dicho proyecto fue desarrollado por el interés como bien lo menciona el profesor del curso en efecto: “Aplicar pruebas de hipótesis estadísticas a través de métodos libres de distribución para sustentar la toma de decisiones”. Por otra parte, conocer los distintos métodos y lograr desarrollar nuestra capacidad para determinar qué tipo de método aplicar a determinada muestra. En efecto, con ayuda de Julia aplicar dichos métodos para hacer más eficiente nuestro trabajo.

En el marco de las muestras estadísticas, el proyecto se realizó con un grupo de estudiantes del curso estadística II, de la licenciatura en Matemáticas Aplicadas y Computación, quienes fueron los encargados de aplicar y también ser protagonistas de dichas pruebas, y a partir de ello obtener las dos muestras estadísticas de las cuales consta dicho proyecto.

La estadística es una rama de las matemáticas que tiene aplicaciones en cada y todo faceta de nuestra vida. Es un lenguaje nuevo y poco conocido para casi todas las personas, pero, al igual que cualquier idioma nuevo, la estadística puede parecer agobiante a primera vista. Una vez aprendido y entendido el lenguaje de la estadística, se logra entender que es una poderosa herramienta para el análisis de datos en numerosos campos de aplicaciones diferentes.

13. Marco teórico

A continuación, se enlistan ciertos conceptos relacionados con las pruebas no paramétricas, los cuales tienen gran relevancia en el desarrollo del proyecto, con el fin de facilitar la comprensión del mismo.

13.1 Hipótesis

Una hipótesis estadística es una afirmación que se hace con respecto a los parámetros de algún modelo probabilístico. Concepto extraído del recurso proporcionado por el profesor en cuestión, "Inferencia con la estadística Wilcoxon", página 2. Las hipótesis que deben probarse a lo largo del proyecto son las siguientes:

$H_0: M \geq M_0$	vs	$H_a: M < M_0$	Unilateral izquierdo
$H_0: M \leq M_0$	vs	$H_a: M > M_0$	Unilateral derecho
$H_0: M = M_0$	vs	$H_a: M \neq M_0$	Bilateral

13.2 Rango

Sea $x_1, x_2, \ldots, x_n$ una sucesión de valores observados. Se define R_i como la posición que ocupa la observación x_i en la sucesión de valores ordenados de menor a mayor, $x_1 \leq x_2 \leq \cdots \leq x_n$ (Gibbons, 1999). En el caso de que existan empates, el rango se calcula asignándole el promedio de los rangos empatados. Es decir,

$$R(x_i) = \sum_{j=1}^{n} S(x_i - x_j) + \frac{1}{2} \quad [1]$$

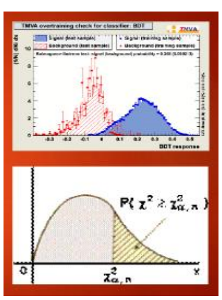


Figura 6

13.1 Pruebas no paramétricas

Según Paula Villasante en su artículo (pruebas no paramétricas):

> "Las pruebas o técnicas no paramétricas engloban una serie de pruebas estadísticas que tienen en común la ausencia de asunciones acerca de la ley de probabilidad que sigue la población de la que ha sido extraída la muestra. Así, esta técnica se aplica cuando no sabemos si la población de la cual se extrae la muestra es normal o aproximadamente normal. Se aplican con frecuencia, dado que, existen muchas variables que no siguen las condiciones de parametricidad. Se pueden usar cuando dos observaciones provienes de distintas poblaciones (existencia de variables independientes). Son la única alternativa realista cuando el tamaño de muestra es pequeño". [2]

Comentado [JV12]: Se usan las citas APA.
Toca escribir (Girón Amaya y Ortiz Pinilla, s.f.). Ese paréntesis es la cita APA, es como un apuntador hacia una referencia al final del reporte en la cual vendrán todos los datos de la fuente:

Girón Amaya, E. G. y Ortiz Pinilla, J. (s.f.). *Inferencia con la estadística de Wilcoxon*.

En este caso la fuente ya no se encuentra en Internet, así es que son todos los datos disponibles.

Adicionalmente, las citas solamente llevan página cuando son textuales. Pero si lo que escribieron es una cita textual corta (menos de 40 caracteres) debieron entrecomillarla. Las citas de paráfrasis no llevan la página.

Les dejo algunas ligas que explican bien estos casos:
https://normas-apa.org/citas/cita-textual/#:~:text=orientador%20este%20punto.-,Ejemplo%20de%20cita%20textual%20corta,comillas%20y%20contin%C3%BAe%20la%20oraci%C3%B3n.

https://normas-apa.org/citas/citas-con-mas-de-40-palabras/#:~:text=Las%20citas%20de%2040%20palabras,el%20punto%20se%20pone%20despu%C3%A9s.

https://normas-apa.org/citas/cita-de-parafraseo/

Comentado [JV13]: Es un ejemplo de una cita APA. Pero está el apuntador, falta la referencia al final del documento.

Comentado [JV14]: No se mezclan los formatos de citas. O se usa APA o se usa IEEE, pero no ambos.
En un comentario anterior les dejé una liga para consultar la correcta elaboración de citas largas en formato APA. No se entrecomillan, solamente se sangran.

Frank Wilcoxon:
(1.892-1965)
Estadístico estadounidense

Desarrollo:
-Prueba de la suma de los rangos de Wilcoxon.
-Prueba de los signos de Wilcoxon.

Figura 7.

13.2 Wilcoxon

Las medidas de tendencia central han sido usadas como marco de referencia para el análisis de datos. La mediana forma parte de los estadísticos más utilizados en el análisis de datos. ¿Pero qué ocurre cuando no es óptimo ocupar este estadístico? Se debe plantear el uso de una técnica no paramétrica particular, conocida como la prueba de Wilcoxon, para establecer posibles valores que pueden alcanzar la mediana de una distribución observada a partir de una muestra aleatoria.

Tomando en cuenta el concepto anterior de hipótesis estadística, podemos establecer el algoritmo de una prueba de rangos con signos o de Wilcoxon.

