

EE466

Lab 119

Undersökning av RC-krets

Jonas Sjöberg
860224
Högskolan i Gävle,
Elektronikingenjörsprogrammet,
tel12jsg@student.hig.se
<https://github.com/jonasjberg>

Labb utförd: 2015-02-00 – 2016-01-16
Instruktör: Efrain Zenteno

Sammanfattning

Laborationsrapport för *EE466 — Elektrisk kretsteori*, Högskolan i Gävle. Syftet med laborationen är att analysera funktionen hos en RC krets. Laborationen innehåller överföringsfunktionen för en RC-krets, i både tids- och frekvensdomänen. Stegsvaret för en första ordningens krets. Bode-diagram. Begreppen brytfrekvens, frekvens- och faskarakteristik.

Innehåll

1	Introduktion	3
2	Lågpassfilter	3
2.1	Överföringsfunktion	3
3	Experimentuppställning	4
3.1	Komponentvärdet	5
4	Uppmätning av Bode-diagram	6
4.1	Beräkning	6
4.2	Genomförande	7
4.3	Mätresultat	7
4.4	Simulering	14
4.5	Kommentar	14
5	Beräkning av stegsvaret	15
6	Uppmätning av stegsvaret	16
6.1	Falltid	16
6.2	Stigtid	18
6.3	Mätresultat	18
6.4	Simulering	18
6.5	Kommentar	19
7	Inverkan av källimpedans och belastningsimpedans	19
8	Inverkan av källimpedansen	20
8.1	Mätresultat	20
9	Inverkan av belastningsimpedansen	21
9.1	Mätresultat	21
9.2	Simulering	22
9.3	Kommentar	22
10	Resultat	23
11	Referenser	23
11.1	Källkod	23
12	Appendix	24
12.1	Signalgenerator	24

1 Introduktion

I denna labb skall vi studera en passiv krets uppbyggd av ett motstånd och en kondensator. Om en sådan krets matas med en sinusformad insignal kommer den att släppa igenom vissa frekvenser medan andra frekvenser dämpas. Ett sådant frekvensberoende nät kallas därför ofta för filter. Om kretsen innehåller endast en reaktiv (dvs energilagrande) komponent (spole eller kondensator) kallas vi kretsen för ett första ordningens filter. Namnet kommer sig av att kretsen kan beskrivas med en första ordningens differentialekvation. Vi skall analysera kretsen både i frekvensplanet genom att mäta upp ett Bode-diagram och i tidsplanet genom att mäta upp kretsens stegsvar. Ett första ordningens lågpassfilter kan konstrueras enligt Figur 3.

2 Lågpassfilter

2.1 Överföringsfunktion

Uttryck (1) beskriver lågpassfiltrets överföringsfunktion i Bodes normalform.

$$\begin{aligned} H(j\omega) &= \frac{U_{ut}}{U_{in}} \\ &= \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}} \\ &= \frac{1}{1 + j\omega RC} \\ H(j\omega) &= \frac{1}{1 + j(\omega/\omega_1)} \end{aligned} \tag{1}$$

där $\omega_1 = \frac{1}{RC}$ är brytfrekvensen uttryckt som en vinkelfrekvens rad s⁻¹. Eftersom $\omega = 2\pi f$ kan vi också uttrycka överföringsfunktionen som:

$$\begin{aligned} H(f) &= \frac{U_{ut}}{U_{in}} \\ H(f) &= \frac{1}{1 + j2\pi RC} \\ H(f) &= \frac{1}{1 + j\left(\frac{f}{f_1}\right)} \quad \text{där } f_1 = \frac{1}{2\pi RC} \text{ Hz} \end{aligned} \tag{2}$$

Den senare formen, ekv. (2) är att föredra när man plottar upp överföringsfunktionen från mätresultatet och är den form vi använder i labben.

Eftersom överföringsfunktionen är på komplex form har den både absolutbelopp och fasvinkel, ekv. (3):

$$\begin{aligned}|H(f)| &= \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_1}\right)^2}} \\ \text{Arg}H &= -\arctan \frac{f}{f_1}\end{aligned}\quad (3)$$

3 Experimentuppställning

En så kallad experimentplatta eller “breadboard” används för att konstruera kretsen som illustreras i Figur 3.

För att generera en sinusformad signal används signalgeneratorn HP33120A, vars utgång kopplas genom en BNC-förgrening till oscilloskopet **Agilent 54621A** och genom en BNC- banankontaktadapter, med “banankablar” till breadboardplattans skruvterminaler.

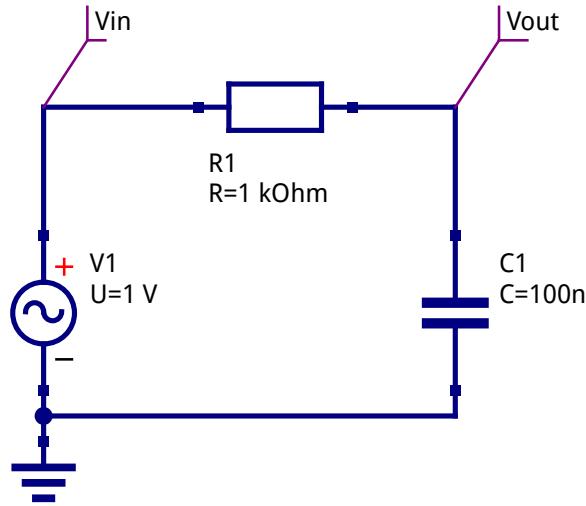
Oscilloskopets första kanal visar signalen från kretsens ingång, punkten **Vout** i Figur 3. Samma punkt utgör signalgenerators utgång och vid några mätningar användes en T-koppling av BNC-kablar för att mata signalgenerators utgång till både experimentkopplingen och oscilloskopet. En oscilloskopprob är ansluten till oscilloskopets andra kanal. Proben kopplas till kretsens utgång, punkten **Vout** i Figur 3 med en oscilloskop-prob. Proben ställs till att dämpa med en faktor av 10:1 och den vertikala skalan justeras en dekad nedåt, så att båda kanalerna visas med samma skalfaktor.

Impedansskillnaden mellan signalgenerator, kablage och mätutrustning antas vara hög nog för att inte ha någon avgörande inverkan på mätresultaten. Detta återkommer i Sektion 7.

De värden som presenteras i rapporten uppmätttes med ett analogt 2-kanals oscilloskop **Hitachi V-252** med en bandbredd på 20 MHz. Signalen genererades av en hemmabyggd egendesignad signalgenerator. Kopplingsscheman till signalgeneratorn återfinns i Figur 18 och Figur 19 i Sektion 12). Stabiliteten och precisionen hos signalgeneratorn lämnar en del att önska, kontrollerna är väldigt känsliga och oscilloskopet har ingen frekvensräknare eller någon direkt visning av amplituden. likaså är oscilloskopet inte särskilt lättanvänt. Avläsning måste ske ”manuellt” genom att divisionerna på oscilloskopskärmen räknas och multipliceras med vald tidbas eller vertikal förstärkning.

För de slutgiltiga mätningarna användes en hemmabyggd signalgenerator (se Figur 18 och Figur 19 i Sektion 12) för att generera insignalen.

Signalgenerators amplitud ställs till $1V_{pp}$. För att få ytterligare mätdata används en **Fluke 8600A** Multimeter för att mäta amplituden som då uttrycks i RMS. Sambandet mellan ”topp-till-topp”-värdet och RMS-värdet uttrycks i ekv. (4):



Figur 1: Schematisk ritning av labbkoppling, första ordningens RC-filter.

