

EE466  
Lab 167  
Mätning på elektriska kretsar

Jonas Sjöberg  
Högskolan i Gävle,  
Elektronikingenjörsprogrammet,  
`tel12jsg@student.hig.se`

Oscar Wallberg  
Högskolan i Gävle,  
Dataingenjörsprogrammet,  
`tco13owg@student.hig.se`

Lab utförd: 25 Februari 2015  
Instruktör: Efrain Zenteno

**Sammanfattning**

Syftet med laborationen är att praktiskt pröva några av de grundläggande sambanden och satserna i likströmläran, samt att förstå enkla växelströmskretsar. Dessutom bör studenten efter genomförd laboration översiktligt förstå universalinstrumentets och oscilloskopets principiella funktionssätt, samt kunna tillämpa hanteringen av dessa instrument i mätning på elektriska kretsar.

# Innehåll

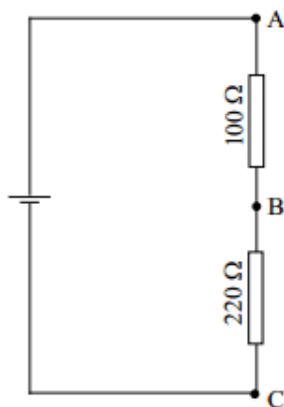
<b>1</b>	<b>Introduktion</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Mätning på seriekrets</b>	<b>4</b>
2.1	Mätresultat . . . . .	4
2.2	Kommentar . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Inverkan av en parallellgren på en krets</b>	<b>5</b>
3.1	Mätresultat . . . . .	5
<b>4</b>	<b>Mätning på parallellkrets</b>	<b>5</b>
4.1	Mätresultat . . . . .	6
4.2	Kommentar . . . . .	6
<b>5</b>	<b>Mätning av resistans</b>	<b>6</b>
5.1	Mätresultat . . . . .	6
5.1.1	A . . . . .	6
5.1.2	B . . . . .	8
5.1.3	C . . . . .	8
5.1.4	D . . . . .	8
5.1.5	E . . . . .	8
5.2	Teoretisk beräkning . . . . .	8
5.2.1	A . . . . .	8
5.2.2	B . . . . .	8
5.2.3	C . . . . .	8
5.2.4	D . . . . .	9
5.2.5	E . . . . .	9
5.3	Kommentar . . . . .	9
5.3.1	A . . . . .	9
5.3.2	B . . . . .	9
5.3.3	C . . . . .	9
5.3.4	D . . . . .	9
5.3.5	E . . . . .	9
<b>6</b>	<b>Mätning av emk och inre resistans i en tvåpol</b>	<b>10</b>
6.1	Teoretisk härledning med Thévenins teorem . . . . .	10
<b>7</b>	<b>Karakteristik hos en lysdiod</b>	<b>13</b>
7.1	Mätresultat . . . . .	13
7.2	Kommentar . . . . .	15

<b>8</b>	<b>Mätning av växelspänning med universalinstrument och oscilloskop</b>	<b>15</b>
8.1	Mätresultat . . . . .	18
8.2	Kommentar . . . . .	19
<b>9</b>	<b>Studium av frekvensgång i en reaktiv krets</b>	<b>21</b>
9.1	Mätresultat . . . . .	21
9.2	Teoretisk beräkning . . . . .	21
9.3	Kommentar . . . . .	21
<b>10</b>	<b>Mätning av fasförskjutning i en reaktiv krets</b>	<b>21</b>
10.1	Mätresultat . . . . .	21
10.2	Teoretisk beräkning . . . . .	21
10.3	Kommentar . . . . .	21
<b>11</b>	<b>Mätning av resonansfrekvens</b>	<b>21</b>
11.1	Mätresultat . . . . .	21
11.2	Kommentar . . . . .	21
<b>12</b>	<b>Resultat</b>	<b>21</b>
<b>13</b>	<b>Referenser</b>	<b>22</b>

## 1 Introduktion

## 2 Mätning på seriekrets

Seriekretsen enligt figur 1 kopplades upp. 5 V valdes för spänningskällan.



Figur 1: Seriekrets

### 2.1 Mätresultat

Resistensen mellan A och B,  $R_1$ , mättes upp till  $100.561\Omega$  och mellan B och C,  $R_2$ , mättes  $217.78\Omega$  upp. Följande spänningar mättes därefter upp:

$$U_{AB} = 1.58\text{V}$$

$$U_{BC} = 3.41\text{V}$$

$$U_{AC} = 4.999\text{V}$$

### 2.2 Kommentar

Spänningsdelningslagen ger:

$$U_{AB} = U \times \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$U_{AB} = 4.999 \times \frac{100.561}{100.561 + 217.78}$$

$$U_{AB} = 1.579$$

$$U_{BC} = U \times \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$U_{BC} = 4.999 \times \frac{217.78}{100.561 + 217.78}$$

$$U_{BC} = 3.42$$

$$U_{AC} = U \times \frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2}$$

$$U_{AC} = U = 4.999$$

Kirchhoff's 2:a lag:

Summan av samtliga emk:s som ingår i en sluten krets är lika med summan av potentialfallen, eller

$$u_1 + u_2 + \dots + u_n = 0$$

där  $u_k$  betecknar en potentialändring.

