

EE466  
Lab 119  
Undersökning av RC-krets

Jonas Sjöberg  
860224  
Högskolan i Gävle,  
Elektronikingenjörsprogrammet,  
`tel12jsg@student.hig.se`  
`https://github.com/jonasjberg`

Oscar Wallberg  
Högskolan i Gävle,  
Dataingenjörsprogrammet,  
`tco13owg@student.hig.se`

Lab utförd:    TODO: Labben utförd datum  
Instruktör:                            Efrain Zenteno

**Sammanfattning**

Laborationsrapport för *EE466 – Elektrisk kretsteori*, Högskolan i Gävle. Syftet med laborationen är att analysera funktionen hos en RC krets. Laborationen innefattar överföringsfunktionen för en RC-krets, i både tids- och frekvensdomänen. Stegsvaret för en första ordningens krets. Bode-diagram. Begreppen brytfrekvens, frekvens- och faskaraktäristik.

# Innehåll

<b>1</b>	<b>Introduktion</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Lågpasfilter</b>	<b>3</b>
2.1	Överföringsfunktion . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Uppmätning av Bode-diagram</b>	<b>4</b>
3.1	Experimentuppställning . . . . .	4
3.2	Beräkning . . . . .	5
3.3	Genomförande . . . . .	6
3.4	Mätresultat . . . . .	6
3.5	Simulering . . . . .	7
3.6	Kommentar . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Uppmätning av stegsvaret</b>	<b>7</b>
4.1	Mätresultat . . . . .	7
4.2	Simulering . . . . .	7
4.3	Kommentar . . . . .	15
<b>5</b>	<b>Inverkan av källimpedans och belastningsimpedans</b>	<b>15</b>
<b>6</b>	<b>Inverkan av källimpedansen</b>	<b>15</b>
6.1	Mätresultat . . . . .	15
<b>7</b>	<b>Inverkan av belastningsimpedansen</b>	<b>16</b>
7.1	Mätresultat . . . . .	16
7.2	Simulering . . . . .	17
7.3	Kommentar . . . . .	17
<b>8</b>	<b>Resultat</b>	<b>18</b>
<b>9</b>	<b>Referenser</b>	<b>18</b>
9.1	Källkod . . . . .	18
<b>10</b>	<b>Appendix</b>	<b>19</b>
10.1	Signalgenerator . . . . .	19

# 1 Introduktion

I denna labb skall vi studera en passiv krets uppbyggd av ett motstånd och en kondensator. Om en sådan krets matas med en sinusformad insignal kommer den att släppa igenom vissa frekvenser medan andra frekvenser dämpas. Ett sådant frekvensberoende nät kallas därför ofta för filter. Om kretsen innehåller endast en reaktiv (dvs energilagrande) komponent (spole eller kondensator) kallar vi kretsen för ett första ordningens filter. Namnet kommer sig av att kretsen kan beskrivas med en första ordningens differentialekvation. Vi skall analysera kretsen både i frekvensplanet genom att mäta upp ett Bode-diagram och i tidsplanet genom att mäta upp kretsens stegsvar. Ett första ordningens lågpasfilter kan konstrueras enligt Figur 3.1.

## 2 Lågpasfilter

### 2.1 Överföringsfunktion

Uttryck (1) beskriver lågpasfiltrets överföringsfunktion i Bodes normalform.

$$\begin{aligned} H(j\omega) &= \frac{U_{ut}}{U_{in}} \\ &= \frac{1}{j\omega C} \\ &= \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}} \\ &= \frac{1}{1 + j\omega RC} \\ H(j\omega) &= \frac{1}{1 + j(\omega/\omega_1)} \end{aligned} \tag{1}$$

där  $\omega_1 = \frac{1}{RC}$  är brytfrekvensen uttryckt som en vinkelfrekvens  $\text{rad s}^{-1}$ . Eftersom  $\omega = 2\pi f$  kan vi också uttrycka överföringsfunktionen som:

$$\begin{aligned} H(f) &= \frac{U_{ut}}{U_{in}} \\ H(f) &= \frac{1}{1 + j2\pi RC} \\ H(f) &= \frac{1}{1 + j\left(\frac{f}{f_1}\right)} \quad \text{där } f_1 = \frac{1}{2\pi RC} \text{ Hz} \end{aligned} \tag{2}$$

Den senare formen, ekv. (2) är att föredra när man plottar upp överföringsfunktionen från mätresultatet och är den form vi använder i labben.

Eftersom överföringsfunktionen är på komplex form har den både absolutbellopp och fasvinkel, ekv. (3):

$$\begin{aligned} |H(f)| &= \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_1}\right)^2}} \\ \text{Arg}H &= -\arctan \frac{f}{f_1} \end{aligned} \quad (3)$$

### 3 Uppmätning av Bode-diagram

#### 3.1 Experimentuppställning

En så kallad experimentplatta eller "breadboard" används för att konstruera kretsen som illustreras i Figur 3.1.