Si se obtienen dos observaciones para cada uno de los sujetos de cierta población estudiada podemos comparar la primera observación con respecto a la segunda, a la cual, idealmente, se le realizó un tratamiento.

Para realizar esta comparación se tiene,

$Z_i = Y_i - X_i$ donde θ es el efecto del tratamiento y ϵ_i es una v.a.i

$Z_i = \theta + \epsilon_i$ de una población que es simétrica alrededor del 0.

Usando estás diferencias podemos probar la hipótesis $H_0: \theta = 0$. Seguimos los siguientes pasos y consideraciones:

Ordenamos las diferencias absolutas $|Z_1|, \dots, |Z_n|$ de menor a mayor y les asignamos un rango según el orden (R_i).

Definimos cuál va a ser la variable que vamos a comparar, la llamamos indicadora.

$$\psi_i = \begin{Bmatrix} 1 \; si \; Z_i > 0 \\ 0 \text{ si } Z_i < 0 \end{Bmatrix} \; i = 1, 2, \dots, n$$

Realizamos el producto $R_i \Psi_i$ para obtener $T^+ = \Sigma R_i \Psi_i$

Según el resultado obtenido podemos:

Rechazar H_0 en favor de $H_\alpha: \theta > 0$ si $T^+ \geq t(\alpha_2, n)$
Rechazar H_0 en favor de $H_\alpha: \theta < 0$ si $T^+ \leq n(n+1)/2 - t(\alpha, n)$
Rechazar H_0 en favor de $H_\alpha: \theta \neq 0$ si $T^+ \geq t(\alpha_2, n)$ o bien

$$T^+ \leq n(n+1)/2 - t(\alpha, n), \text{ con } \alpha = \alpha_1 + \alpha_2$$

En caso de empate a la hora de asignar los rangos, se realiza un promedio de los rangos a otorgar.

Comentado [JV15]: Cuando la figura es tomada de alguna fuente (es decir, no la hicieron ustedes), también se cita al autor: Tomado de autor (año). Y esta cita debe empatarse con las referencias que colocaron al final de su reporte.
Es muy agradable a la vista el formato de reporte que utilizan, aprovechando los márgenes para dar información.

Comentado [JV16]: Recuerden, en cada párrafo del marco teórico debe haber al menos una cita, ya que todo el contenido es tomado de fuentes, nada lo crearon ustedes.

Figura 8.

Figura 9.

13.3 U Mann-Whitney

En el caso de que se tenga una observación que se desea comparar separando los datos según el tema del estudio que estemos realizando es posible hacer una prueba no paramétrica.

La prueba de la suma de rasgos pertenece al grupo de pruebas estadísticas no paramétricas. No calcula la diferencia entre las medianas. Y usa un subconjunto de datos para establecer la diferencia entre los dos grupos.

Consideraciones de Wilcoxon, U Mann-Whitney:

Se combinan los datos de las dos muestras en una sola y se ordenan de menor a mayor; n1 son los datos de la muestra 1 y n2, los de la muestra 2.

Se obtienen los rangos que ocupan los datos de la muestra única. Al dato más pequeño se le asigna #1; al que sigue en magnitud, el número 2, donde $N = n1 + n2$.

Comentado [JV17]: Mismo comentario sobre la figura, debería incluir la fuente.

En el caso de que dos o más datos tengan el mismo valor en el rango, en este proceso se usará el promedio de todos los rangos asignados.

En esta estructura de datos se debe de tener identificados los datos de cada muestra de forma que puedan ser identificados fácilmente.

Posteriormente se separan los rangos de la muestra única, determinando a qué muestra pertenecen. De la muestra 1 se obtienen los rangos. Con este procedimiento se obtiene el estadístico.

Cálculo del estadístico de la prueba: $U = S + 0.5 \times n1 \times (n1 + 1)$

Donde S es la suma de los rangos de la muestra n1; en las publicaciones el estadístico U aparece como estadístico T.

Este valor de U se encuentra en las tablas apropiadas para esta prueba y para obtener así el valor de p.

13.4 Mapa conceptual

Comentado [JV18]: Pudieron desarrollar más el mapa con conceptos para Wilcoxon y Mann-Whitney.

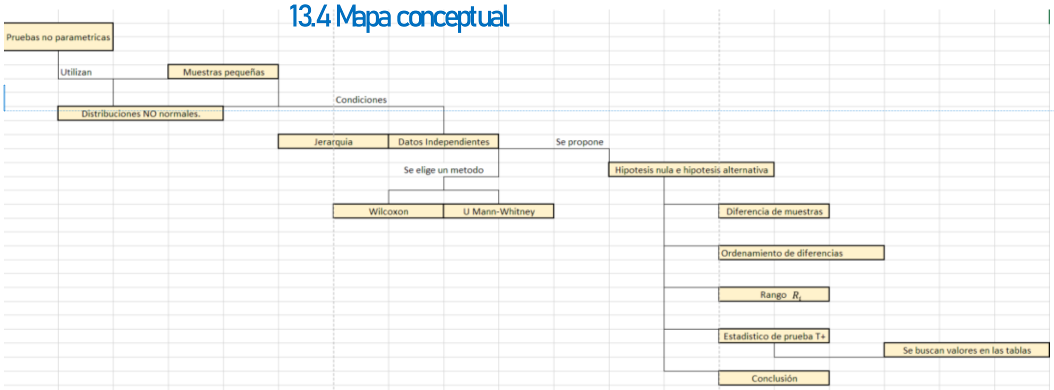


Figura 10. Mapa conceptual, elaboración propia

14. Demostraciones

En este apartado se demuestran ciertos elementos fundamentales que están expresado en el cuerpo principal del proyecto (desarrollo).

