$$
\begin{aligned}
\hat{\mathrm{V}}^{\mathrm{I}}(t) &= \left\{\hat{\mathrm{V}}^{\mathrm{S}}\right\}^{\mathrm{I}}(t) \overset{23}{=} -J\cdot\sum_{[l,m]}\left\{\left(\hat{\mathrm{h}}_l^{\dagger\mathrm{S}}\hat{\mathrm{h}}_m^{\mathrm{S}}+\hat{\mathrm{d}}_l^{\dagger\mathrm{S}}\hat{\mathrm{d}}_m^{\mathrm{S}}\right)\right\}^{\mathrm{I}}(t)\\
&= -J\cdot\sum_{[l,m]}\left(\hat{\mathrm{h}}_l^{\dagger\mathrm{I}}(t)\hat{\mathrm{h}}_m^{\mathrm{I}}(t)+\hat{\mathrm{d}}_l^{\dagger\mathrm{I}}(t)\hat{\mathrm{d}}_m^{\mathrm{I}}(t)\right)\\
&\overset{\mathrm{MM}}{=} -J\cdot\sum_{[l,m]}\left[\Lambda_{\mathrm{A}}(l,m,t)\cdot\hat{\mathrm{F}}_{\mathrm{A}}(l,m)+\Lambda_{\mathrm{B}}(l,m,t)\cdot\hat{\mathrm{F}}_{\mathrm{B}}(l,m)+\Lambda_{\mathrm{C}}(l,m,t)\cdot\hat{\mathrm{F}}_{\mathrm{C}}(l,m)\right]
\end{aligned}
$$

$$\Lambda_{\mathrm{A}}\left(l,m,t\right) \overset{\mathrm{MM}}{=} e^{i\cdot(\varepsilon_l-\varepsilon_m)\cdot t} \qquad \hat{\mathrm{F}}_{\mathrm{A}}\left(l,m\right) \overset{\mathrm{MM}}{=} \sum_{\sigma\in\{\uparrow,\downarrow\}} \hat{\mathrm{h}}^{\dagger\mathrm{S}}_{l,\sigma}\hat{\mathrm{h}}^{\mathrm{S}}_{m,\sigma}\left(1+2\cdot\hat{\mathrm{n}}^{\mathrm{S}}_{l,\bar{\sigma}}\hat{\mathrm{n}}^{\mathrm{S}}_{m,\bar{\sigma}}-\hat{\mathrm{n}}^{\mathrm{S}}_{l,\bar{\sigma}}-\hat{\mathrm{n}}^{\mathrm{S}}_{m,\bar{\sigma}}\right)$$

$$\Lambda_{\mathrm{B}}\left(l,m,t\right) \overset{\mathrm{MM}}{=} e^{i\cdot(\varepsilon_l-\varepsilon_m+U)\cdot t} \qquad \hat{\mathrm{F}}_{\mathrm{B}}\left(l,m\right) \overset{\mathrm{MM}}{=} \sum_{\sigma\in\{\uparrow,\downarrow\}} \hat{\mathrm{h}}^{\dagger\mathrm{S}}_{l,\sigma}\hat{\mathrm{h}}^{\mathrm{S}}_{m,\sigma}\left(\hat{\mathrm{n}}^{\mathrm{S}}_{l,\bar{\sigma}}-\hat{\mathrm{n}}^{\mathrm{S}}_{l,\bar{\sigma}}\hat{\mathrm{n}}^{\mathrm{S}}_{m,\bar{\sigma}}\right)$$

$$\Lambda_{\mathrm{C}}\left(l,m,t\right) \overset{\mathrm{MM}}{=} e^{i\cdot(\varepsilon_l-\varepsilon_m-U)\cdot t} \qquad \hat{\mathrm{F}}_{\mathrm{C}}\left(l,m\right) \overset{\mathrm{MM}}{=} \sum_{\sigma\in\{\uparrow,\downarrow\}} \hat{\mathrm{h}}^{\dagger\mathrm{S}}_{l,\sigma}\hat{\mathrm{h}}^{\mathrm{S}}_{m,\sigma}\left(\hat{\mathrm{n}}^{\mathrm{S}}_{m,\bar{\sigma}}-\hat{\mathrm{n}}^{\mathrm{S}}_{m,\bar{\sigma}}\hat{\mathrm{n}}^{\mathrm{S}}_{l,\bar{\sigma}}\right)$$