För att generera en sinusformad signal används signalgeneratoren HP33120A, vars utgång kopplas genom en BNC-förgrening till oscilloskopet Agilent 54621A och genom en BNC-banankontaktadapter, med "banankablar" till breadboardplattans skruvterminaler.

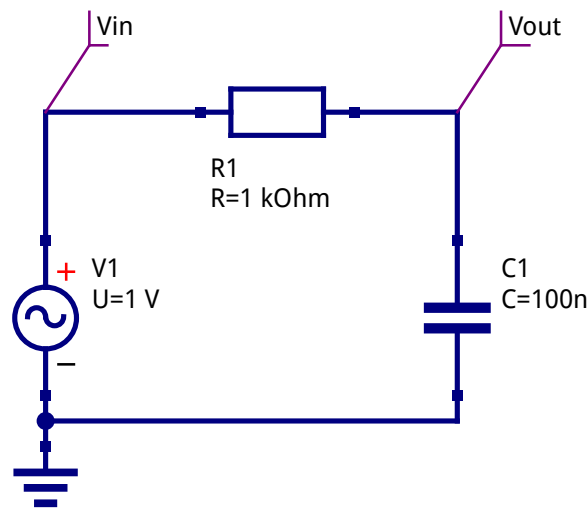
Oscilloskopets första kanal visar signalen från kretsens ingång, punkten  $V_{\text{out}}$  i Figur 3.1. Samma punkt utgör signalgeneratorns utgång och vid några mätningar användes en T-koppling av BNC-kablar för att mata signalgeneratorns utgång till både experimentkopplingen och oscilloskopet. En oscilloskopprob är ansluten till oscilloskopets andra kanal. Proben kopplas till kretsens utgång, punkten  $V_{\text{out}}$  i Figur 3.1 med en oscilloskopprob. Proben ställs till att dämpa med en faktor av 10:1 och den vertikala skalan justeras en dekad nedåt, så att båda kanalerna visas med samma skalfaktor.

Impedansskillnaden mellan signalgenerator, kablage och mätutrustning antas vara hög nog för att inte ha någon avgörande inverkan på mätresultaten. Detta återkommer i Sektion 5.

De värden som presenteras i rapporten uppmättes med ett analogt 2-kanals oscilloskop Hitachi V-252 med en bandbredd på 20 MHz. Signalen genererades av en hemmabyggt egendesignd signalgenerator. Kopplingsscheman till signalgeneratoren återfinns i Figur 15 och Figur 16 i Sektion 10). Stabiliteten och precisionen hos signalgeneratoren lämnar en del att önska, kontrollerna är väldigt känsliga och oscilloskopet har ingen frekvensräknare eller någon direkt visning av amplituden. likaså är oscilloskopet inte särskilt lättanvänt. Avläsning måste ske "manuellt" genom att divisionerna på oscilloskopskärmen räknas och multipliceras med vald tidbas eller vertikal förstärkning.

För de slutgiltiga mätningarna användes en hemmabyggt signalgenerator (se Figur 15 och Figur 16 i Sektion 10) för att generera insignalen.

Signalgeneratorns amplitud ställs till  $1V_{pp}$ . För att få ytterligare mätdata används en Fluke 8600A Multimeter för att mäta amplituden som då



Figur 1: Schematisk ritning av labbkoppling, första ordningens RC-filter.

uttrycks i RMS. Sambandet mellan “topp-till-topp”-värdet och RMS-värdet uttrycks i ekv. (4):

$$U_{RMS} = \frac{V_{pp}/2}{\sqrt{2}}$$

$$U_{inRMS} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.354 \text{ V} \quad (4)$$

Signalgeneratorns frekvens uppmättes med en UNI-T UT61D multimeter.

### 3.2 Beräkning

Brytfrekvensen  $f_1$  defineras som den frekvens då signalen har dämpats med 3 dB och beräknas från ekv. (2) enligt:

$$f_1 = \frac{1}{2\pi RC} \text{ Hz} \quad (5)$$

För kopplingen med komponentvärden enligt Figur 3.1 beräknas brytfrekvensen  $f_1$  enligt ekv. (6):

$$\begin{aligned}
f_1 &= \frac{1}{2\pi \times 1 \text{ k}\Omega \times 100 \text{ nF}} \text{Hz} \\
&= \frac{1}{2\pi \times 1 \times 10^3 \times 100 \times 10^{-6}} \text{Hz} \\
&= \frac{10^6}{2\pi \times 10^3 \times 100} \text{Hz} \\
f_1 &= 1.591\,549\,431 \text{ kHz}
\end{aligned} \tag{6}$$

Vilket ger svaret i (7); signalen dämpas med 3 dB vid filtrets brytfrekvens  $f_1 \approx 1.592 \text{ kHz}$ , varvid den “rullas av” med 20 dB per dekad (frekvenshöjning med en faktor av 10).

$$\begin{aligned}
f_1 &= 1.591\,549\,431 \text{ kHz} \\
f_1 &\approx 1.592 \text{ kHz}
\end{aligned} \tag{7}$$

### 3.3 Genomförande

Genomförandet av mätningar ses i Figur 3.3.