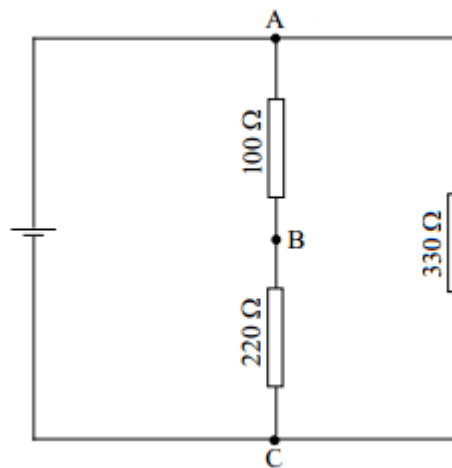
Enligt Kirchhoff's lag:

$$U - U_{AB} - U_{BC} = 0$$

$$4.99 - 1.579 - 3.42 = 0, \text{ vilket stämmer.}$$

### 3 Inverkan av en parallellgren på en krets

Ytterligare en resistor på  $330 \Omega$  kopplades parallellt till kretsen från figur 1, se figur 2.



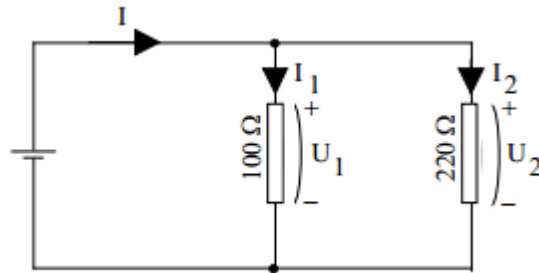
Figur 2: Parallellgren på föregående krets.

#### 3.1 Mätresultat

Strömmen som mättes vid spänningskällan var 33mA och strömmen i punkt B var 15.466mA.

### 4 Mätning på parallellkrets

Två resistorer kopplades enligt figur 3. Sedan valdes 5 V för spänningskällan.



Figur 3: Parallellgren på föregående krets.

#### 4.1 Mätresultat

$$I_1 = 47.35\text{mA}$$

$$I_2 = 22.453\text{mA}$$

$$I = 72\text{mA}$$

#### 4.2 Kommentar

Kirchhoff's 1:a lag:

Summan av alla elektriska strömmar som flyter till en nod är lika med summan av alla strömmar som flyter från noden, eller

$$i_1 + i_2 \dots + i_n = 0$$

där  $i_k$  betecknar en nodström.

Detta ger

$$I = I_1 + I_2$$

$$I = 47.35 + 22.453 = 69.803\text{mA}$$

vilket ger en procentuell felmarginal på  $\frac{72-69.803}{69.803} \times 100 = 3.147\%$ .

### 5 Mätning av resistans

Kretsarna funna i figur 4 kopplades upp. De uppmätta resistanserna var följande:

$$R_1 = 154.4\Omega$$

$$R_2 = 177.75\Omega$$

$$R_3 = 328\Omega$$

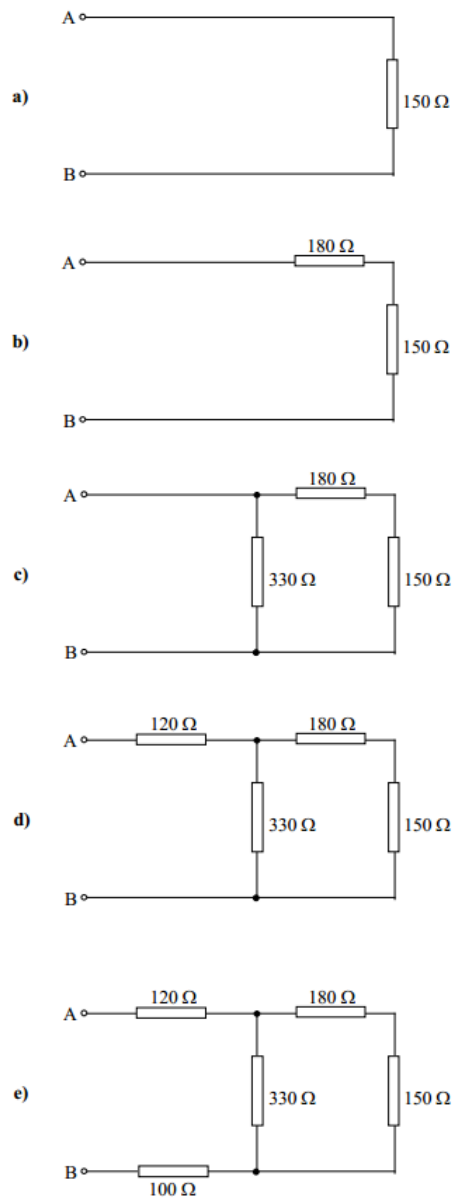
$$R_4 = 118.3\Omega$$

$$R_5 = 99.9\Omega$$

#### 5.1 Mätresultat

##### 5.1.1 A

$$154.4\Omega$$



Figur 4: Resistorkretsar.

### 5.1.2 B

331.7Ω

### 5.1.3 C

164.62Ω

### 5.1.4 D

283.52Ω

### 5.1.5 E

383.92Ω

## 5.2 Teoretisk beräkning

### 5.2.1 A

Resistansen  $R_A$  i A utgörs av ett enda motstånd och kan utläsas direkt till  
 $R_A = R_1 = 154.4\Omega$

### 5.2.2 B

Resistansen  $R_B$  i B är teoretiskt;

$$\begin{aligned}R_B &= R_1 + R_2 \\&= 154.4\Omega + 177.75\Omega \\&= 332.15\Omega\end{aligned}$$

### 5.2.3 C

Resistansen  $R_C$  i C är teoretiskt;

$$\begin{aligned}R_C &= \frac{1}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_1 + R_2}} \\&= \frac{1}{\frac{1}{328\Omega} + \frac{1}{154.4\Omega + 177.75\Omega}} \\&= 165.03\Omega\end{aligned}$$



### 5.2.4 D

Resistansen  $R_D$  i D är teoretiskt;

$$\begin{aligned} R_D &= \frac{1}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_1+R_2}} + R_4 \\ &= \frac{1}{\frac{1}{328\Omega} + \frac{1}{154.4\Omega+177.75\Omega}} + 118.3\Omega \\ &= 283.33\Omega \end{aligned}$$

### 5.2.5 E

Resistansen  $R_E$  i E är teoretiskt;

$$\begin{aligned} R_E &= \frac{1}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_1+R_2}} + R_4 + R_5 \\ &= \frac{1}{\frac{1}{328\Omega} + \frac{1}{154.4\Omega+177.75\Omega}} + 118.3\Omega + 99.9\Omega \\ &= 383.23\Omega \end{aligned}$$

## 5.3 Kommentar

Följande formel används för att beräkna den procentuella felmarginalen:

$$\frac{|\text{teoretiskt värde} - \text{uppmätt värde}|}{\text{uppmätt värde}} \times 100$$

### 5.3.1 A

Den teoretiska beräkningen och den uppmätta stämmer överens; 154.4  $\Omega$ .

### 5.3.2 B

$$\frac{|332.15-331.7|}{331.7} \times 100 = 0.136\%$$

### 5.3.3 C

$$\frac{|165.03-164.62|}{164.62} \times 100 = 0.231\%$$

### 5.3.4 D

$$\frac{|283.33-283.52|}{283.52} \times 100 = 0.067\%$$

### 5.3.5 E

$$\frac{|383.23-383.92|}{383.92} \times 100 = 0.18\%$$

## 6 Mätning av emk och inre resistans i en tvåpol

Dessa mätningar görs i syfte att undersöka konceptet tvåpol och demonstrera konceptet av att studera och räkna med reducering av komplexa nät med hjälp av Thévenins ekvivalens.

En så kallad experimentplatta eller breadboardänvänds för att konstruera kretsen som illustreras i Figur 5. Nätaggregatet  $V_1$  är ett strömbegränsande laboratorieaggregat HP3631A. Spänningen  $U$  mäts över dekadresistorn  $R_3$  med bänkmultimetern  $M_2$ , en HP34401A. Strömmen  $I$  mäts genom att den handhållna multimetern Tenma 72-2050 kopplas mellan punkten  $A$  och  $R_3$ . Källan som driver spänningen  $V_{AB}$  utgörs av  $V_1$ ,  $R_1$  och  $R_2$ .