14.1 Media

Hipótesis:

$$E[T^+] = \frac{n(n+1)}{4}$$

Demostración:

Tenemos que,

$$T^+ = \sum_{i=1}^{n} iW_i$$

Donde W_i es una variable aleatoria independiente e idénticamente distribuida (v.a.i.i.d), entonces $W \sim Be\left(p = \frac{1}{2}\right)$. Dada la distribución Bernoulli se tiene que,

Comentado [JV19]: Aquí había que citar la fuente.

$$E[X] = p$$

Entonces,

$$E[W_i] = \frac{1}{2}$$

Ahora, hacemos $E[T^+]$

$$E[T^+] = E\left[\sum_{i=1}^{n} iW_i\right]$$

Por propiedades de la esperanza se tiene,

$$E[T^+] = \sum_{i=1}^{n} (i)E[W_i]$$

Dado que, $E[W_i] = \frac{1}{2}$, entonces,

$$E[T^+] = \sum_{i=1}^{n} (i)\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$E[T^+] = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} i$$

Por propiedades de $\sum$ se tiene que, $\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$, entonces,

$$E[T^+] = \frac{1}{2}\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)$$

$$\therefore E[T^+] = \frac{n(n+1)}{4}$$

14.2 Varianza

Hipótesis

$$var(T^+) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{24}$$

Demostración:

Sabemos que,

$$T^+ = \sum_{i=1}^{n} iW_i$$

Y

W es v.a.i.i.d., con una distribución $Be\left(p = \frac{1}{2}\right)$. Entonces,

Comentado [JV20]: Fuente.

$$var(W_i) = p(1-p)$$

$$var(W_i) = \left(\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{2}\right)$$

$$var(W_i) = \frac{1}{4}$$

Ahora, hacemos $var(T^+)$

$$var(T^+) = var\left(\sum_{i=1}^{n} iW_i\right)$$

$$var(T^+) = \sum_{i=1}^{n} var(iW_i)$$

Por propiedades de $var()$, se tiene

$$var(T^+) = \sum_{i=1}^{n} i^2 var(W_i)$$

Dado que, $var(W_i) = \frac{1}{4}$, entonces

$$var(T^+) = \sum_{i=1}^{n} i^2\left(\frac{1}{4}\right)$$

$$var(T^+) = \frac{1}{4}\sum_{i=1}^{n} i^2$$

Por propiedades de $\sum$, sabemos que $\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$, por ende

$$var(T^+) = \frac{1}{4}\left(\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}\right)$$

$$\therefore\ var(T^+) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{24}$$

■

14.3 Propiedad

Hip. $E(U) = \frac{n(N+1)}{2}$

Así, la suma de rango es $1 + 2 + ... + n$

De otra forma $\frac{n(n+1)}{2}$

Entonces,

$$T^+ = \frac{n(n+1)}{2} - T^- = \frac{n(n+1)}{4} - \frac{T}{2}$$

Por otro lado

$$T^- = \frac{n(n+1)}{2} - T^+ = \frac{n(n+1)}{4} - \frac{T}{2}$$

Así,

$$T = T^- - T^+ = \frac{n(n+1)}{2} - 2T^- = 2T^+ - \frac{n(n+1)}{2}$$

Se asume $\mu = 0$

$$P(T^+ = t) = \frac{u_n(t)}{2^n}$$

Donde $u_n(t)$ fusiona los signos

Así, $E(U) = E(T^+ + T^- = U) = \frac{(N+1)n}{2}$

∎

Se conoce $E(T^+) = E(T^-)$

Hip. $var(U) = \frac{mn(N+1)}{12}$

Donde,

$$var(T^+) = var(T^-) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{24} = \frac{(2n+1)E(T^+)}{6}$$

$$var(T) = 4var(T^+) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$var(T) = \frac{n(n+1)m}{12}$$

$$var(T) = \frac{mn(N+1)}{12}$$

∎

Comentado [JV21]: Se perdió un poco el hilo del texto, no se sabe cuál "propiedad van a demostrar". Por otro lado, ignoro por qué esto es una figura, pero en todo caso debieron tratarla como tal.
Cuiden que sus reportes no tengan estas lagunas en la redacción.

15. Anexo

Comentado [JV22]: Los anexos van al final del documento, después de las referencias (de ahí su nombre).

Nota. Las muestras de los siguientes ejemplos (2.2.1, 2.2.2, 2.3.1 y 2.3.2) se encuentran en el documento llamado “pruebas no paramétricas”, proporcionado por el profesor del curso en cuestión. El desarrollo de las mismas se realizó durante las clases.

Se empleó la herramienta Julia.

Todas las expresiones empleadas en los siguientes apartados tienen sustento en el marco teórico.

15.1 Ejemplo 2.2.1

Un estudio sobre el efecto de un tratamiento antidepresivo aplicado a nueve pacientes arrojó los siguientes resultados. Es la medida de depresión después de la primera visita al paciente una vez iniciado el tratamiento, mientras qué es el valor obtenido en la segunda visita. Lógicamente, los investigadores desearían una mejora en la situación de los pacientes.

Comentado [JV23]: Sin acento y no dice a qué se refiere.

$$\boxed{\begin{array}{cc} H_0: \theta = 0 & H_a: \theta < 0 \\ \alpha = 0.049 & n = 9 \\ T^+ = 5 & \mathrm{t}(\alpha, \mathrm{n}) = 37 \end{array}}$$

Estadístico. Rechazar H_0 si $T^+ \leq \left[\frac{n(n+1)}{2} - \mathrm{t}(\alpha, \mathrm{n})\right]$, dado los valores obtenidos se tiene,

$$\boxed{\frac{n(n+1)}{2} = \frac{9(9+1)}{2} = 45}$$

Ahora,

$$\boxed{\begin{array}{c} ¿T^+ \leq \left[\frac{n(n+1)}{2} - \mathrm{t}(\alpha, \mathrm{n})\right]? \\ ¿5 \leq 45 - 37?, sí \end{array}}$$

Conclusión. Dado que, existe evidencia estadísticamente significativa, rechazamos Ho. Por tanto, se confirma que, la medida de depresión después de la primera visita es menor, dando por hecho que existe un mejoramiento en los pacientes, al nivel de significancia de $\alpha = 0.049 \approx 5\%$.