### 3.4 Mätresultat

Mätresultaten presenteras i Tabell 1.

Frekvens (Hz)	$U_{ut}$ (V)	$U_{ut}/U_{in}$ (V)	$20 \log U_{ut}/U_{in}$ (dB)	$\phi$ (grader)
100	1.004	1.004	34.67 m	-3.6
200	0.998	0.998	-17.38 m	-7.2
300	0.997	0.997	-26.09 m	-10
500	0.990	0.990	-87.29 m	-17
700	0.984	0.984	-140.1 m	-23
1000	0.958	0.958	-372.7 m	-32
1200	0.952	0.952	-427.3 m	-37
1300	0.949	0.949	-454.7 m	-39
1500	0.943	0.943	-509.8 m	-43
1600	0.940	0.940	-537.4 m	-45
1700	0.938	0.938	-555.9 m	-47
1800	0.936	0.936	-574.5 m	-48

Frekvens (Hz)	$U_{ut}$ (V)	$U_{ut}/U_{in}$ (V)	$20 \log U_{ut}/U_{in}$ (dB)	$\phi$ (grader)
1900	0.934	0.934	-593.1 m	-50
2000	0.932	0.932	-611.7 m	-51

Tabell 1: Mätresultat för kretsen i Figur 3.1.

### 3.5 Simulering

För verifiering och visualisering av den teoretiska beräkningen körs en SPICE-simulering av kretsen i det GPL-licensierade open source programmet Qucs<sup>1</sup>. Simuleringsuppställningen och resultatet återfinns i Figurer 3.5, Figur 3.5 och Figur 3.5.

### 3.6 Kommentar

Mätresultaten ligger inom vad som kan antas vara rimligt för den använda experimentuppställningen, komponenttoleranserna och mätutrustningens precision. Den största förändringen sker inom ett begränsat frekvensområde vid och efter brytfrekvensen. Med ett automatiserat test, med hjälp av programvara som t.ex. Labview är det mer praktiskt genomförbart att göra utföra mätningar med större precision och ett mycket större antal mätpunkter.

## 4 Uppmätning av stegsvaret

Stegsvaret mäts genom att kretsen matas med en fyrkantsvåg med en periodtid som är tillräckligt lång för att utsignalen ( $V_{out}$  i Figur 3.1) ska hinna uppnå sitt slutvärde för varje halvperiod.