Lasten som är ansluten till utgången utgörs av dekadresistorn  $R_3$ . Resistansen hos multimetern  $M_2$  parallellkopplas med  $R_3$  och påverkar således kretsen på ett oönskat sätt. Om man antar att  $M_2$  har en inre resistans på  $10\text{ M}\Omega$  förändras lastens effektiva resistans. Förändringen är försumbar då  $R_3$  har ett lågt värde men felvärdet blir klart påtagligt vid högre resistansvärden. Felvärdet kan beräknas med Ekvation 1 som vid en högre resistans enligt 2 blir 0,09%, vilket klart påverkar mätresultatet. Men eftersom den maximala resistansen som används är  $100\text{ k}\Omega$  så kan belastning från multimetern förbises.

Utan belastning är spänningen vid tvåpolens "utgång",  $V_{AB} = 7.16\text{ V}$ .

Med  $R_3$  ställd på sin maximala resistans är spänningen oförändrad. När värdet hos  $R_3$  sänks börjar spänningen vid tvåpolens utgång också att sjunka. Halva tomgångsspänningen  $\frac{V_{AB}}{2} = 3.58\text{ V}$  avläses vid en last av  $R_3 = 341\text{ }\Omega$ . Strömmen genom lasten är då  $I = 10.531\text{ mA}$ .

$$\text{Felvärde}(\%) = \frac{\text{Uppmätt värde} - \text{Förväntat värde}}{\text{Förväntat värde}} \times 100 \quad (1)$$

Vid en resistans på t.ex.  $1\text{ M}\Omega$  blir felvärdet enligt Ekvation 2.

Ett felvärde på 0,09% är utgör ett signifikant mätfel. I det här fallet är lastresistansen som effektivt parallellkopplas med multimetern mycket lägre än  $1\text{ M}\Omega$  och mätfelet blir inte fullt så allvarligt.

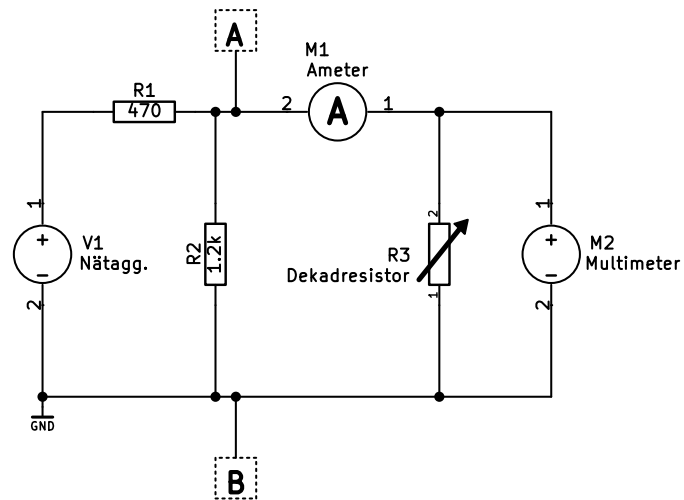
$$\text{Felvärde } R_{last}(\%) = \frac{\left(\frac{1}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{RM_2}}\right) - R_3}{R_3} \times 100 \quad (2)$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{\frac{1}{1\text{ M}\Omega} + \frac{1}{10\text{ M}\Omega}}\right) - 1\text{ M}\Omega}{1\text{ M}\Omega} \times 100 \quad (3)$$

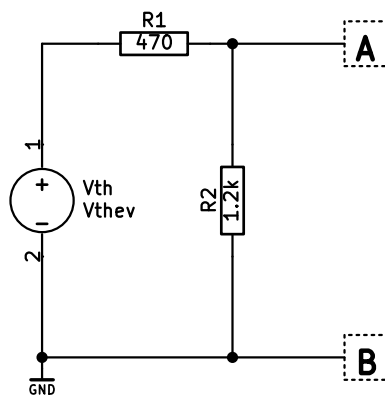
$$= 0,09\% \quad (4)$$

### 6.1 Teoretisk härledning med Thévenins teorem

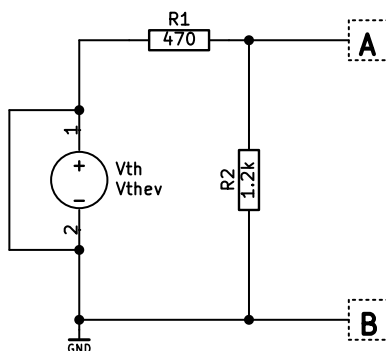
Kretsen som levererar spänningen ritas om till den i Figur 6.



Figur 5: Koppling vid mätning av EMK och inre resistans i en tvåpol.