Julia

Entrada

```
#Ejemplo 2.2.1

#Cargamos los datos de la poblacion a un dataframe
df1 = DataFrame(x = [1.83,0.50,1.62,2.48,1.68,1.88,1.55,3.06,1.30],
                y = [0.878,0.647,0.598,2.05,1.06,1.29,1.06,3.14,1.29])

#ejecutamos la prueba de rangos con signo
SignedRankTest(df1.x, df1.y)
```

Salida

```
Exact Wilcoxon signed rank test
-------------------------------
Population details:
    parameter of interest:   Location parameter (pseudomedian)
    value under h_0:         0
    point estimate:          0.49
    95% confidence interval: (0.1415, 0.771)

Test summary:
    outcome with 95% confidence: reject h_0
    two-sided p-value:           0.0391

Details:
    number of observations:      9
    Wilcoxon rank-sum statistic: 40.0
    rank sums:                   [40.0, 5.0]
    adjustment for ties:         0.0
```

Comentado [JV24]: No se puede usar una prueba de dos colas cuando su hipótesis alternativa es del tipo menor que.

15.2 Ejemplo 2.2.2

Un fabricante de planchas desea probar la precisión del control del termostato en la posición 500° F. Sus ingenieros seleccionan una muestra de 15 planchas para comprobar que es igualmente probable que una desviación de temperatura de cualquier magnitud a partir de 500° sea positiva o negativa.

$$H_0: \theta = 500 \qquad H_a: \theta \neq 500$$
$$H'_0: \theta = 0 \qquad H'_a: \theta \neq 0$$
$$T^+ = 35 \qquad \alpha = 0.048 \qquad n = 15$$

Estadístico. Rechazar si $T^+ \geq t(\alpha_2, n)$. Dado los valores obtenidos se tiene,

$¿35 \geq 95?$ No.

O

$$T^+ \leq \left[\frac{n(n+1)}{2}\right] - t(\alpha_1, n)$$

Ahora bien,

$¿35 \leq 120 - 95?$ No.

Conclusión. No existe evidencia estadísticamente significativa para rechazar H_0. Por tanto, a partir de estos datos, no podemos afirmar que la desviación de temperatura de cualquier magnitud a partir de 500° sea positiva o negativa al nivel de significancia de $\alpha = 0.048 \approx 5\%$.

Julia

Entrada

```julia
#Ejemplo 2.2.2

#Cargamos los datos de la poblacion a un dataframe
df2 = DataFrame(x = [494.6,510.8,487.5,493.2,502.6,485.0,495.9,498.2,501.6,497.3,492.0,504.3,499.2,493.5,505.8],
               y = fill(500,15))

#ejecutamos la prueba de rangos con signo
```

Salida

```
Exact Wilcoxon signed rank test
-------------------------------
Population details:
    parameter of interest:   Location parameter (pseudomedian)
    value under h_0:         0
    point estimate:          -2.7
    95% confidence interval: (-6.65, 1.55)

Test summary:
    outcome with 95% confidence: fail to reject h_0
    two-sided p-value:           0.1688

Details:
    number of observations:      15
    Wilcoxon rank-sum statistic: 35.0
    rank sums:                   [35.0, 85.0]
    adjustment for ties:         0.0
```

Comentado [JV25]: Aquí la hipótesis alternativa es del tipo diferente de, entonces sí aplica la prueba de dos colas.

15.3 Ejemplo 2.3.1

La siguiente tabla proporciona una medida de la difusión de agua tratada con un isótopo radiactivo del hidrógeno a través de la placenta. Se desea probar si existe mayor permeabilidad al término del embarazo con un nivel de significancia de ¿Cuál es el nivel de significancia más pequeño al que se rechazaría en favor de? ¿Por qué?

$$H_0: \Delta = 0 \qquad H_a: \Delta \qquad \alpha = 0.082$$
$$W = 30 \qquad w(0.082, 10, 5)$$

Valor crítico. Rechazar H_0 si

$$w \leq [n(m + n + 1) - w(\alpha, m, n)]$$

Ahora,

$$¿30 \leq 65 - 47?$$
$$¿30 \leq 38?, sí$$

Conclusión. No existe evidencia estadísticamente significativa para rechazar Ho. Por tanto, no podemos afirmar que existe una mayor permeabilidad al término del embarazo con un nivel de significancia de $\alpha = 0.082$.

Julia

Entrada

```
#Ejemplo 2.3.1

#Asignamos las observaciones a unos vectores
x2=[0.80,0.83,1.89,1.04,1.45,1.38,1.91,1.64,0.73,1.46]
y2=[1.15,0.88,0.90,0.74,1.21]

#Y ejecutamos la prueba Mann Whitney
MannWhitneyUTest(x2, y2)
```

Salida

```
Exact Mann-Whitney U test
-------------------------
Population details:
    parameter of interest:   Location parameter (pseudomedian)
    value under h_0:         0
    point estimate:          0.515

Test summary:
    outcome with 95% confidence: fail to reject h_0
    two-sided p-value:           0.2544

Details:
    number of observations in each group: [10, 5]
    Mann-Whitney-U statistic:             35.0
    rank sums:                            [69.0, 51.0]
    adjustment for ties:                  0.0
```

Comentado [JV26]: Otra vez hay inconsistencia entre la hipótesis alternativa (menor que) y el tipo de prueba (two-sided).
En Julia las pruebas de hipótesis se acompañan de una función adicional que les da el p-value y les permite cambiar el tipo de prueba por una de cola izquierda o cola derecha, se llama justamente pvalue.