Kretsens tidskonstant  $\tau = RC$

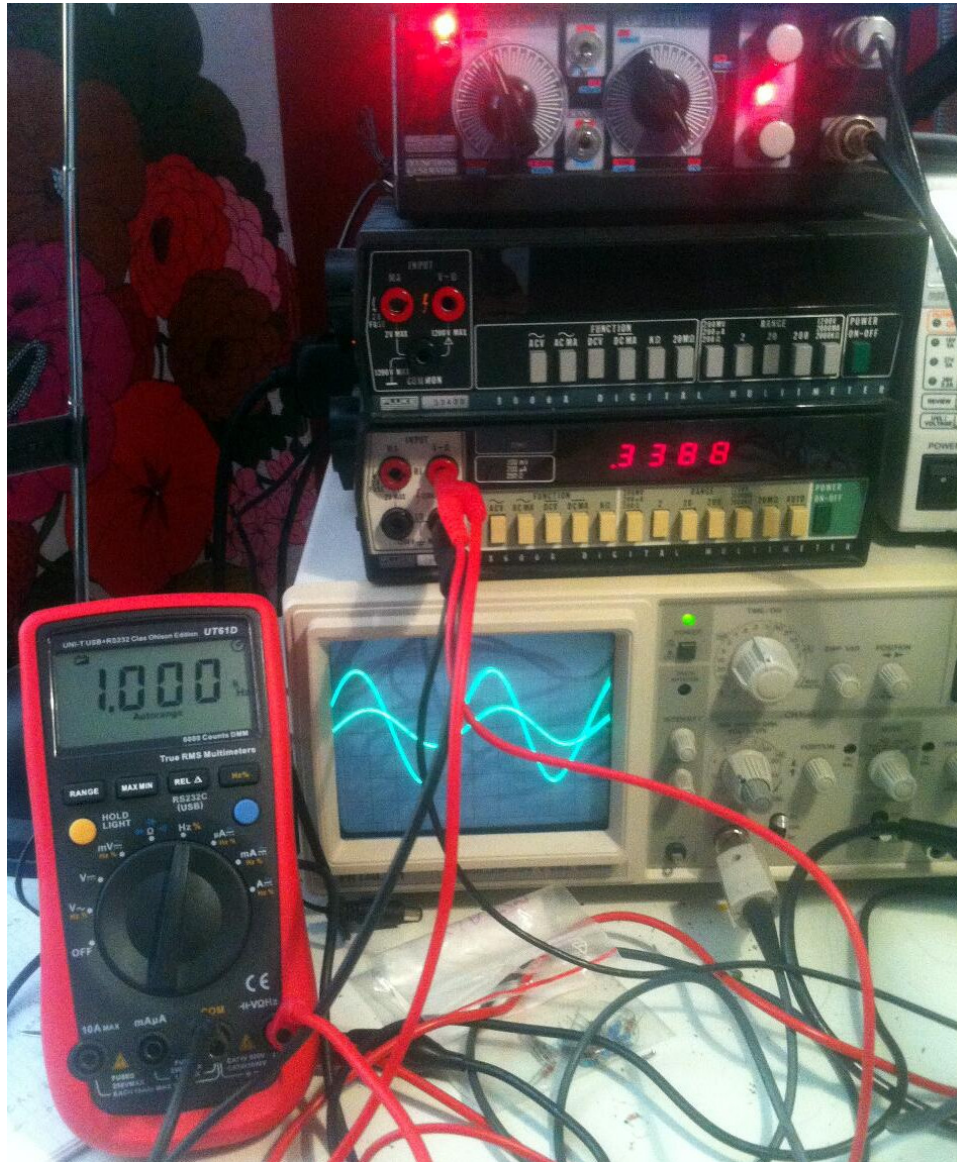
### 4.1 Mätresultat

$$\begin{aligned} \text{Uppmätt värde på } \tau &= 1 \\ \text{Vilket ger } f_1 &= 1\text{Hz} \end{aligned} \tag{8}$$

### 4.2 Simulering

Kretsen simuleras i Qucs enligt Figur 4.2 och Figur 4.2.