	R (kΩ)	C (nF)
ideal	1	100
uppmätt	0.995	110.5

Tabell 1: Komponentvärden som används vid mätningar.

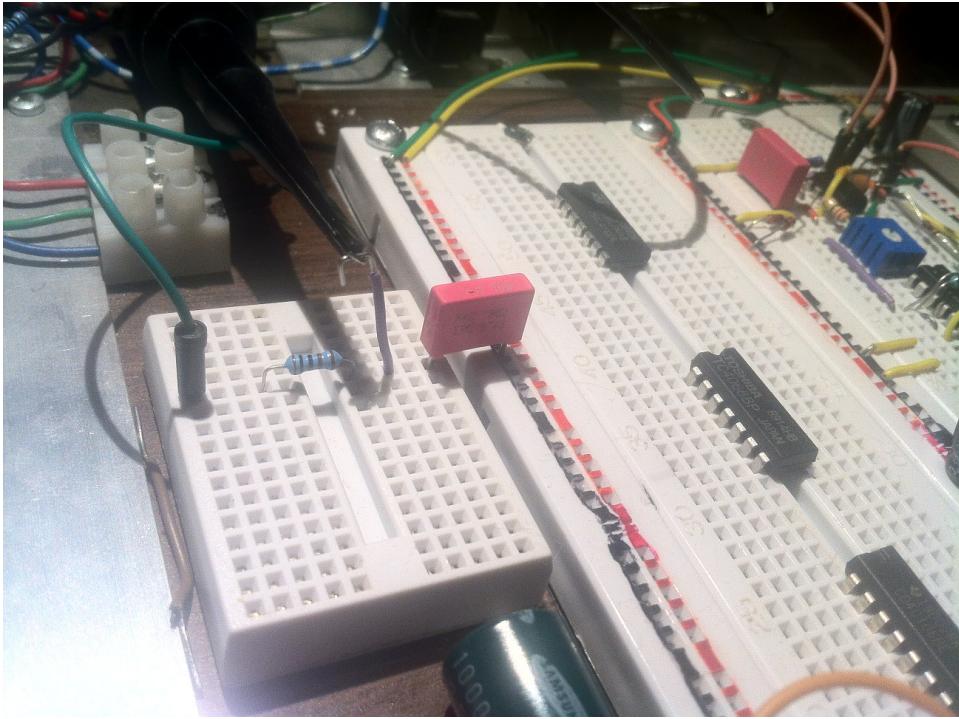
$$U_{RMS} = \frac{V_{pp}/2}{\sqrt{2}} \quad (4)$$

$$U_{inRMS} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.354 \text{ V}$$

Signalgeneratorns frekvens uppmättes med en UNI-T UT61D multimeter. Uppkopplingen vissas i Figur 2.

3.1 Komponentvärden

Tabell 1 visar komponentvärden komponentvärden, ideala och de faktiskt uppmätta som används under mätningarna.



Figur 2: Den experimentuppställning som används vid mätningarna.

4 Uppmätning av Bode-diagram

4.1 Beräkning

Brytfrekvensen f_1 defineras som den frekvens då signalen har dämpats med 3 dB och beräknas från ekv. (2) enligt:

$$f_1 = \frac{1}{2\pi RC} \text{Hz} \quad (5)$$

För kopplingen med komponentvärden enligt Figur 3 beräknas brytfrekvensen f_1 enligt ekv. (6):

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{1}{2\pi \times 1 \text{ k}\Omega \times 100 \text{ nF}} \text{Hz} \\ &= \frac{1}{2\pi \times 1 \times 10^3 \times 100 \times 10^{-6}} \text{Hz} \\ &= \frac{10^6}{2\pi \times 10^3 \times 100} \text{Hz} \\ f_1 &= 1.591\,549\,431 \text{ kHz} \end{aligned} \quad (6)$$

Vilket ger svaret i (7); signalen dämpas med 3 dB vid filtrets brytfrekvens

$f_1 \approx 1.592$ kHz, varvid den “rullas av” med 20 dB per dekad (frekvenshöjning med en faktor av 10).

$$\begin{aligned} f_1 &= 1.591\,549\,431 \text{ kHz} \\ f_1 &\approx 1.592 \text{ kHz} \end{aligned} \tag{7}$$

4.2 Genomförande

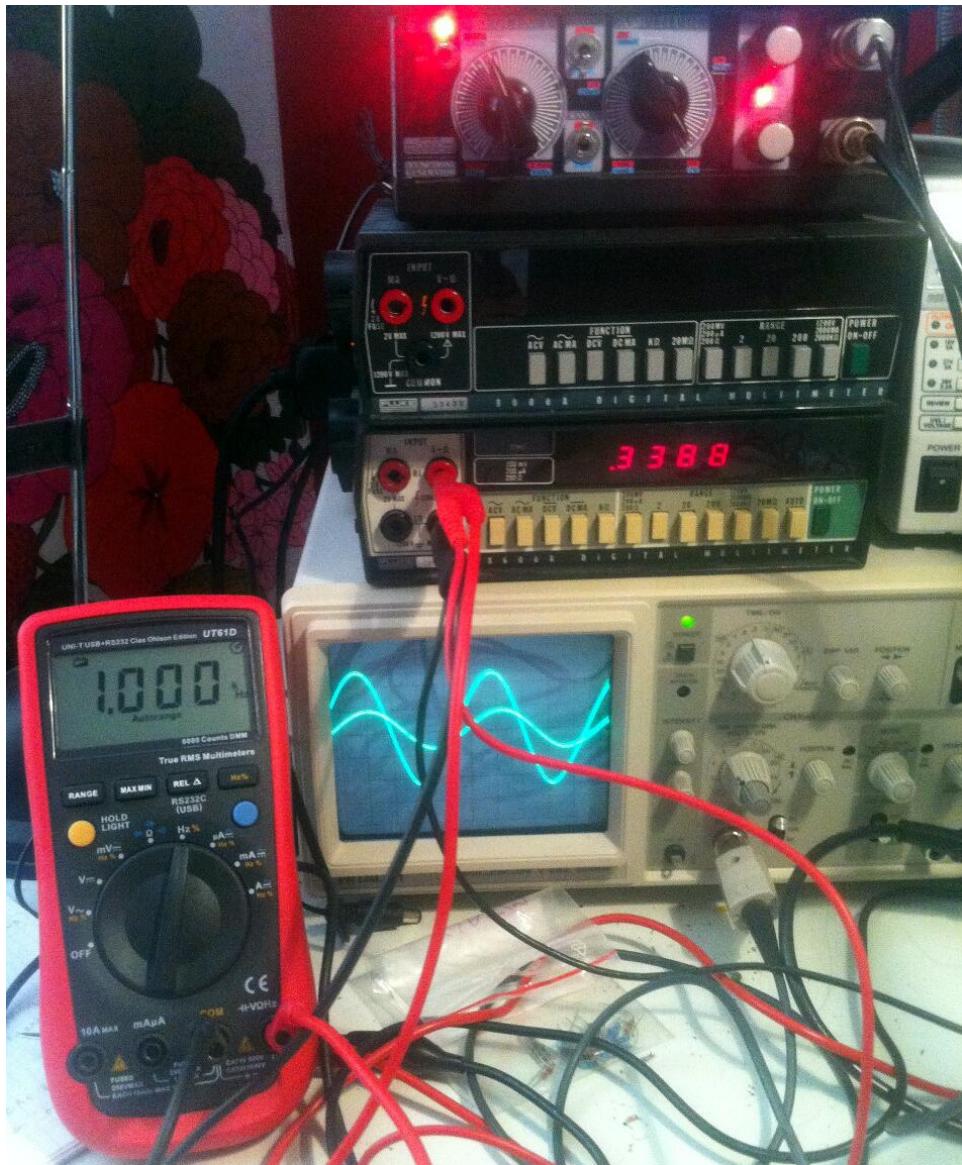
Genomförandet av mätningar visas i Figur 3, Figur 4, Figur 5, Figur 6, Figur 7 samt Figur 8.