Figur 6: Den obelastade kretsen som utgör källpolspänningen



Figur 7: Spänningskälla kortsluten för att hitta inre resistans

Den obelastade tomgångsspänningen mellan punkterna A och B,  $V_{AB}$  beräknas enligt Ekv. 5.

$$\begin{aligned}
 V_{AB} &= V_{th} \times \frac{R_2}{R_1 + R_2} \\
 V_{AB} &= 10 \text{ V} \times \frac{1.2 \text{ k}\Omega}{470 \Omega + 1.2 \text{ k}\Omega} \\
 V_{AB} &= 10 \text{ V} \times \frac{1.2 \times 10^3}{470 + 1.2 \times 10^3} \\
 V_{AB} &= 7,185 \text{ V}
 \end{aligned} \tag{5}$$

Den inre resistansen beräknas genom att kortsluta spänningskällan. Kretsen blir då den i Figur 7.

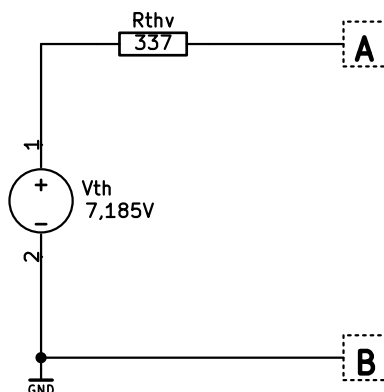
Den inre resistansen utgörs av parallellkopplingen  $R_1$  och  $R_2$  och beräknas enligt Ekv. 6.

$$\begin{aligned}
 R_{th} &= \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \\
 R_{th} &= \frac{1}{\frac{1}{470 \Omega} + \frac{1}{1.2 \text{ k}\Omega}} \\
 R_{th} &= 337,72 \Omega
 \end{aligned} \tag{6}$$

De teoretiska värdena för Théveninekvivalensen i 7 används i Figur 8 som har ett beteende ekvivalent med den ursprungliga tvåpolen.

$$V_{AB} = 7,185 \text{ V} \tag{7}$$

$$R_{th} = 337,72 \Omega \tag{8}$$



Figur 8: Fullständig ekvivalent krets

## 7 Karakteristik hos en lysdiod

För att undersöka  $I/V$ -karakteristiken hos en lysdiod behövs kännedom om spänningen över lysdioden,  $V_{LED}$  samt strömmen genom lysdioden,  $I_{LED}$ . Kretsen i Figur 9 konstruerades på en kopplingsplatta. En röd lysdiod användes, vi kan anta att det röda ljusets våglängd är cirka 660 nm och därmed förvänta oss ett framspänningsfall på cirka 1.8 V vid 20 mA. Framspänningsfallet  $V_f$  brukar i datablad ofta specificeras vid 20 mA, som också många gånger är lysdiodens rekommenderade maxström.

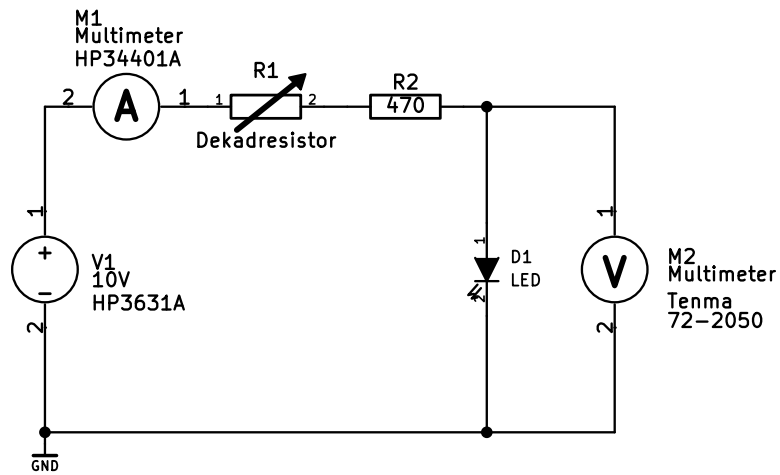
Resistorn  $R_2$  förhindrar strömmen  $I_{LED}$  att bli alldeles för stor i det fall att resistansen hos dekadresistorn  $R_1$  är ställd till ett lågt värde eller direkt kortslutning. Den högsta ström som kan flyta genom kretsen uppskattas i Ekvation 9 till ett värde under den specificerade maxgränsen på 20 mA.

$$\begin{aligned}
 I_{LED_{max}} &= \frac{V_1 - V_{D1}}{R_2} \\
 I_{LED_{max}} &= \frac{10 \text{ V} - 1.8 \text{ V}}{470 \Omega} \\
 I_{LED_{max}} &= 17.4 \text{ mA}
 \end{aligned} \tag{9}$$

Lysdioden är precis som namnet antyder en typ av diod och uppvisar en typisk diodkarakteristik, där strömmen  $I_{diod}$  är näst intill obefintlig då  $V_{diod} < V_f$  för att sedan öka exponentiellt efter det att  $V_{diod} \geq V_f$  och dioden börjar leda. Förhållandet mellan spänning och ström är olinjärt,  $\Delta I$  är mycket stort över ett mycket litet område av  $\Delta V$ .

