

Calculus

En meget hurtig opsummering

Jonas Camillus Jeppesen^{*}
Allan Grønhøj Hansen[†]

23. april 2013

^{*}jojep07@student.sdu.dk

[†]alhan08@student.sdu.dk

1 uge 1

1. Minimalt eksempel
2. Overall skriftstørrelse
3. Non-ascii
4. Section og subsection
5. Maketitle
6. Indholdsfortegnelse
7. Bable
8. ref og label
9. begin end equation

2 uge 2

1. Lister (sublist)
2. Align
3. Matricer
4. Spalter
5. Tabeller
6. Figurer
7. include input
8. bibliografi

3 Introduktion

Calculus er det matematiske studium af ændringer, på samme måde som geometri er det matematiske studium af former.

4 Differentiation

Differentiation er et af de to store emner inden for calculus. Det handler om hvordan funktioner ændrer sig når deres input ændres. Et mål for dette er den *aflede* af en funktion.

4.1 Definition af den aflede

Hældningen af en sekantlinie til en funktion $f(x)$ i punktet x_0 er givet ved:

$$s = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} \quad (1)$$

Denne brøk kaldes *differenskvotienten*. Den aflede af en funktion i samme punkt er grænseværdien af ligning (1) når $h \rightarrow 0$:

$$m = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} \quad (2)$$

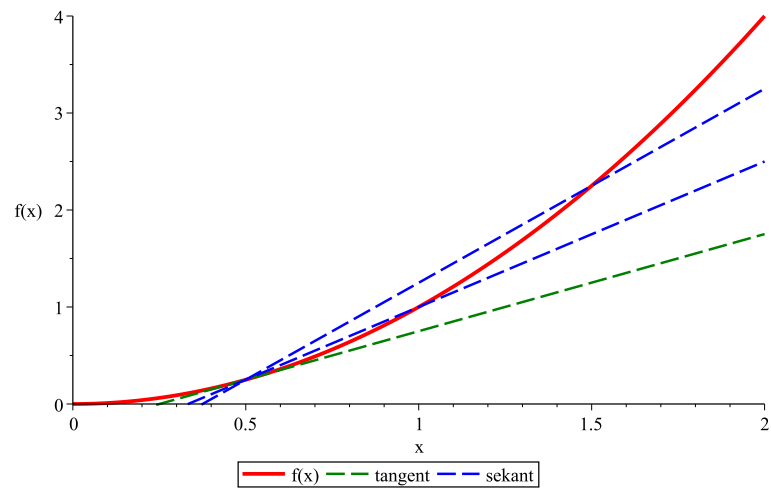
Denne grænse kaldes *diffenskoefficienten*. Figur 1 viser en funktion med en tangentlinie og to sekantlinier. Det ses, at når h gøres mindre går hældningen af sekantlinierne mod hældningen af tangentlinien.

4.2 Den aflede som funktion

Hvis $f(x)$ har en aflede i alle punkter a findes der en funktion som sender alle punkter a over i den afledte af $f(x)$ i punktet a . Denne funktion kaldes *den aflede funktion* af $f(x)$ og skrives som $\frac{df}{dx}$ i Leibnizs notation ($f'(x)$ i Lagranges notation).

Den aflede funktion kan bestemmes ud fra ligning (2). Tag for eksempel den aflede funktion af en potensfunktion $f(x) = x^n$:

$$m = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) - x^n}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x + h)^n - x^n}{h} \quad (3)$$



Figur 1: Afbildning af $f(x) = x^2$ med en tangent i punktet $x = 0.5$ (grøn) og to sekantlinier (blå) med $h = 0.5, 1.0$.