4.3 Mätresultat

Mätresultaten presenteras i Tabell 2.

Frekvens (Hz)	U_{ut} (V)	U_{ut}/U_{in} (V)	$20 \log U_{ut}/U_{in}$ (dB)	ϕ (grader)
100	1.004	1.004	34.67 m	-3.6
200	0.998	0.998	-17.38 m	-7.2
300	0.997	0.997	-26.09 m	-10
500	0.990	0.990	-87.29 m	-17
700	0.984	0.984	-140.1 m	-23
1000	0.958	0.958	-372.7 m	-32
1200	0.952	0.952	-427.3 m	-37
1300	0.949	0.949	-454.7 m	-39
1500	0.943	0.943	-509.8 m	-43
1600	0.940	0.940	-537.4 m	-45
1700	0.938	0.938	-555.9 m	-47
1800	0.936	0.936	-574.5 m	-48
1900	0.934	0.934	-593.1 m	-50
2000	0.932	0.932	-611.7 m	-51

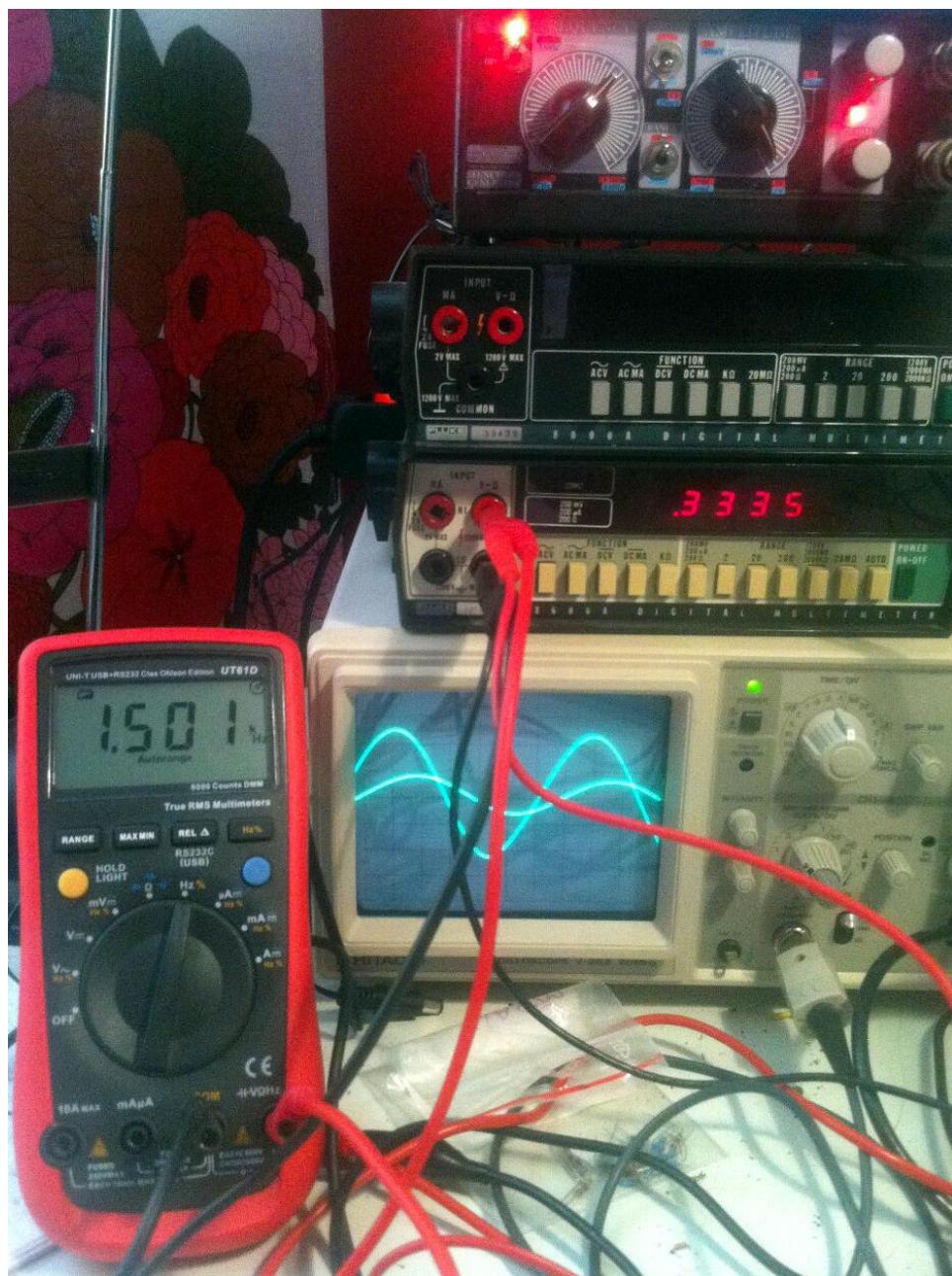
Tabell 2: Mätresultat för kretsen i Figur 3.



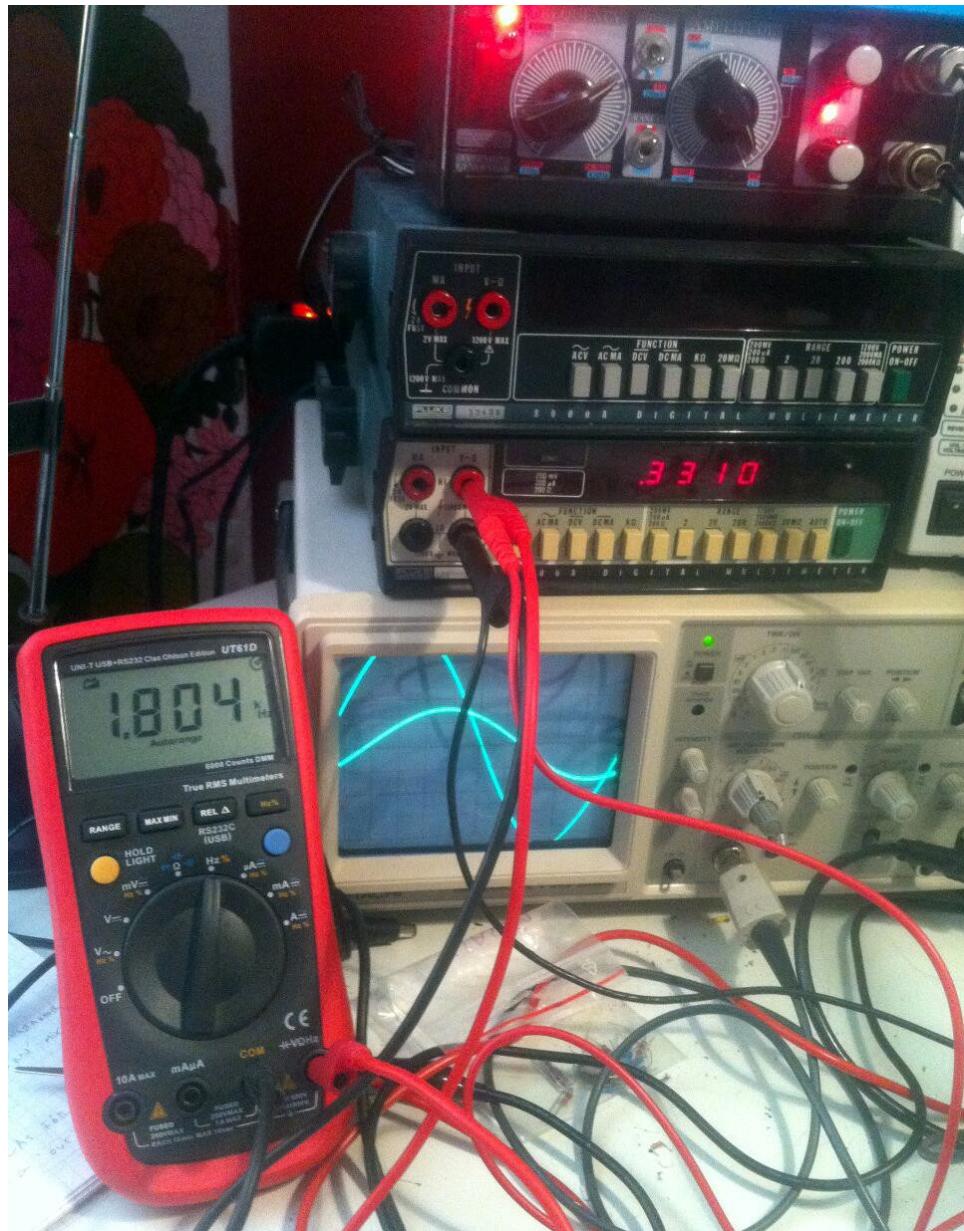
Figur 3: Mätningar av data presenterade i Tabell 2. Signalfrekvens 1 kHz