Mätresultaten presenteras i Tabell 1, Figur 10 och Figur 12 under sektion 7.1.

### 7.1 Mätresultat



Figur 9: Labbkoppling för att bestämma I/v-karakteristik för en LED

$R_3$	$I_{LED}$	$V_{LED}$
500 $\Omega$	16.38 mA	1.78 V
600 $\Omega$	13.66 mA	1.766 V
700 $\Omega$	11.725 mA	1.755 V
800 $\Omega$	10.269 mA	1.744 V
900 $\Omega$	9.1342 mA	1.737 V
1 k $\Omega$	8.260 mA	1.730 V
2 k $\Omega$	3.3319 mA	1.685 V
3 k $\Omega$	2.3805 mA	1.671 V
4 k $\Omega$	1.8525 mA	1.662 V
5 k $\Omega$	1.5176 mA	1.655 V
6 k $\Omega$	1.2858 mA	1.648 V
7 k $\Omega$	1.1159 mA	1.643 V
8 k $\Omega$	985.6 $\mu$ A	1.637 V
9 k $\Omega$	882.5 $\mu$ A	1.6304 V
10 k $\Omega$	799.2 $\mu$ A	1.630 V
20 k $\Omega$	408.7 $\mu$ A	1.605 V
30 k $\Omega$	275.3 $\mu$ A	1.590 V
40 k $\Omega$	2077 $\mu$ A	1.578 V

$R_3$	$I_{LED}$	$V_{LED}$
50 k $\Omega$	1667 $\mu$ A	1.569 V
60 k $\Omega$	139.2 $\mu$ A	1.567 V
70 k $\Omega$	496. $\mu$ A	1.556 V
80 k $\Omega$	104.8 $\mu$ A	1.55 V
90 k $\Omega$	93.3 $\mu$ A	1.545 V
100 k $\Omega$	84.0 $\mu$ A	1.541 V

Tabell 1: Mätresultat för kretsen i Figur 5.

## 7.2 Kommentar

Mätningarna stämmer överens med antagandet att lysdiodens framspänningsfall  $V_f$  är omkring 1.8 V då  $I_{LED} \approx 20$  mA.

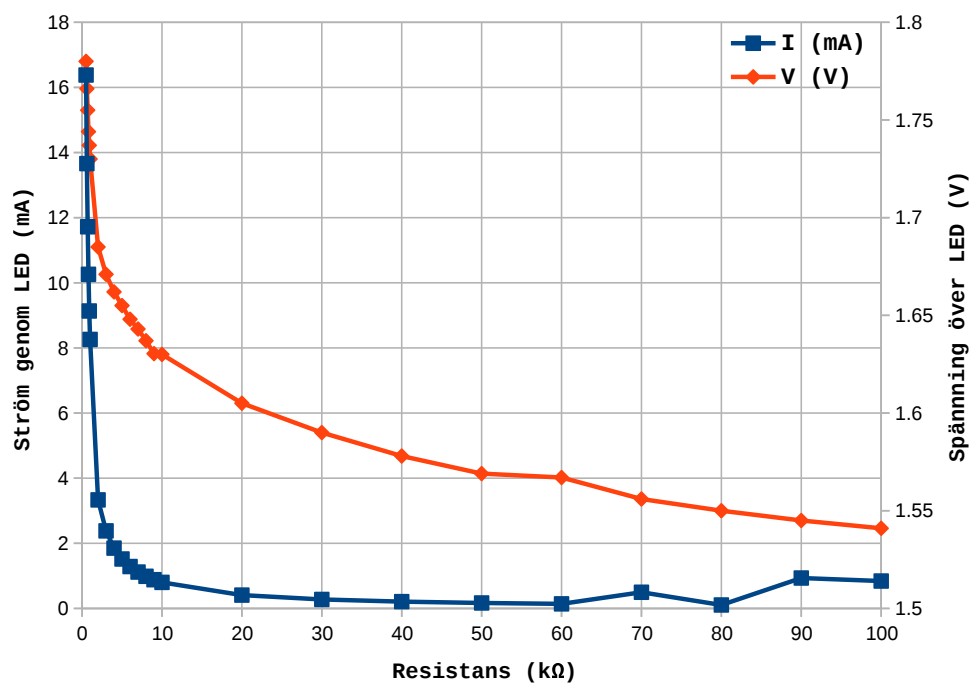
Lysdioder drivs som lämpligast med en låg spänning och en hög ström, ofta används kretsar som levererar en konstant ström, *constant current source*. till exempel kretsen i Figur ??om är en spänningsstyrd strömgenerator, som driver flera lysdioder med samma ström, med ett linjärt förhållande mellan styrspänning och diodström. Kretsen användes för att besvara en förfrågan om hur flera LEDs kan drivas med samma ström under en enkel +9V spänningsmatning.