<sup>1</sup><http://qucs.sourceforge.net/>



Figur 2: Mätningar av data presenterade i Tabell 1. Signalfrekvens 1 kHz



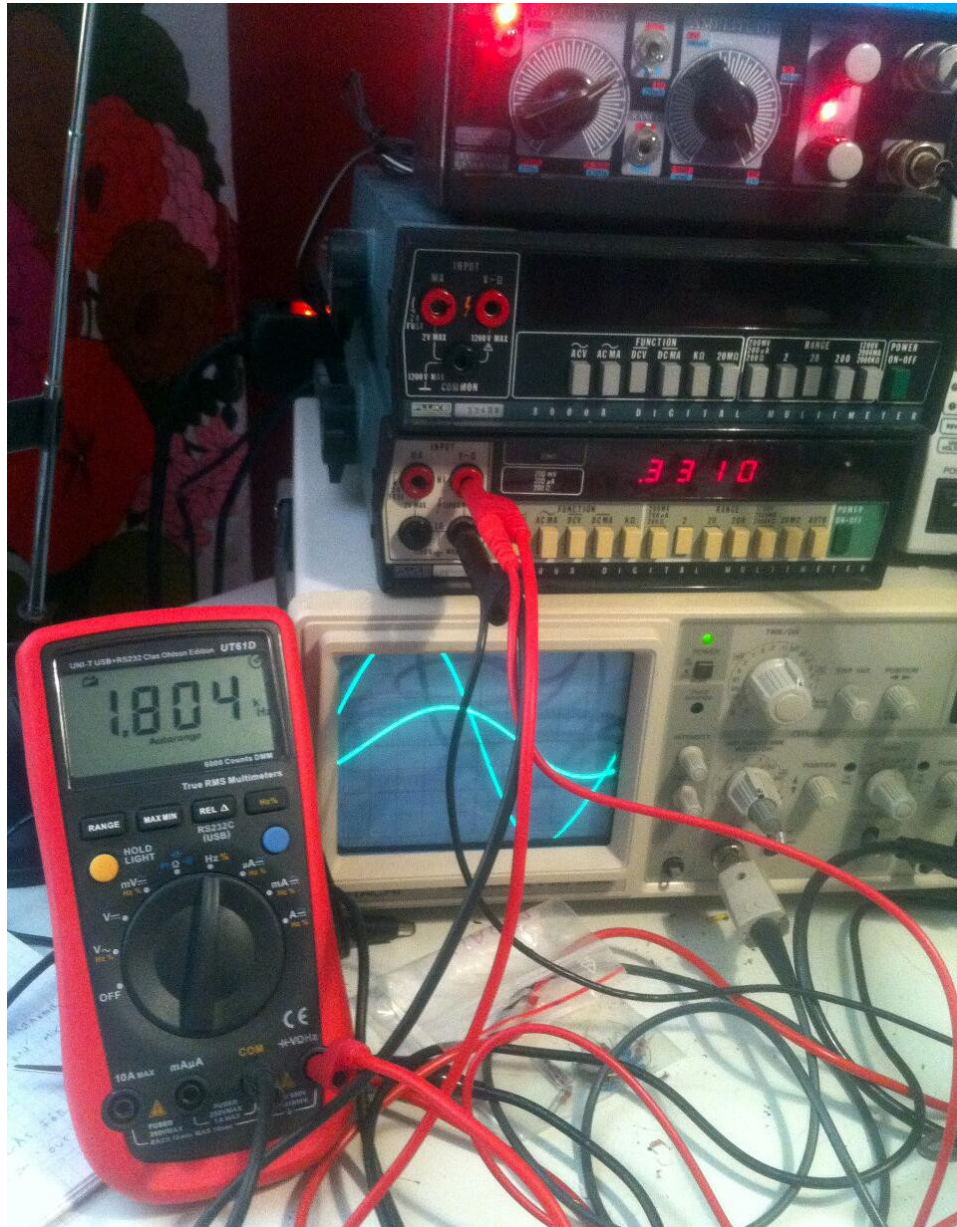


Figur 3: Mätningar av data presenterade i Tabell 1. Signalfrekvens 1.3 kHz



Figur 4: Mätningar av data presenterade i Tabell 1. Signalfrekvens 1.5 kHz





Figur 5: Mätningar av data presenterade i Tabell 1. Signalfrekvens 1.8 kHz

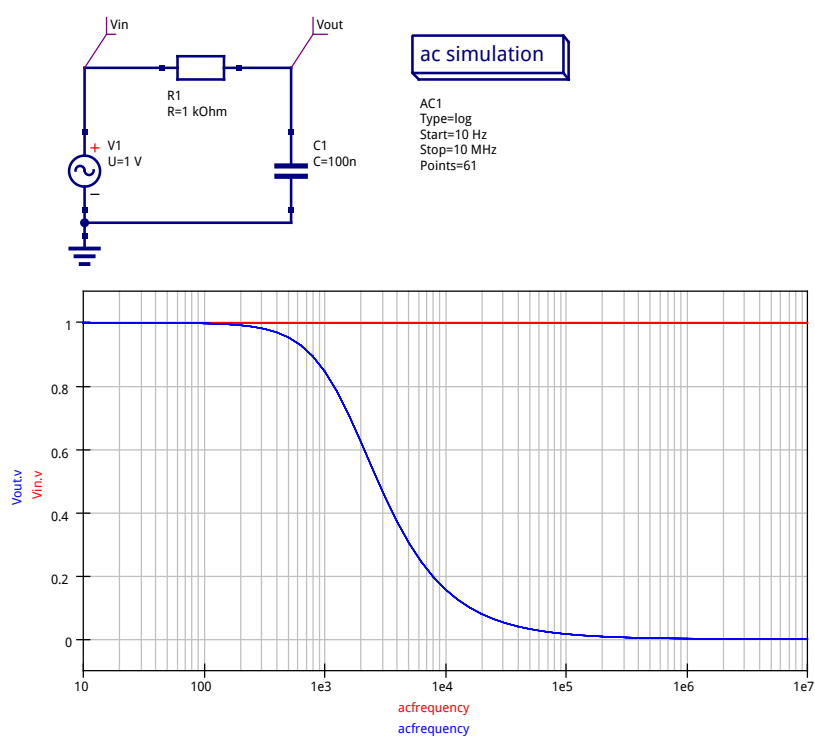


Figur 6: Mätningar av data presenterade i Tabell 1. Signalfrekvens 1.9 kHz

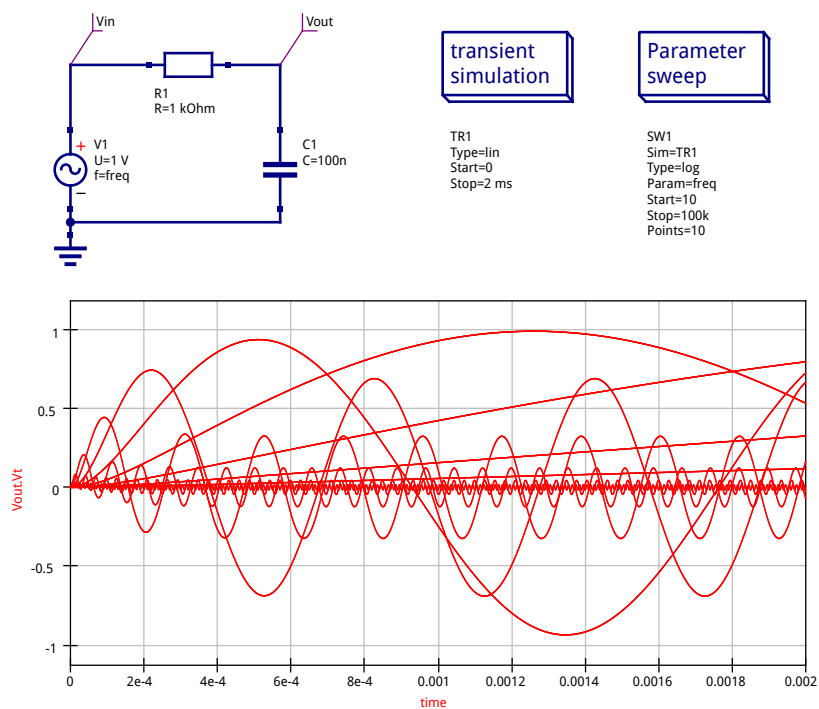




Figur 7: Mätningar av data presenterade i Tabell 1. Signalfrekvens 2 kHz



Figur 8: Simulering av kretsens frekvensåtergivning.



Figur 9: Simulering av kretsen i tidsdomänen för olika frekvenser av  $V_1$ .

Figur 4.2 visar det enkla fallet. En fyrkantsvåg används för att illustrera hur kretsen svarar mot plötsliga förändringar. Grafen visar spänningen vid punkten  $V_{out}$  som en funktion av tid.

Figur 4.2 visar samma skeende då värdet av  $C_1$  sätts till några av vanligt förekommande värden (standardiserade i IEC 60063:1963) genom en ”parameter sweep“.