Figur 4: Mätningar av data presenterade i Tabell 2. Signalfrekvens 1.3 kHz



Figur 5: Mätningar av data presenterade i Tabell 2. Signalfrekvens 1.5 kHz



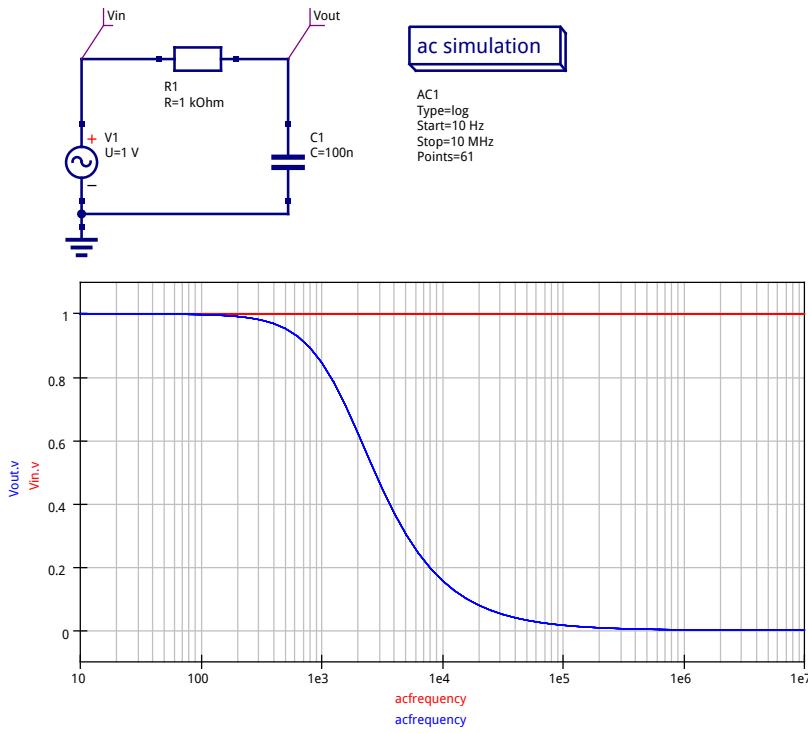
Figur 6: Mätningar av data presenterade i Tabell 2. Signalfrekvens 1.8 kHz



Figur 7: Mätningar av data presenterade i Tabell 2. Signalfrekvens 1.9 kHz



Figur 8: Mätningar av data presenterade i Tabell 2. Signalfrekvens 2 kHz



Figur 9: Simulering av kretsens frekvensåtergivning.

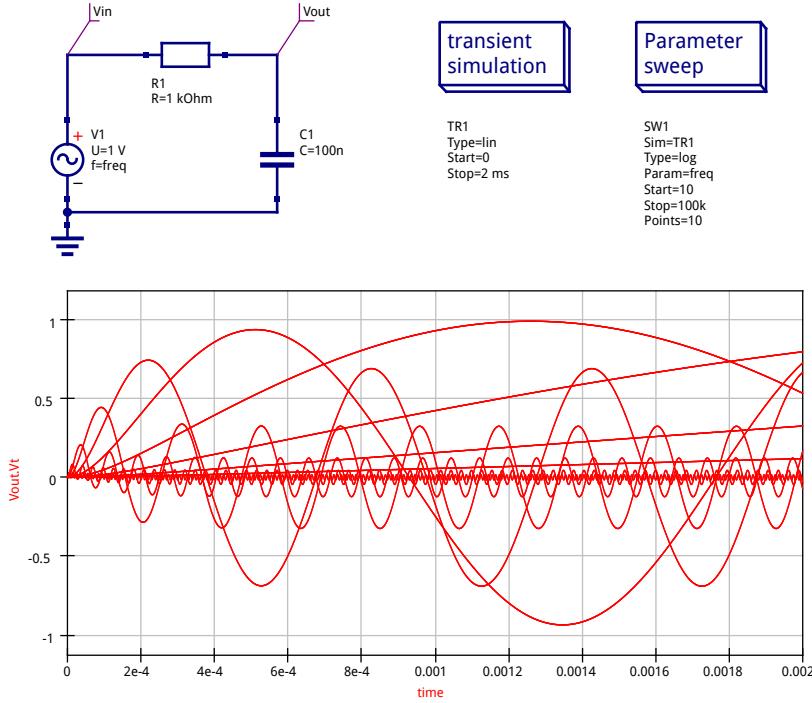
4.4 Simulering

För verifiering och visualisering av den teoretiska beräkningen körs en SPICE-simulering av kretsen i det GPL-licensierade open source programmet Qucs¹. Simuleringsuppsättningen och resultatet återfinns i Figurer 4.4, Figur 4.4 och Figur 4.4.

4.5 Kommentar

Mätresultaten ligger inom vad som kan antas vara rimligt för den använda experimentuppsättningen, komponenttoleranserna och mätutrustningens precision. Den största förändringen sker inom ett begränsat frekvensområde vid och efter brytfrekvensen. Med ett automatiserat test, med hjälp av programvara som t.ex. Labview är det mer praktiskt genomförbart att göra utföra mätningar med större precision och ett mycket större antal mätpunkter.

¹<http://qucs.sourceforge.net/>



Figur 10: Simulering av kretsen i tidsdomänen för olika frekvenser av V_1 .