## 8 Mätning av växelspänning med universalinstrument och oscilloskop

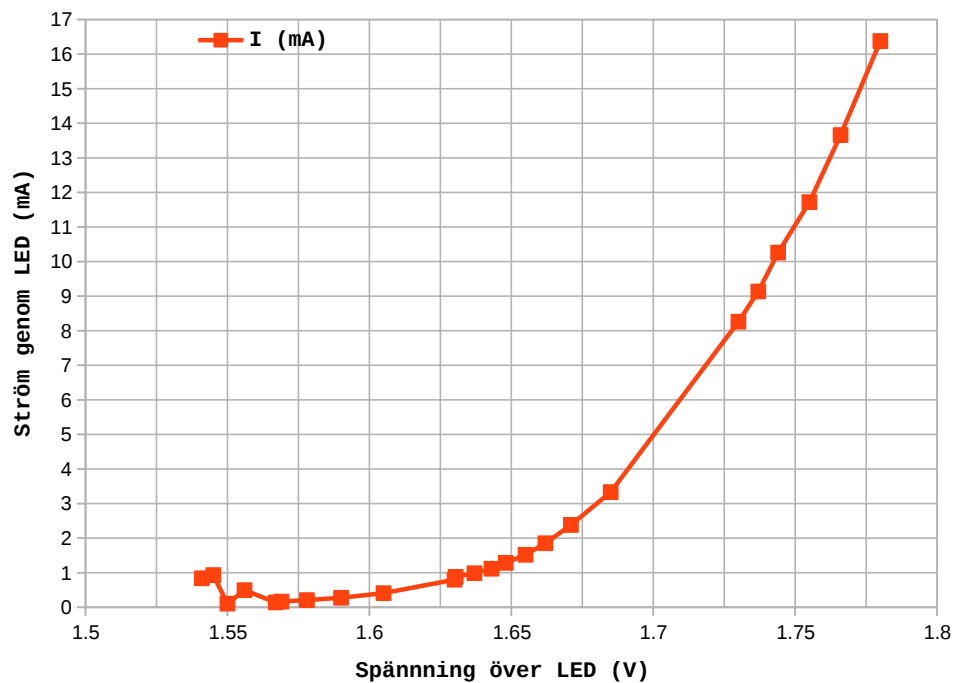
För att generera en växelspänning används signalgeneratoren HP33120A, vars utgång kopplas till en BNC T-koppling, som förgrenar signalen till både multimetern HP34401A och oscilloskopet. En adapter används för att ansluta BNC T-kopplingen till vanliga bananabsladdar som kopplas till multimetern. Se Figur 13 och Figur 14.

Signalgeneratoren konfigureras för att generera en sinusformad signal med en frekvens på 1 kHz och en amplitud på  $V_{pp}/2$ . Signalgeneratoren anger amplitud som halva topp-till-topp-värdet.

Multimetern ställs för att mäta  $V_{AC}$  RMS med automatisk inställning av mätområde. På oscilloskopet används funktioner under *measure* för att direkt visa signalens amplitud i  $V_{pp}$ . Oscilloskopet visar signalens amplitud från topp-till-topp, det vill säga dubbla det hos signalgeneratoren.



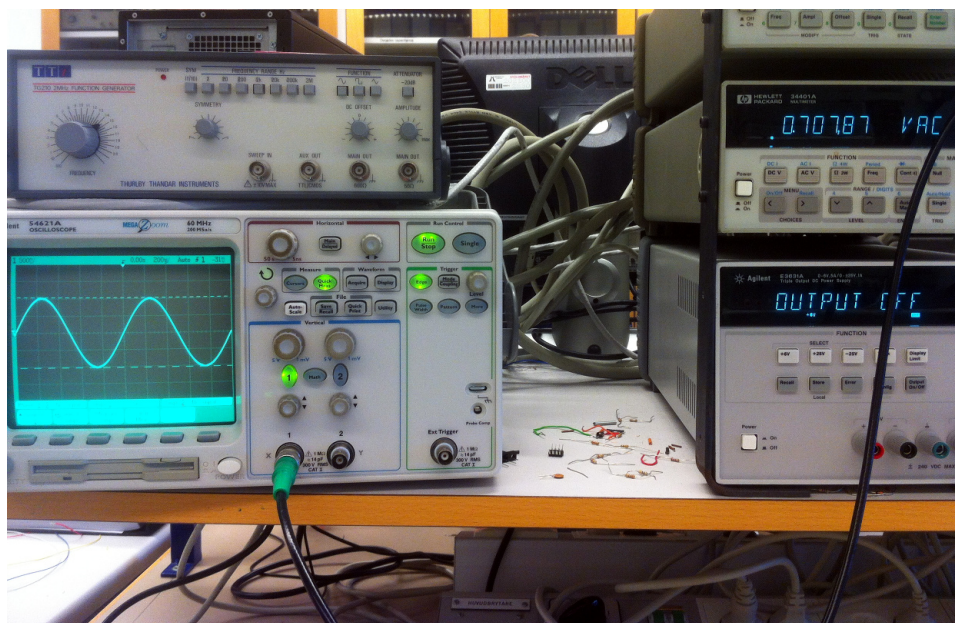
Figur 10: Ström genom och spänning över LED som en funktion av resistans