Värden av  $C_1$ : 10 nF, 100 nF, 220 nF, 470 nF, 1  $\mu$ F, 2.2  $\mu$ F och 4.7  $\mu$ F.

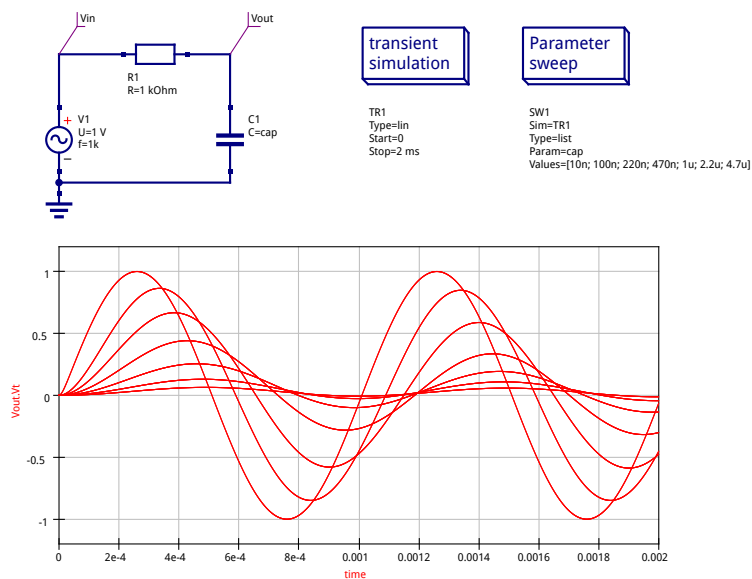
### 4.3 Kommentar

## 5 Inverkan av källimpedans och belastningsimpedans

## 6 Inverkan av källimpedansen

### 6.1 Mätresultat

$$U_{in} = 1V$$



Figur 10: Simulering av kretsen i tidsdomänen för olika värden av  $C_1$ .

Frekvens (Hz)	$U_{ut}$ (V)	$U_{ut}/U_{in}$ (V)	$20 \log U_{ut}/U_{in}$ (dB)
100	2.11	1.01	5
200	2.06	0.99	10
300	2	0.96	17
500	1.94	0.93	24
700	1.84	0.88	29
1000	1.75	0.84	33
1200	1.66	0.79	37
1300	1.56	0.75	42
1500	1.49	0.71	45
1700	1.39	0.67	49
2000	1.39	0.67	49

Tabell 2: Mätresultat för kretsen i Figur 3.1.

## 7 Inverkan av belastningsimpedansen

### 7.1 Mätresultat

16

$U_{in} = 1V$

Frekvens (Hz)	$U_{ut}$ (V)	$U_{ut}/U_{in}$ (V)	$20 \log U_{ut}/U_{in}$ (dB)
100	2.11	1.01	5
200	2.06	0.99	10



Frekvens (Hz)	$U_{ut}$ (V)	$U_{ut}/U_{in}$ (V)	$20 \log U_{ut}/U_{in}$ (dB)
1700	1.39	0.67	49
2000	1.39	0.67	49

Tabell 3: Mätresultat för Inverkan av belastningsimpedansen för kretsen i Figur 3.1.