15.4 Ejemplo 2.3.2

Se midió la concentración de fluoruro urinario (partes por millón) a una muestra de ganado que pastaba en un lugar expuesto a contaminación de fluoruro y en otra que pastaba en un lugar sin contaminar. ¿Indican estos datos que el promedio real de concentración de fluoruro en el ganado que pasta en la región contaminada es mayor que en la otra? Utilice la prueba de Wilcoxon con la suma de las y.

$$H_0: \Delta = 0 \quad H_a: \Delta < 0 \quad \alpha = 0.01$$
$$W' = 30 \quad w(0.01, 7, 5) = 47$$

Valor crítico. Rechazar H_0 si

$$w \leq [n(m + n + 1) - w(\alpha, m, n)]$$

Ahora,

$$¿30 \leq 65 - 47?$$

$$\boxed{¿30 \leq 38?, sí}$$

Conclusión. Dado que, existe evidencia estadísticamente significativa, se rechaza H_0. Por tanto, se confirma que, el promedio real de concentración de fluoruro en el ganado que pasta en la región contaminada es mayor que en la otra, al nivel de significancia de $\alpha = 0.01$.

Julia

Entrada

```
#Ejemplo 2.3.2

#Asignamos las observaciones a unos vectores
x3=[21.3,18.7,23.0,17.1,16.8,20.9,19.7]
y3=[14.2,18.3,17.2,18.4,20.0]

#Y ejecutamos la prueba Mann Whitney
MannWhitneyUTest(x3, y3)
```

Salida

```
Exact Mann-Whitney U test
-------------------------
Population details:
    parameter of interest:   Location parameter (pseudomedian)
    value under h_0:         0
    point estimate:          1.4

Test summary:
    outcome with 95% confidence: fail to reject h_0
    two-sided p-value:           0.2677

Details:
    number of observations in each group: [7, 5]
    Mann-Whitney-U statistic:             25.0
    rank sums:                            [43.0, 35.0]
    adjustment for ties:                  0.0
```

Comentado [JV27]: También aquí hay un error al usar una prueba two-sided.

16. Desarrollo

Se desarrollan dos ejercicios con ambos métodos vistos en clase (rangos con signo y suma de rangos). Se emplea la herramienta Julia como material de apoyo para la corroboración de los cálculos realizados de forma manual y a partir de ello tomar la mejor decisión con la mayor confianza y certeza que sustentan los métodos en cuestión.

Todas las expresiones empleadas en los siguientes ejercicios están sustentadas en el marco teórico.

16.1 Prueba 30-s Chair Stand (rangos con signo).

Dados trece individuos que no se conocen entre sí, pero se encuentran en el rango de edad entre 50 y 60 años se les aplicó la prueba de pararse y sentarse durante 30 segundos. Se dice que son muestras independientes debido a que los individuos no tienen tratamiento ni rasgos concretamente en común; los requisitos a los que se sometieron consisten en un espaciamiento de entre cuatro y siete por aplicación, sin presentar síntomas de alguna enfermedad respiratoria.

Comentado [JV28]: Son muestras pareadas.

Se debe buscar que tan independientes o dependientes tienden a ser, son datos apareados por la edad. Pero, a partir de las diferencias que tienen hay que demostrar que sea eficiente usar Wilcoxon.

Se busca disminuir y prevenir el riesgo de caída a través de la edad avanzada de los sujetos sometidos a prueba. A través de esta revisión es de esperar si los estándares actuales siguen estando dentro de los parámetros o existe un riesgo de caída entre los sujetos probados.

El objetivo es utilizar todos los conocimientos de las pruebas no paramétricas y complementarlo con el uso de Julia para facilitar los cálculos que se realizan de manera manual, aprovechando las librerías que contiene.

Comentado [JV29]: Habría que argumentar por qué su prueba es del tipo diferente de.

Solución

Tabla con los datos correspondientes a las muestras.

Sujeto	Medición 1 (Xi)	Medición 2 (Yi)	Zi	|Zi|		Ri	ψi	Riψi
1	15	16	1	1	1	3.5	1	3.5
2	15	14	-1	1	2	3.5		
3	12	11	-1	1	3	3.5		
4	13	10	-3	3	9	10.5		
5	12	9	-3	3	10	10.5		
6	12	15	3	3	11	10.5	1	10.5
7	12	14	2	2	7	7.5	1	7.5
8	13	9	-4	4	13	13		
9	14	15	1	1	4	3.5	1	3.5
10	13	14	1	1	5	3.5	1	3.5
11	10	13	3	3	12	10.5	1	10.5
12	13	12	-1	1	6	3.5		
13	14	16	2	2	8	7.5	1	7.5

$T^+ = \sum R_i \psi_i$ 46.5

$$H_0: \theta = 0 \qquad H_a: \theta \neq 0$$
$$\alpha = 0.05 \qquad n = 13$$
$$t(\alpha, n) = 70 \qquad T^+ = 46.5$$

Valor crítico. Rechazar si

$$T^{+} \geq t(\alpha, n) \quad o \quad T^{+} \leq \frac{n(n+1)}{2} - t(\alpha, n)$$

Entonces, sustituyendo se tiene,

$$¿46.5 \geq 70? \quad o \quad ¿46.5 \leq \frac{13(13+1)}{2} - 70?$$

$$¿46.5 \geq 70?\, No \quad o \quad ¿46.5 \leq 21?\, No$$

Conclusión. No existe evidencia estadísticamente significativa para rechazar H_0. Por tanto, no se garantiza que haya una diferencia entre la primera y segunda prueba aplicada a las personas con una edad entre 50 y 60 años.

Julia

Entrada

```
#Leemos el archivo de Exel que contiene los resultados del test de la silla
df2 = CSV.read("silla.csv", DataFrame)

SignedRankTest(df2.Primera, df2.Segunda)
```

Salida

```
Exact Wilcoxon signed rank test
-------------------------------
Population details:
    parameter of interest:   Location parameter (pseudomedian)
    value under h_0:         0
    point estimate:          -1.0
    95% confidence interval: (-1.5, 1.5)

Test summary:
    outcome with 95% confidence: fail to reject h_0
    two-sided p-value:           0.9370

Details:
    number of observations:      13
    Wilcoxon rank-sum statistic: 44.5
    rank sums:                   [44.5, 46.5]
    adjustment for ties:         276.0
```

16.2 Prueba Toulouse Piéron (suma de rangos).

La siguiente tabla muestra los datos obtenidos en la prueba Toulouse-Piéron, la cual se emplea en el desarrollo del método correspondiente, mediante la agrupación por edad y por generación.