Figur 11: Ström genom LED som en funktion av spänning över LED







Figur 14: Multimeter och signalgenerator under mätning

## 8.1 Mätresultat

Förhållandet mellan  $V_{AC}$  RMS och  $V_{pp}$  kan skrivas som i Ekvation 10.

$$V_{AC} RMS = \frac{V_{pp}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (10)$$

Anmärkningsvärt är förhållandet mellan de tre storheterna,  $V_{pp}/2$ ,  $V_{AC}$  RMS och  $V_{pp}$  i Ekvation 11. RMS-värdet förhåller sig till peak-värdet med en ratio av  $\frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.707106 \dots$

$$V_{pp}/2 = \frac{V_{pp}}{2} \quad (11)$$

$$V_{AC} RMS = \frac{V_{pp}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (12)$$

$$V_{pp} = 2 \times (V_{pp}/2) \quad (13)$$

Signalens frekvens utläses direkt på oscilloskopskärmen. Den kan annars lätt härledas från sambandet  $f = \frac{1}{T}$ , där perioden  $T$  kan utläsas direkt genom att uppskatta signalens storlek till skärmens rutnät och multiplicera med  $\text{tid/div}$ , det vill säga värdet varje ruta motsvarar. För en sinusformad signal är det lämpligt att mäta periodtiden mellan två nollgenomgångspunkter och därefter omvandla från period till frekvens.

Om en signal upprepas inom två divisioner och  $\text{tid/div}$  är ställd på  $500 \mu\text{s/div}$ , fås en periodtid 1 ms och frekvensen kan beräknas  $f = \frac{1}{10 \times 10^{-3}} = 1 \text{ kHz}$ .

## 8.2 Kommentar

Oscilloskopet visar sannolikt det noggrannaste värdet för signalens frekvens. Däremot är multimetern troligtvis noggrannare vid mätning av RMS-värde. Särskilt den använda multimetern HP34401A har så kallad *true RMS*-funktionalitet vilket möjliggör mätning av signaler av signaler med godtycklig vågform.

I enklare multimeters uppskattas ofta RMS-värdet genom att den uppmätta signalen antas vara sinusformad och omvandlingen sker med helvågslikriktning, toppvärdesdetektion och multiplikation med konstanten  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .

Inställd vågform	Inställd amplitud ( $V_{pp}/2$ )	Uppmätt med multimeter ( $V_{AC}$ RMS)	Uppmätt med oscilloskop ( $V_{pp}$ )
Sinus	1	0.7081	2.06
	2	1.4149	4.13
	3	2.1253	6.06
	4	2.8324	8.19
	5	3.5421	10.13
Fyrkant	1	1.00095	2.02
	2	2.0006	4.07
	3	3.004	6.07
	4	4.0042	8.07
	5	5.0038	10.07
Triangel	1	0.5779	2.13
	2	1.1555	4.13
	3	1.7335	6.13
	4	2.3122	8.13
	5	2.8922	10.13
Ramp	1	0.5778	2.11
	2	1.1552	4.22
	3	1.7332	6.25
	4	2.3118	8.38
	5	2.8918	10.44

Tabell 2: Mätresultat för mätning av växelspanning med universalinstrument och oscilloskop.

## **9 Studium av frekvensgång i en reaktiv krets**

### **9.1 Mätresultat**

### **9.2 Teoretisk beräkning**

### **9.3 Kommentar**

## **10 Mätning av fasförskjutning i en reaktiv krets**

### **10.1 Mätresultat**

### **10.2 Teoretisk beräkning**

### **10.3 Kommentar**

## **11 Mätning av resonansfrekvens**

### **11.1 Mätresultat**

### **11.2 Kommentar**

## **12 Resultat**

## 13 Referenser