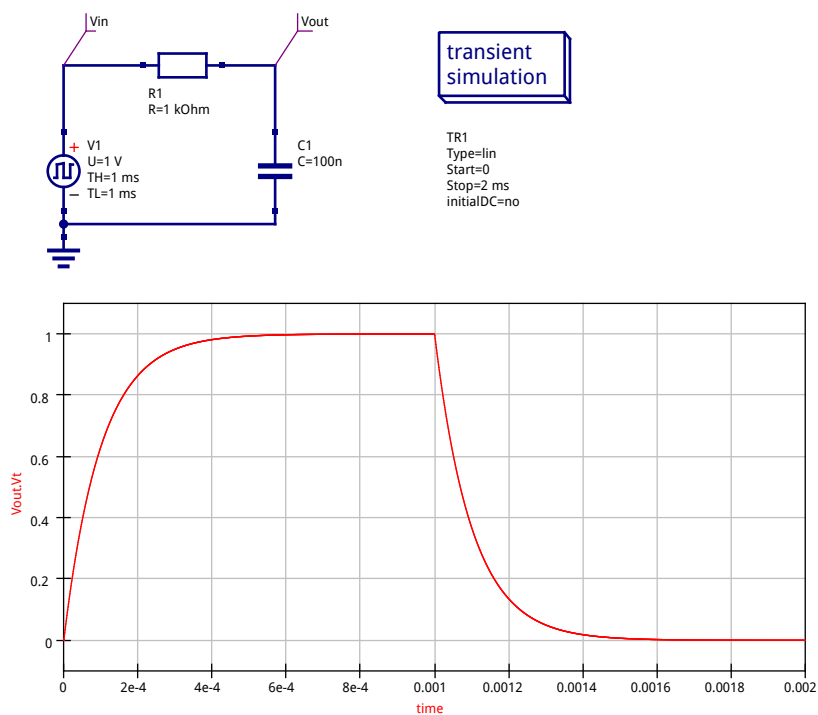
## 7.2 Simulering

Kretsen simuleras i Qucs enligt Figur 7.2 och Figur 7.2.

Källimpedansens påverkar på kretsen kan ses i Figur 7.2 som visar kretsens frekvensrespons då värdet av  $R_i$  sveps mellan  $50\ \Omega$  och  $10\ \text{k}\Omega$  i 20 steg om  $523.684\ \Omega$ .

Påverkan från belastningsimpedansen ses i Figur 7.2 som visar kretsens frekvensrespons då värdet av  $R_o$  sveps mellan  $100\ \Omega$  och  $1\ \text{M}\Omega$  i 101 steg om  $9.999\ \text{k}\Omega$ .

## 7.3 Kommentar



Figur 11: Simulering av kretsens stegsvar.

## 8 Resultat

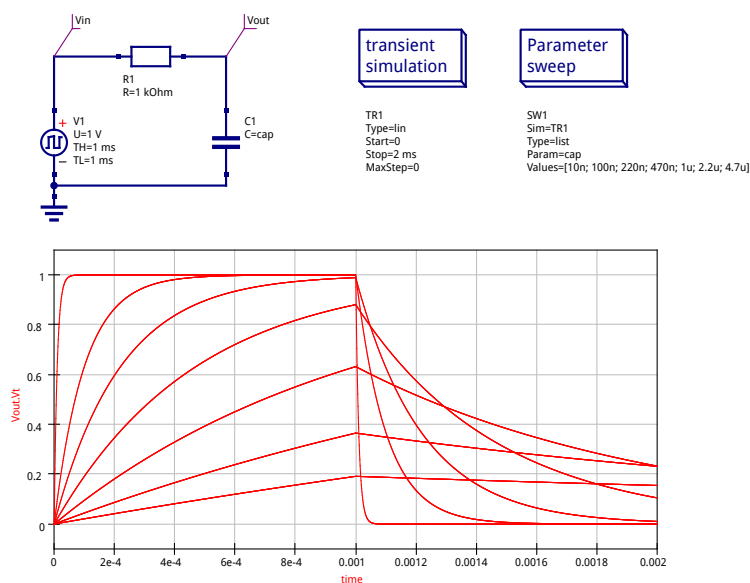
Laborationen visar tydligt principer för kretsar av den typen. Då resultaten avviker från de beräknade eller teoretiska antagandena kan förklaringar ges. De problem jag stött på nämns i rapporten.