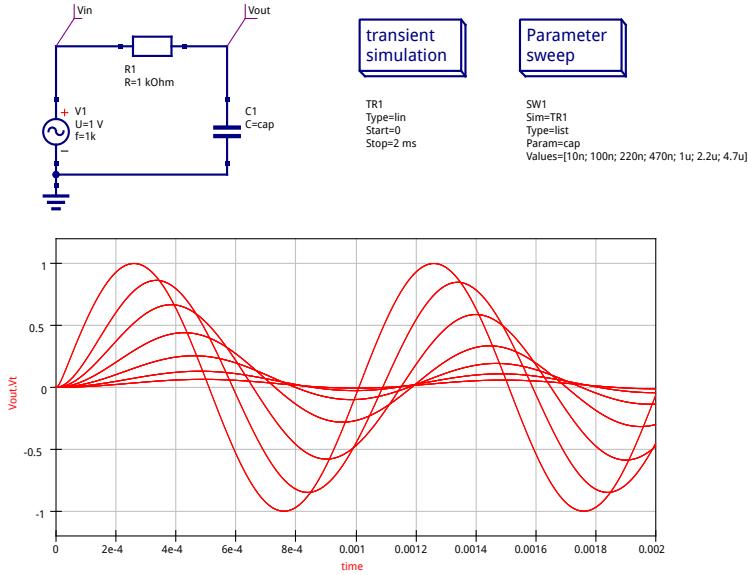
5 Beräkning av stegsvaret

Stegsvaret mäts genom att kretsen matas med en fyrkantsvåg med en periodtid som är tillräckligt lång för att utsignalen (V_{out} i Figur 3) ska hinna uppnå sitt slutvärde för varje halvperiod.

Kretsens tidskonstant beräknas med sambandet i ekv. (8). Beräkning med idealta komponentvärdet enligt ekv. (9) samt faktiska uppmätta komponentvärdet i ekv. (10).

$$\tau = R \times C \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
 \tau &= 1 \text{ k}\Omega \times 100 \text{ nF} \\
 &= 1 \times 10^3 \times 100 \times 10^{-9} \\
 &= 1 \times 10^{-4} \\
 \tau &= 100 \mu\text{s}
 \end{aligned} \tag{9}$$



Figur 11: Simulering av kretsen i tidsdomänen för olika värden av C_1 .

$$\begin{aligned}
 \tau &= 995 \Omega \times 110.5 \text{nF} \\
 &= 995 \times 110.5 \times 10^{-9} \\
 &= 1099475 \times 10^{-10} \\
 \tau &\approx 109.9 \mu\text{s}
 \end{aligned} \tag{10}$$

6 Uppmätning av stegsvaret

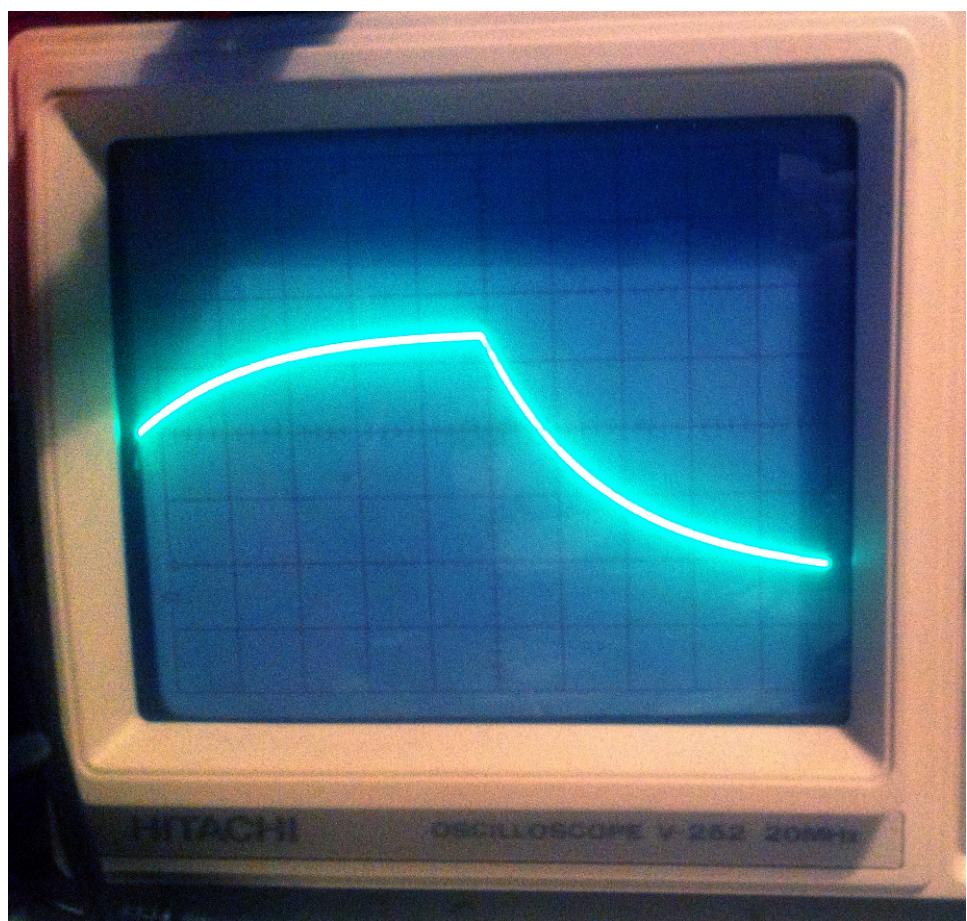
Signalgeneratorns triggerutgång används för att generera en fyrkantsvåg med en amplitud på 5 V och en signalfrekvens på 821.6 Hz.

6.1 Falltid

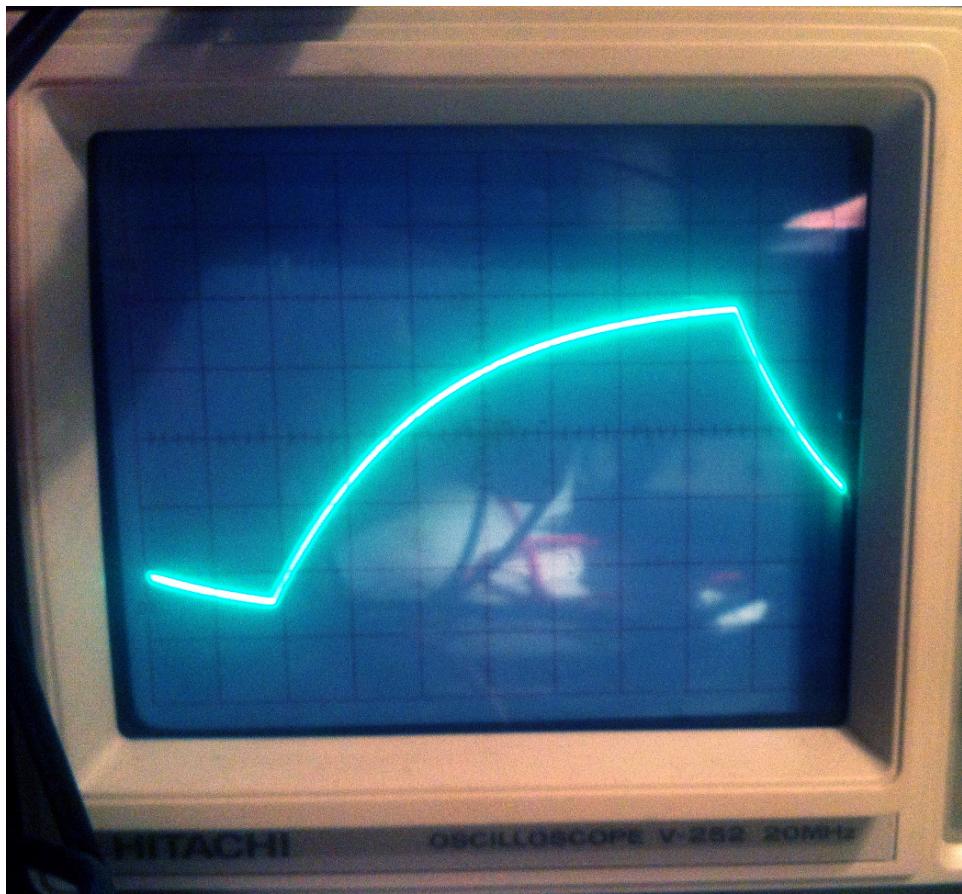
Vi söker den tid det tar för signalan att gå från 0 V till $0.63 \times 5 \text{ V} \approx 3.15 \text{ V}$. Det ryms uppskattningsvis 1.8 — 2 divisioner under den aktuella perioden, med tidbasen inställt på 0.1 ms ger det en falltid enligt ekv. (6.1).