Comentado [JV30]: No es la misma alpha para las dos opciones, el cuantil es diferente en cada cola.

Comentado [JV31]: Aquí se refleja el error cometido arriba de no identificar que son dos cuantiles diferentes los que se deben usar, puesto que la prueba es de dos colas.

Comentado [JV32]: Cuando hacen una prueba de hipótesis en un programa se espera que interpreten el p-value. En este caso p-value no es menor que alpha, por lo tanto no podemos rechazar la hipótesis nula.

Sujeto	Género	Edad	Generación	A	E	O	Coeficiente de concentración
1	M	25	2019	268	1	21	0.92
2	M	26	2019	178	2	51	0.77
3	M	22	2019	255	3	36	0.87
4	M	23	2020	226	0	52	0.81
5	M	23	2020	242	1	22	0.91
6	M	21	2021	233	2	14	0.94
7	M	25	2018	161	0	10	0.94
8	M	23	2020	199	0	17	0.92
9	M	24	2020	155	30	51	0.61
10	M	22	2020	219	0	13	0.94
11	M	27	2018	249	0	50	0.83
12	M	23	2019	104	0	16	0.87
13	M	22	2019	159	0	42	0.79
14	M	25	2020	216	1	69	0.75
15	M	22	2020	181	6	22	0.86

16.2.1 Agrupación por edad

En un laboratorio de neurociencia llegan dos estudiantes de edades distintas, uno de 20 y el otro de 28 años. Ambos presentan problemas de retención de conocimientos. El Dr. Mario Alonso Puig jefe del departamento, logra diagnosticar que la razón de dicha problemática en ambos estudiantes es la falta de concentración, aunque ambos presentan el mismo tipo de problema, el de 28 años percibe una mayor concentración a diferencia del de 20, por ende, no logran retener los conocimientos correspondientes a sus estudios. El Dr., concluye que, en un rango de edades de 20 a 28 años, los estudiantes con una edad mayor o igual a la mediana tienen una mayor concentración que los restantes, dado su nivel de madurez. Pero, el Dr., necesita evidencia estadísticamente suficiente para mostrarle al departamento que su conclusión es válida y de esta forma logre convencer al departamento de tratar dicho problema como un caso de alta prioridad y buscar las posibles causas. El Dr., aplica la prueba de Toulouse Piéron a un grupo de estudiantes de estadística II, en la licenciatura en MAC. Dada la muestra siguiente, ¿será que el Dr. Mario Alonso Puig obtendrá evidencia suficiente para validar su conclusión?

Comentado [JV33]: Es un buen contexto.

Solución

Organizamos las muestras de acuerdo a la edad ($X < 24\ años, Y \geq 24\ años$).

Tabla 1

Xi	Yi	Ri
0.87	0.92	
0.81	0.77	
0.91	0.94	
0.94	0.61	
0.92	0.83	
0.94	0.75	
0.87		
0.79		
0.86		

y enseguida ordenamos X y Y

Tabla 2

0.61	1
0.75	2
0.77	3
0.79	4
0.81	5
0.83	6
0.86	7
0.87	8.5
0.87	8.5
0.91	10
0.92	11.5
0.92	11.5
0.94	14
0.94	14
0.94	14

Enseguida, reacomodamos los datos con su respectivo orden y sus operaciones correspondientes.

Tabla 3

Xi	Yi	Ri
0.79	0.61	1
0.81	0.75	2
0.86	0.77	3
0.87	0.83	6
0.87	0.92	11.5
0.91	0.94	14
0.92		
0.94		
0.94		
	W=	37.5

Ahora bien,

$$H_0: \theta = 0 \qquad H_a: \theta > 0$$
$$\alpha = 0.05 \qquad w(0.05, 9, 6) = 63$$
$$W = 37.5$$

Valor crítico

Rechazar H_0 si

$$W \geq w(\alpha, m, n)$$

Entonces, sustituyendo se tiene,

$$¿\,37.5 \geq 63?\; No$$

Conclusión

En la muestra no existe evidencia estadísticamente significativos para rechazar Ho. Por ende, concluimos que, no existe garantía de que los estudiantes con una edad mayor o igual a 24 años tengan un coeficiente de concentración mayor a los que tienen una edad menor a 24 años.

Julia

Entrada

```
#Leemos el archivo de Exel que contiene los resultados del test Toulouse
df = CSV.read("Tolouse.csv", DataFrame)

#hacemos sub-dataframes para comparar la poblacion que nos interesa

#dataframe para los sujetos menores a 24 años
dfmenor=subset(df, :Edad => ByRow(Edad -> Edad < 24))

#dataframe para los sujetos de 24 años o más
dfmayor=subset(df, :Edad => ByRow(Edad -> Edad >= 24))

#Realizamos la prueba Mann Whitney
MannWhitneyUTest(dfmenor.Coeficiente, dfmayor.Coeficiente)
```

Salida

```
Approximate Mann-Whitney U test
-------------------------------
Population details:
    parameter of interest:   Location parameter (pseudomedian)
    value under h_0:         0
    point estimate:          0.07

Test summary:
    outcome with 95% confidence: fail to reject h_0
    two-sided p-value:           0.2361

Details:
    number of observations in each group: [9, 6]
    Mann-Whitney-U statistic:             37.5
    rank sums:                            [61.0, 59.0]
    adjustment for ties:                  36.0
    normal approximation (μ, σ):          (10.5, 8.4397)
```

Comentado [JV34]: Volvió a fallar la elección two-sided para la prueba. Su hipótesis alternativa es del tipo mayor que, la prueba tendría que ser de cola derecha. Y no pueden solamente presentar un código y un resultado en el programa que sea, deben ofrecer la interpretación del p-value.