## 9 Referenser

### 9.1 Källkod

Källkod till rapporten med alla arbetsfiler till SPICE-simuleringen finns tillgängliga på <https://github.com/jonasjberg/EE466-lab04>. Hämta hem repon genom att exekvera följande från kommandoraden:

```
> $ git clone git@github.com:jonasjberg/DVG303_lab3.git
```



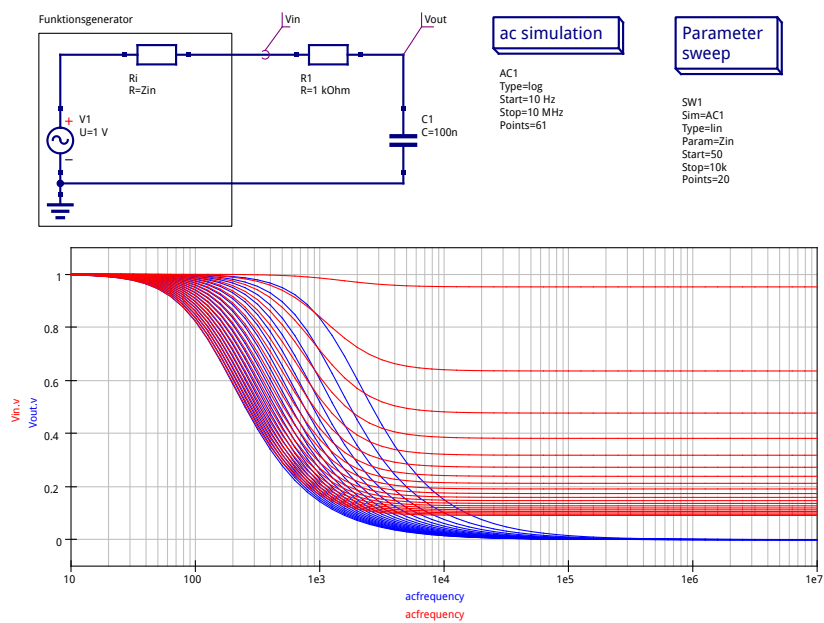
Figur 12: Simulering av kretsens stegsvar för olika värden av  $C_1$ .

## 10 Appendix

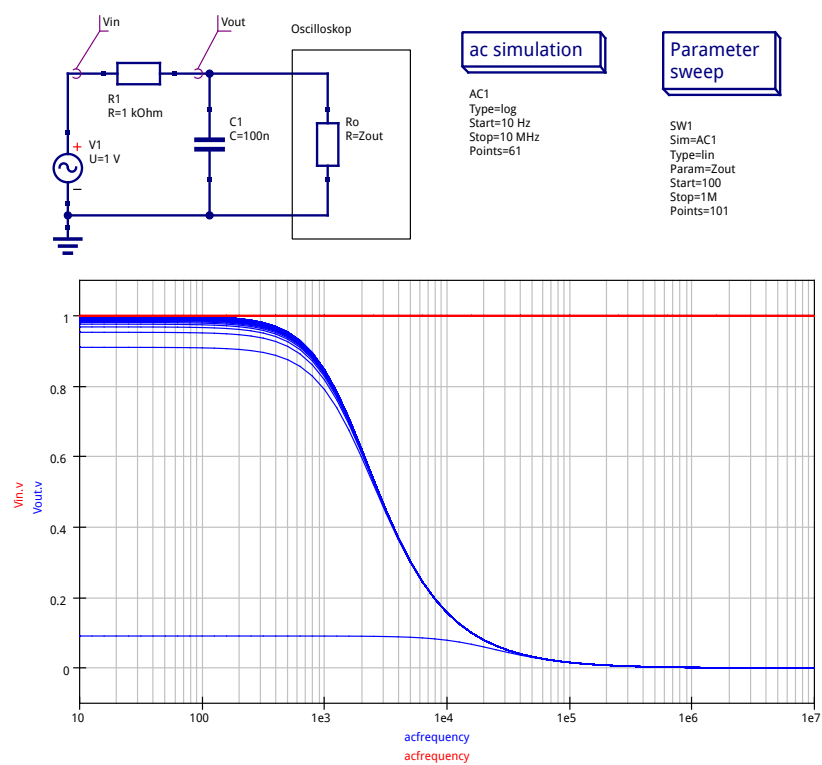
### 10.1 Signalgenerator

De signaler som uppmättes under laborationen genererades av en egen-designad signalgenerator. Detta är nämnvärt då det försvårar inställning och avläsning avsevärt och står i direkt opposition med lab-instruktionens anvisning att använda signalgeneratoren HP33120A för enklare kontroll av signalfrekvens.

Kopplingsscheman till signalgeneratoren återfinns i Figur 15 och Figur 16. Stabiliteten och precisionen hos signalgeneratoren lämnar en del att önska, likaså är oscilloskopet inte särskilt lättanvänt. Avläsning måste ske "manuellt" genom att mäta signalerna efter divisionerna på oscilloskopskärmen och manuellt multiplicera antal signalstorleken med vald tidbas eller vertikal förstärkning.



Figur 13: Simulering av kretsens frekvensrespons för olika värden av  $R_i$ .



Figur 14: Simulering av kretsens frekvensrespons för olika värden av  $R_o$ .