Mätningen av falltiden visas i Figur 12.

(11)



Figur 12: Mätning av falltid.



Figur 13: Mätning av stigtid.

6.2 Stigtid

Då signalgeneratorn inte har särskilt god drivförmåga och sannolikt en osymmetrisk utgångsimpedans, mäts även stigtiden som sedan beräknas enligt ekv. (12).

Mätningen av falltide visas i Figur 13.

$$T_{stig} = \frac{50 \mu\text{s}}{\text{div}} \times 3 \times \text{div} \\ T_{stig} \approx 150 \mu\text{s} \quad (12)$$

6.3 Mätresultat

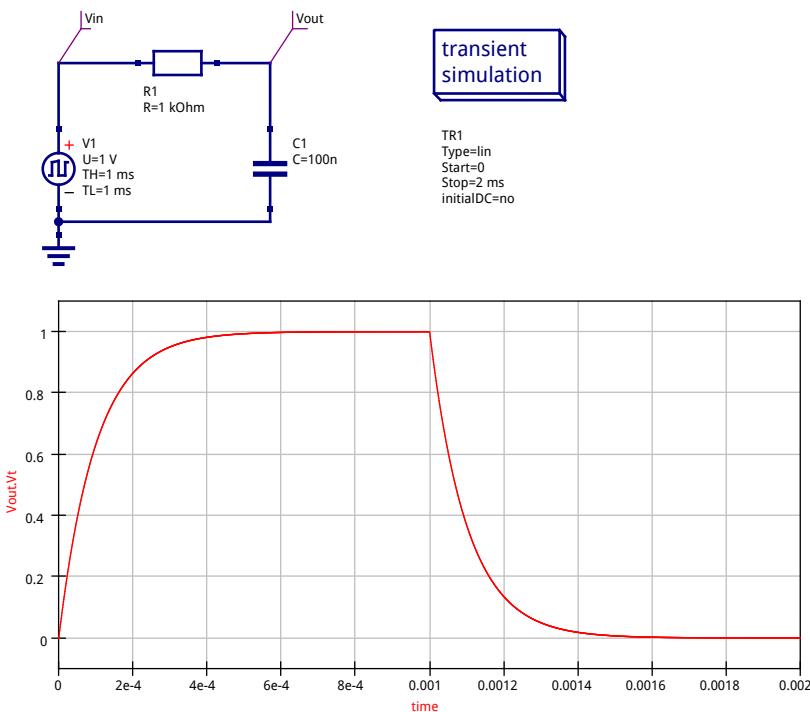
6.4 Simulering

Kretsen simuleras i **Qucs** enligt Figur 6.4 och Figur 6.4.

Figur 6.4 visar det enkla fallet. En fyrkantsvåg används för att illustrera hur kretsen svarar mot plötsliga förändringar. Grafen visar spänningen vid punkten V_{out} som en funktion av tid.

Figur 6.4 visar samma skeende då värdet av C_1 sätts till några av vanligt förekommande värden (standardiserade i IEC 60063:1963) genom en ”parameter sweep”.

Värden av C_1 : 10 nF, 100 nF, 220 nF, 470 nF, 1 μ F, 2.2 μ F och 4.7 μ F.

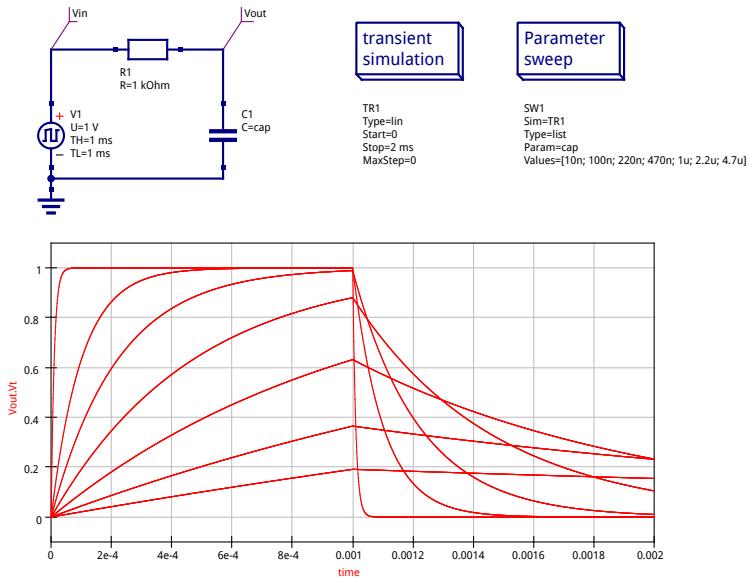


Figur 14: Simulering av kretsens stegsvar.

6.5 Kommentar

7 Inverkan av källimpedans och belastningsimpedans

Tidigare har vi antagit att signalgeneratorn, oscilloskopet och multimetern inte har påverkat kretsen. Signalgeneratorn antas då ha en väldigt låg utimpedans vilket i idealfallet skulle innebära att signalgeneratorn skulle kunna driva vad som än kopplades till utgången, till och med en direkt kortslutning (med en oändligt stor ström genom lasten till följd). På samma vis antas ett idealt mätnstrument inte ha någon som helst inverkan på kretsen det ansluts till. Instrumentet har en oändligt hög ingångsimpedans



Figur 15: Simulering av kretsens stegsvar för olika värden av C_1 .

($Z_{mätinstrument} \rightarrow \infty$) vilket innebär att ingen ström flyter in i instrumentet och kretsen påverkas således inte.

I själva verket har både signalgeneratorn och mätinstrumenten impedanser som bör tas i beaktning. Även koaxial-kablar har en viss impedans, vanligtvis 50Ω . Experimentuppställningen och komponenternas icke-ideala karakteristik blir allt viktigare

8 Inverkan av källimpedansen

8.1 Mätresultat

$$U_{in} = 1V$$

Frekvens (Hz)	U_{ut} (V)	U_{ut}/U_{in} (V)	$20 \log U_{ut}/U_{in}$ (dB)
100	2.11	1.01	5
200	2.06	0.99	10
300	2	0.96	17
500	1.94	0.93	24
700	1.84	0.88	29
1000	1.75	0.84	33

Frekvens (Hz)	U_{ut} (V)	U_{ut}/U_{in} (V)	$20 \log U_{ut}/U_{in}$ (dB)
1200	1.66	0.79	37
1300	1.56	0.75	42
1500	1.49	0.71	45
1700	1.39	0.67	49
2000	1.39	0.67	49

Tabell 3: Mätresultat för kretsen i Figur 3.