16.2.2 Agrupación por generación

Dada la conclusión anterior (donde los datos se agruparon por edades), el Dr. Mario Alonso decide realizar una prueba más, ahora analiza el coeficiente de concentración entre las generaciones menores a 2020 y las mayores o igual a 2020. D

Solución:

Organizamos la muestra de acuerdo a la generación

Comentado [JV35]: de acuerdo con

$$X = Gen(2018 - 2019)$$

$$Y = Gen(2020 - 2021)$$

Tabla 4

X	Y	R_j
0.81	0.92	
0.91	0.77	
0.94	0.87	
0.92	0.94	
0.61	0.83	
0.94	0.87	
0.75	0.79	
0.86		

Ahora, ordenamos toda la muestra.

Tabla 5

Indice	Ordenamos X y Y
1	0.61
2	0.75
3	0.77
4	0.79
5	0.81
6	0.83
7	0.86
8.5	0.87
8.5	0.87
10	0.91
11.5	0.92
11.5	0.92
14	0.94
14	0.94
14	0.94

Enseguida, reacomodamos los datos con su respectivo orden y sus operaciones correspondientes,

Tabla 6

Generación	2020-2021	2018-2019	
	X	Y	R_j
	0.61	0.77	3
	0.75	0.79	4
	0.81	0.83	6
	0.86	0.87	8.5
	0.91	0.87	8.5
	0.92	0.92	11.5
	0.94	0.94	14
	0.94		
		W=	55.5

Ahora bien,

$$H_0: \theta = 0 \qquad H_a: \theta < 0$$
$$\alpha = 0.05 \qquad w(0.05, 8, 7) = 71$$

Valor crítico

Rechazar H_0 sí

$$W \leq n(m + n + 1) - w(\alpha, m, n)$$

Entonces, sustituyendo tenemos,

$$¿\,55.5 \leq 7(8 + 7 + 1) - 71?$$
$$¿\,55.5 \leq 41?, No$$

Conclusión

En la muestra no existe evidencia estadísticamente significativa para rechazar Ho. Lo cual nos lleva a la conclusión de que, no se garantiza que los estudiantes pertenecientes a generaciones menores a 2020 tengan un coeficiente mayor a los estudiantes de las generaciones mayores o igual a 2020.

Julia

Entrada

```
#Leemos el archivo de Exel que contiene los resultados del test Toulouse
df23 = CSV.read("Tolouse.csv", DataFrame)

#hacemos sub-dataframes para comparar la poblacion que nos interesa

#dataframe para los sujetos de generacion menor a 2020
df23menor=subset(df23, :Generacion => ByRow(Generacion -> Generacion < 2020))

#dataframe para los sujetos cuya generacion es 2020 o superior
df23mayor=subset(df23, :Generacion => ByRow(Generacion -> Generacion >= 2020))

#Realizamos la prueba Mann Whitney
MannWhitneyUTest(df23menor.Coeficiente, df23mayor.Coeficiente)
```

Salida

```
Approximate Mann-Whitney U test
-------------------------------
Population details:
    parameter of interest:   Location parameter (pseudomedian)
    value under h_0:         0
    point estimate:          -0.015

Test summary:
    outcome with 95% confidence: fail to reject h_0
    two-sided p-value:           1.0000

Details:
    number of observations in each group: [7, 8]
    Mann-Whitney-U statistic:             27.5
    rank sums:                            [55.5, 64.5]
    adjustment for ties:                  36.0
    normal approximation (μ, σ):          (-0.5, 8.59457)
```

Comentado [JV36]: Otra vez, error al no usar pvalue para cambiar two-sided por la cola correspondiente a la prueba (izquierda, porque la hipótesis alternativa es menor que). Y se debe interpretar el p-value.

17. Conclusión

A lo largo del proyecto, se ha tenido a bien complementar conocimientos de suma importancia en el área de toma de decisiones, analizando los casos concretos presentados. La ejemplificación y argumentación existentes en el desarrollo muestran una sencilles de interpretación, análisis y comprensión, para los distintos temas previstos. A partir de ello, se obtuvieron conclusiones claras y precisas sobre el tema en cuestión.

Las conclusiones que se pueden extraer del análisis presentado en el desarrollo precedente son múltiples. A fin de obtener cierta claridad en la presentación, las mismas se han dividido en tres categorías principales de acuerdo a los temas correspondientes: pruebas paramétricas apareadas, no apareadas y desarrollo de ambas en Julia.

Comentado [JV37]: de acuerdo con

Dado la prueba paramétrica no apareada (método "rangos con signo"), donde se compara el rango medio de dos muestras relacionadas para determinar si existe diferencia entre ellas, se concluye que, efectivamente es un método óptimo para analizar ambas muestras, por ejemplo, dicho método fue aplicado en la prueba de los 30 segundos para personas de entre 50 y 60 años de edad, y obtuvimos evidencia estadísticamente suficiente para concluir que, no hubo un mejoramiento entre la primera y segunda prueba. Aunque, dicha método nos arrojó ciertos datos dado que, no se aplicó un tratamiento entre la primera y la segunda prueba.

En cuanto a la prueba no apareada (método "suma de rangos"), para dos poblaciones cuando las muestras son independientes, se tiene que, al aplicar dicho método al grupo de estudiantes en cuestión, no se obtuvieron datos estadísticamente significativos para afirmar que, los estudiantes con una edad mayor o igual a 24 años tienen un mayor coeficiente de concentración. Esto podría suceder, dado que, a partir de cierta edad (24) los estudiantes tienen mayores responsabilidades, lo cual los lleva a tener a no tener una buena concentración en sus acciones. También se aplicó el método a la misma muestra con una agrupación por generación, de la cual, lógicamente al igual que el caso anterior, no se obtuvieron datos estadísticamente significativos para afirmar que las generaciones menores a 2020 tienen un coeficiente de concentración mayor a las generaciones mayores o igual a 2020. Con los datos estadísticos obtenidos con el método determinado sustentamos, y declaramos con certeza y confianza nuestra decisión.

