

Polyas fyra steg

Jonas Conneryd

2019

Matematik så som den lärs ut till ingenjörstudenter handlar till största del om att lära sig tänka rätt kring att lösa problem, samt till viss del om att ge sakkunskap i den matematik som används i ingenjörssyrket. Det väsentliga är emellertid inte att kunna alla satser utantill, utan om att förstå hur det går till att närma sig och lösa en uppgift som ställs under matematiska förutsättningar, som övning i att lösa de problem som uppkommer i ingenjörssyrket (även om dessa aldrig är lika tydligt formulerade). Att tänka "rätt" kring matematisk problemlösning är en förmåga som erhålls genom intresse och hårt arbete, men kan göras lättare genom vägledning antingen från en lärare eller, som i den här texten, från en bok.

Den ungerske och sedermera amerikanske matematikern George Pòlya skrev på 1940-talet en bok som heter *How To Solve It*, med vilken han ville skriva allmänt och tillgängligt om problemlösning. Eftersom han ju var matematiker, och eftersom matematisk problemlösning är mycket mer tydligt och lätt att förstå sig på än allmän problemlösning ("hur skall skolan i Sverige bli bättre" kontra "visa att **matematisk sats** gäller") så är många av exemplen i boken av matematisk natur.

Han utgår ifrån ett allmänt tillvägagångssätt, indelat i fyra steg, för att lösa problem. Pòlyas fyra steg är ett utmärkt sätt att närma sig problem i matematik, och eftersom de är så intuitiva och enkla i sin framställning är det något studenten alltid kan ha med sig i bakhuvudet när denne löser matematiska problem.

Det går att läsa Pòlyas egen formulering av sina steg via denna länk (hämtad 2018-08-20):

<https://math.berkeley.edu/~gmelvin/polya.pdf>

1. Förstå problemet

Kan tyckas självklart, men det är inte ovanligt att studenter (för att inte tala om övningsassistenter) påbörjar lösning av ett problem utan att förstå vad som ska lösas. Detta leder som bäst till att studenten kommer en bit in i problemet för att sedan läsa det igen och förstå vad som egentligen skall göras, och som värst till att studenten löser ett helt annat problem (vilket resulterar i noll poäng på alla tentor värda namnet).

För att försäkra sig om att studenten förstår problemet som skall lösas förespråkar Pòlya att studenten bockar av några kontrollfrågor för sig själv:

1. Förstår du alla ord som används i frågeställningen?
2. Vad efterfrågas?
3. Kan du formulera om problemet med egna ord?

4. Kan du visualisera problemet på något vis?
5. Tillhandages nog med information för att över huvud taget lösa problemet? (Detta har större relevans i problemlösning utanför ingenjörsmatematiken.)

Genom att ställa sig dessa frågor så är det tänkt att studenten får en tydlig bild av problemet, som leder direkt in på nästa punkt.

2. Gör upp en plan för att lösa problemet

Det här är själva kruxet med varje problem. Så länge som slutmålet är tydligt och studenten har någon idé om hur denne skall påbörja lösningen så går det allt som oftast mycket lättare att faktiskt lösa problemet. Det finns en hel uppsjö av möjliga strategier, av vilka det ofta, men inte alltid, finns några givna kandidater för vad som antagligen fungerar för det givna problemet. Några av dessa är:

- Gissa
- Leta mönster
- Uteslutningsmetoden
- Använd symmetri
- Betrakta ett specialfall
- Ställ upp en ekvation
- Rita en bild
- Lös en enklare version av samma problem och jobba dig vidare
- Jobba baklänges från slutsatsen
- Använd ett trick (som ofta kommer från erfarenhet med liknande problem)

Det blir givetvis lättare att välja strategi ju fler problem studenten löser.

3. Verkställ planen

Detta är oftast inte så svårt (långa tradiga räkningar är inte svåra utan jobbiga) men fortfarande viktigt. Även här skinner vikten av att lösa många problem hela vägen igenom, i det att studenten exempelvis snabbare räknar integralen problemet kräver ju fler integraler studenten räknat tidigare.

4. Reflektera

Efter att problemet räknats klart är det viktigt att fundera kring vilka nyckelpunkter problemet innehöll, och hur dessa kan komma att användas i senare problem. Det är detta steg som möjliggör att studenten utvecklas i sin problemlösningssförmåga. Ett enkelt sätt att göra detta på är att ha ett dokument i vilket man bockar av lösta problem och där det är lätt att lägga till en kort anteckning om varje problem. Det är också hjälpsamt att ha en färgpenna till hands med vilken man antecknar problemlösningens huvudsteg bredvid själva uträkningen i det block där man räknar uppgifter.