9 Inverkan av belastningsimpedansen

9.1 Mätresultat

$U_{in} = 1V$

Frekvens (Hz)	U_{ut} (V)	U_{ut}/U_{in} (V)	$20 \log U_{ut}/U_{in}$ (dB)
100	2.11	1.01	5
200	2.06	0.99	10
300	2	0.96	17
500	1.94	0.93	24
700	1.84	0.88	29
1000	1.75	0.84	33
1200	1.66	0.79	37
1300	1.56	0.75	42
1500	1.49	0.71	45
1700	1.39	0.67	49
2000	1.39	0.67	49

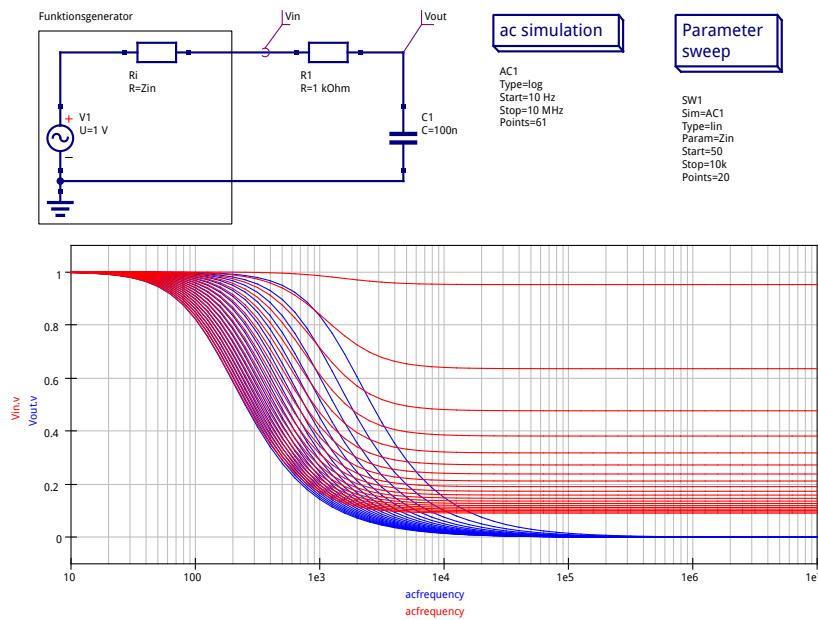
Tabell 4: Mätresultat för Inverkan av belastningsimpedansen för kretsen i Figur 3.

9.2 Simulering

Kretsen simuleras i Qucs enligt Figur 9.2 och Figur 9.2.

Källimpedansens påverkan på kretsen kan ses i Figur 9.2 som visar kretsens frekvensrespons då värdet av R_i sveps mellan 50Ω och $10\text{k}\Omega$ i 20 steg om 523.684Ω .

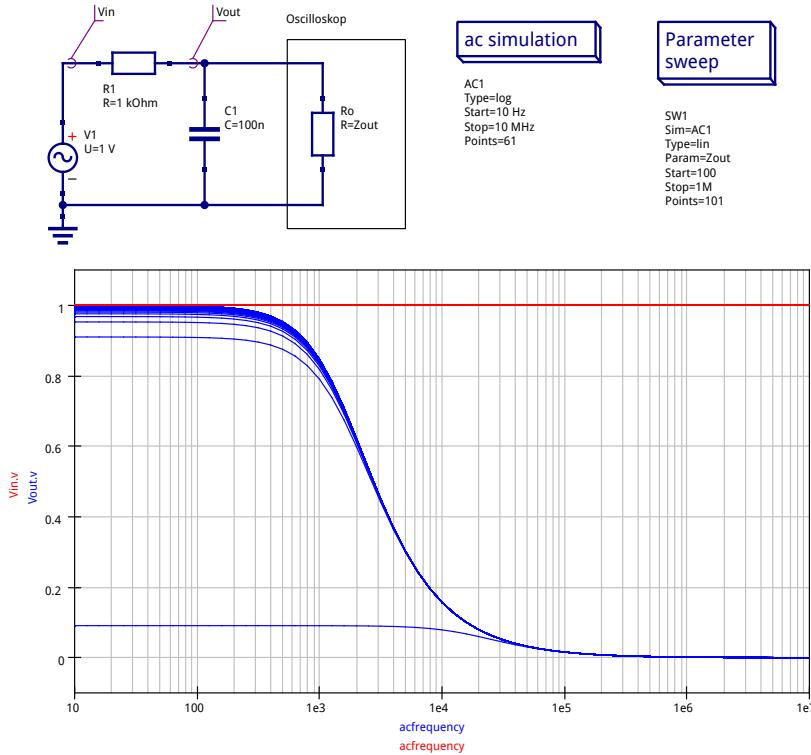
Påverkan från belastningsimpedansen ses i Figur 9.2 som visar kretsens frekvensrespons då värdet av R_o sveps mellan 100Ω och $1\text{M}\Omega$ i 101 steg om $9.999\text{k}\Omega$.



Figur 16: Simulering av kretsens frekvensrespons för olika värden av R_i .

9.3 Kommentar

Då mästinstrumentet effektivt kopplas parallellt med kretsen under test märks större skillnad i påverkan mellan lägre instrumentimpedanser. Så länge instrumentimpedansen är ”hög nog” så gör en ytterligare ökning inte någon större skillnad för huruvida kretsen påverkas av lasten. En tumregel om 10 gånger större lastimpedans än källimpedans för ”god nog” påverkan brukar vara användbar i de flesta praktiska sammanhang, särskilt då vid låga frekvenser.



Figur 17: Simulering av kretsens frekvensrespons för olika värden av R_o .

10 Resultat

Laborationen visar tydligt principer för kretsar av den typen. Då resultaten avviker från de beräknade eller teoretiska antagandena kan förklaringar ges. De problem jag stött på nämns i rapporten.

11 Referenser

11.1 Källkod

Källkod till rapporten med alla arbetsfiler till SPICE-simuleringen finns tillgängliga på <https://github.com/jonasjberg/EE466-lab04>
Hämta hem repon genom att exekvera följande från kommandoraden:

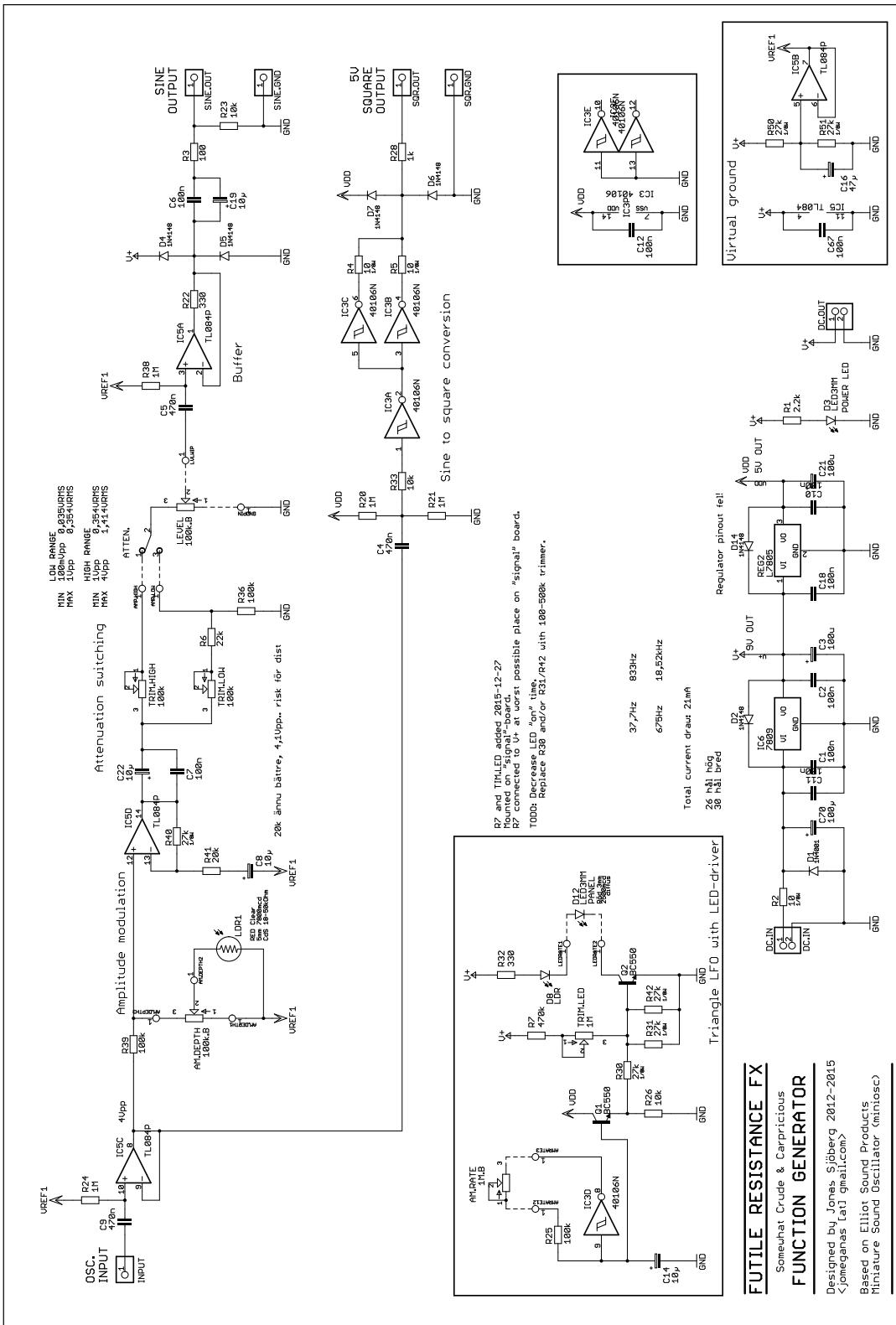
```
> $ git clone git@github.com:jonasjberg/DVG303_lab3.git
```

12 Appendix

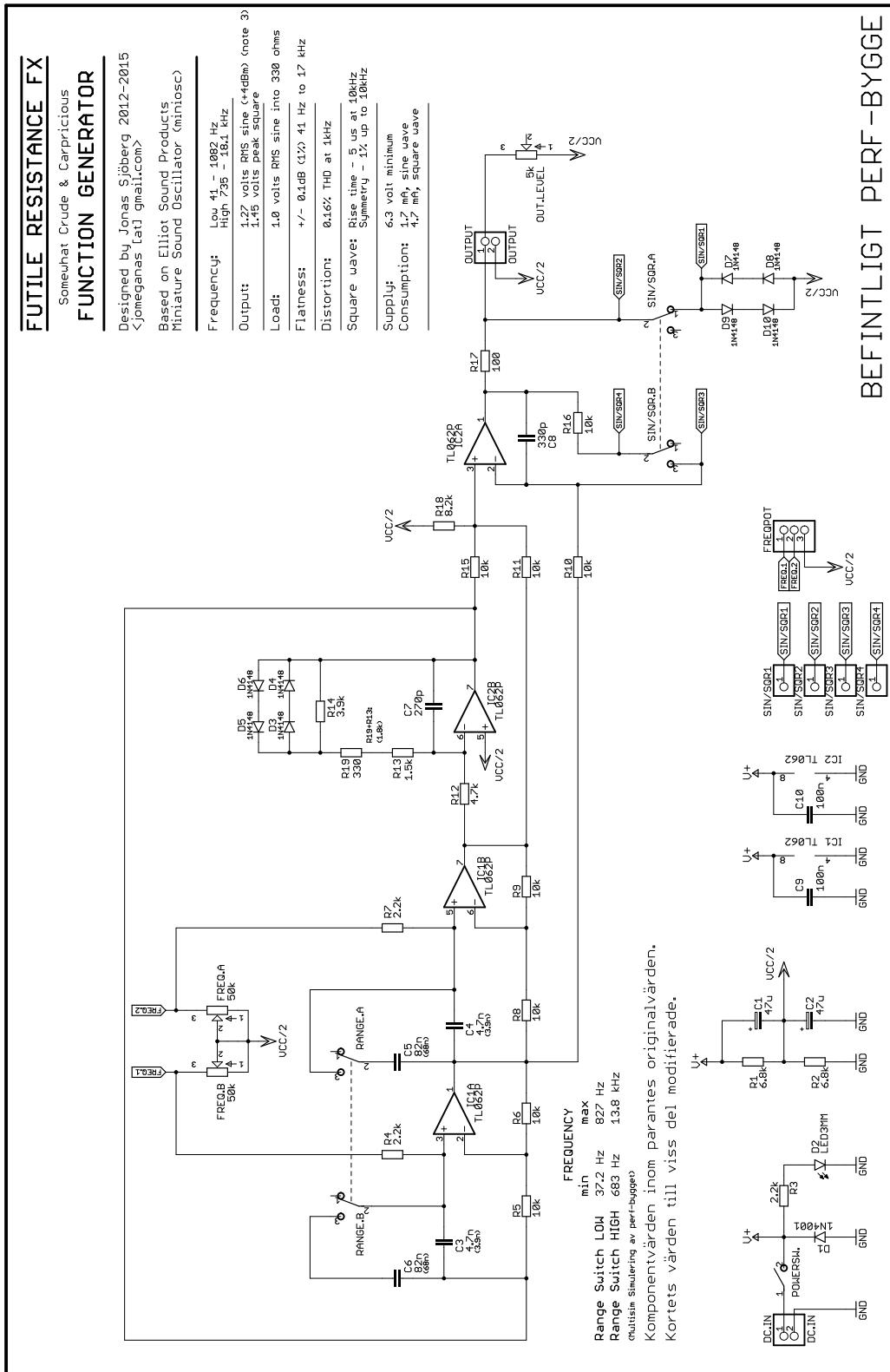
12.1 Signalgenerator

De signaler som uppmättes under laborationen genererades av en egen-designad signalgenerator. Detta är nämnvärt då det försvårar inställning och avläsning avsevärt och står i direkt opposition med lab-instruktionens anvisning att använda signalgeneratorn HP33120A för enklare kontroll av signalfrekvens.

Kopplingsscheman till signalgeneratorn återfinns i Figur 18 och Figur 19. Stabiliteten och precisionen hos signalgeneratorn lämnar en del att önska, likaså är oscilloskopet inte särskilt lättanvänt. Avläsning måste ske ”manuellt” genom att mäta signalerna efter divisionerna på oscilloskopskärmen och manuellt multiplicera antal signalstorleken med vald tidbas eller vertikal förstärkning.



Figur 18: Kopplingsschema för signalgenerator som användes vid laborationen.



Figur 19: Kopplingschema för signalgeneratorn som användes vid laborationen. Den här delen innehåller amplitudmodulering och trigger-utgången.