Por otro lado, existen herramientas (Julia, R, Python, etc.) que hacen nuestro trabajo más eficiente, por ende, en esta ocasión empleamos la herramienta Julia como un haz bajo la manga, para corroborar nuestros cálculos de forma manual, sin embargo, dado que, ya tenemos la codificación, para la próxima prueba el proceso de desarrollo sería aún más rápido, lo que nos ahorraría unos cuantos minutos u horas dependiendo la complejidad de la prueba y aprovechar dicho tiempo para otros puntos en el desarrollo. Al emplear dicha herramienta, visualizamos que, es muy versátil, sencilla, simple y con una precisión absoluta, por ende, recomendamos su empleo para cálculos matemáticos.

Comentado [JV38]: Sobra la coma

Comentado [JV39]: En las conclusiones procuramos ceñirnos a lo que matemáticamente obtuvimos, no tratamos de dar justificaciones, puesto que el terreno de la psicología no es el nuestro.

Comentado [JV40]: as

Fuentes documentales

[1] Burden, Richard L. *Computational Statistics and applications.* Cambridge Univerity Press. 1998.

[2] Villasante P. (2022, 31 de enero). Pruebas no paramétricas. La mente es maravillosa. https://lamenteesmaravillosa.com/pruebas-no-parametricas-definicion-y-tipos/

[3] S., Jimmy A. Corzo. *Estadística no paramétrica. Métodos basados en rangos.,* (2005). (S., 2005)

[4] Turcios, Reinaldo Alberto Sánchez. *Prueba de Wilcoxon-Mann-Whitney,* (2015). (Turcios., 2015)

Fuentes de figuras

[Figura 1]: https://es.123rf.com/photo_44483341_se%C3%B1ora-joven-que-se-est%C3%A1-planteando-sobre-el-complicado-problema-de-matem%C3%A1ticas-.html

[Figura 2]: https://www.google.com/search?q=palabras+claves&rlz=1C1ALOY_esMX997MX997&sxsrf=AJOqlzVn-rGhqVqb15z9myzsDcnRigZCMA:1678739099896&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=2ahUKEwj14eC93tn9AhWEM0QIHZewC_QQ_AUoAXoECAEQAw&biw=1366&bih=663&dpr=1#imgrc=UA_kvJb4Jt4FlM&imgdii=oqEvHAe5UJPblM

[Figura 3]: https://blog.minitab.com/es/como-elegir-entre-una-prueba-no-parametrica-y-una-prueba-parametrica

[Figura 4]: http://www.cocatram.org.ni/estadisticas/

[Figura 5]: https://hedero.webs.upv.es/julia-basico/1-primerospasos/

[Figura 6]: https://www.google.com/search?q=pruebas+no+param%C3%A9tricas&rlz=1C1ALOY_esMX997MX997&sxsrf=AJOqlzVwOJT9LeVTNCGG6f5Rqca6MtAFqg:1678740357366&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=2ahUKEwjSvq6V49n9AhWmI0QIHffQDscQ_AUoAXoECAEQAw&biw=1366&bih=663&dpr=1#imgrc=DkoY_jGryyvtNM

[Figura 7]: https://www.google.com/imgres?imgurl=https%3A%2F%2Fpbs.twimg.com%2Fmedia%2FCxiwluGWgAAh_qK.jpg&imgrefurl=https%3A%2F%2Ftwitter.com%2Fieca_andalucia%2Fstatus%2F799583098824511488%3Flang%3Dca&tbnid=O2hxdMW0SjTEnM&vet=12ahUKEwikwK3m5Nn9AhXzMN4AHcO6CegQMygBegQIARBS..i&docid=RHeZQKaO0ySpnM&w=533&h=277&q=inventor%20del%20metodo%20wilcoxon&hl=es-419&ved=2ahUKEwikwK3m5Nn9AhXzMN4AHcO6CegQMygBegQIARBS

[Figura 8 y 9]: https://twitter.com/fronori/status/966622434420973569

[Tabla 1, 2, 3, 4, 5 y 6]: creadas por el equipo del presente proyecto en un archivo.xlsx llamado “*pruebas paramétricas*”.

Comentado [JV41]: La sola liga no es una referencia correcta desde las normas APA.

Consecutivo	Lista de cotejo Aspecto por evaluar	Puntaje posible	Puntaje obtenido
Calidad de forma y secciones iniciales del reporte de proyecto			
A0	El reporte está correctamente redactado y sin faltas de ortografía.	Requisito	Cumplido
A1	El reporte incluye carátula, tabla de contenido automático, tabla automática de tablas, tabla automática de figuras, numeración de páginas, citas a fuentes documentales y tabla automática de referencias (estas dos de conformidad con la norma APA).	0/1	0
A2	El título del proyecto es descriptivo con hasta 12 palabras.	0/0.5	0.5
A3	El reporte de proyecto cuenta con un resumen de no más de 250 palabras que incluye objetivo, metodología, resultados y conclusiones básicas.	0/0.5	0.5
A4	Se incluyen tres palabras clave.	0/0.5	0
A5	La introducción del escrito responde a las preguntas ¿qué? (concepto de lo que se quiere hacer y antecedentes), ¿por qué? (problema a resolver) y ¿para qué? (objetivo del proyecto).	0/0.5	1
Metodología			
A6	El reporte de proyecto incorpora un marco teórico de máximo dos cuartillas, con una redacción propia del estudiante que articula coherentemente todos los conocimientos requeridos para la elaboración de la actividad.	0 a 1	0.7
A7	El marco teórico finaliza con un mapa conceptual que abarca todos los contenidos teóricos de la actividad.	Requisito	Cumplido
Conclusiones			
A8	Hay una conclusión por cada resultado presentado y en conjunto responden al objetivo del proyecto.	0/1	1
Dominio del contenido			
A9	El desarrollo del proyecto refleja el dominio del estudiante sobre los aspectos conceptuales y de aplicación de los temas explorados en la actividad.	0 a 4	2.8

A10	El desarrollo del proyecto se apoya en el software Julia en todos los aspectos estadísticos incluidos.	0 a 1	1