

# Índice

<b>1. Estructuras</b>	<b>2</b>
1.1. Fenwick Tree . . . . .	2
1.2. Trie . . . . .	2
1.3. Segment Tree . . . . .	2
1.4. Order Statistic Tree (GCC) . . . . .	3
1.5. BWT + Suffix Array . . . . .	3
1.6. Longest Common Prefix + Modo de Uso . . . . .	4
<b>2. Grafos</b>	<b>5</b>
2.1. Dijkstra . . . . .	5
2.2. TopoSort y Kosaraju . . . . .	5
2.3. Puentes, Puntos de Articulacion y Biconexas (Jonaz) . . . . .	5
2.4. SPFA . . . . .	5
2.5. Ciclo Hamiltoniano Minimo . . . . .	6
2.6. Dinic (aguanta multiejes y autoejes) . . . . .	6
<b>3. Arboles</b>	<b>8</b>
3.1. Union-Find (Guty) . . . . .	8
3.2. Union-Find (Jonaz) . . . . .	8
3.3. Kruskal (usa UF de Jonaz) . . . . .	8
3.4. LCA - Segment Tree (Jonaz) . . . . .	8
3.5. Binary Lifting (saltitos potencia de 2) . . . . .	8
<b>4. Strings</b>	<b>10</b>
4.1. ToString/ToNumber . . . . .	10
4.2. Bordes & Knuth-Morris-Pratt (KMP) . . . . .	10
4.3. Subsecuencia Comun mas larga . . . . .	10
4.4. Edit-Distance . . . . .	11
4.5. Substring Palindromo (esPalindromo(s[i..j])) . . . . .	11
<b>5. Matematica</b>	<b>12</b>
5.1. PotLog . . . . .	12
5.2. Criba . . . . .	12
5.3. Numero Combinatorio . . . . .	12
5.4. Euclides Extendido . . . . .	12
5.5. Teorema Chino del Resto . . . . .	13
5.6. Eliminacion Gaussiana (Código ruso) . . . . .	13
5.7. Rabin-Miller . . . . .	13
5.8. Pollard-Rho . . . . .	14
5.9. FFT . . . . .	15
5.10. Regla de Simpson (Integracion Numerica) . . . . .	16

<b>6. Geometria</b>	<b>17</b>
6.1. Tipo PUNTO y Operaciones . . . . .	17
6.2. Area de Poligono . . . . .	17
6.3. Punto en Poligono . . . . .	17
6.4. Interseccion de Segmentos . . . . .	17
6.5. Angulo Entre Puntos y Distancia entre Segmentos . . . . .	18
6.6. Convex-Hull (2D) . . . . .	18
<b>7. Varios</b>	<b>20</b>
7.1. Operaciones de bits . . . . .	20
7.2. Longest Incresing Subsequence (LIS) . . . . .	20
7.3. Maximum Subarray Sum . . . . .	20
7.4. Rotar 90° una matriz (sentido horario) . . . . .	20
7.5. Random + Imprimir Doubles + Leading Zeroes . . . . .	20
7.6. Slding Window RMQ . . . . .	20
7.7. Ternary Search . . . . .	21

## BGL-UBA - Reference

## Cosas a tener en cuenta

### Flags de Compilación

```
1 g++ -std=c++11 -DACMTUYO -O2 -Wshadow -Wextra -D_GLIBCXX_DEBUG -Wall -c "%f"
2 g++ -std=c++11 -DACMTUYO -O2 -Wshadow -Wall -Wextra -D_GLIBCXX_DEBUG -o "%e" "%f"
3 time "%e"
```

## 1. Estructuras

### 1.1. Fenwick Tree

```
1 // TRABAJAR CON UN VECTOR INDEXADO EN 1 EN "fenwick" (DE TAMANO N+1)
2 void add (tint k, tint x, vector<tint> &fenwick) { // Suma x al indice k
3     tint n = fenwick.size() -1;
4     while (k <= n) {
5         fenwick[k] += x;
6         k += (k & -k);
7     }
8 }
9 // Devuelve la suma en el rango [1..k] (inclusive)
10 tint sum (tint k, vector<tint> &fenwick) {
11     tint s = 0;
12     while (k >= 1) {
13         s += fenwick[k];
14         k -= (k & -k);
15     }
16     return s;
17 }
```

### 1.2. Trie

```
1 const int MAXN = 60000;
2
3 struct TrieNode {
4     map<char, int> sig;
5     bool final = false;
6     void reset() { sig.clear(); final = false; }
7 };
8
9 TrieNode trie[MAXN];
10 int trie_n = 1;
11
12 void resetTrie() {
13     trie_n = 1;
14     trie[0].reset();
15 }
```

```
15 }
16
17 void insertar(string st) {
18     int pos = 0;
19     for(int i=0; i<(int)st.size(); i++) {
20         if (trie[pos].sig.find(st[i]) == trie[pos].sig.end()) {
21             trie[pos].sig[st[i]] = trie_n;
22             trie[trie_n].reset();
23             trie_n++;
24         }
25         pos = trie[pos].sig[st[i]];
26     }
27     trie[pos].final = true;
28 }
29
30 bool buscar(string st) {
31     int pos = 0;
32     for(int i=0; i<(int)st.size(); i++) {
33         if (trie[pos].sig.find(st[i]) == trie[pos].sig.end())
34             return false;
35         pos = trie[pos].sig[st[i]];
36     }
37     return (trie[pos].final == true);
38 }
```

### 1.3. Segment Tree

```
1 // Nodo del segment tree
2 struct Nodo {
3     tint x;
4     Nodo (tint xx) { x = xx; }
5 };
6 // Operacion del segment tree : tiene que ser ASOCIATIVA
7 Nodo op (Nodo n1, Nodo n2) {
8     return Nodo(n1.x+n2.x);
9 }
10 vector<Nodo> buildSegTree (vector<Nodo> &v ) {
11     // Completa el tamanho
12     tint k = 4, n = v.size();
13     while (k < 2*n)
14         k <<= 1;
15     // Rellena las hojas
16     vector<Nodo> seg (k, Nodo(0));
17     forn(i,n)
18         seg[(k >> 1)+i] = v[i];
19     // Completa los padres
20     while (k > 0) {
```

```

21     seg[(k-1) >> 1] = op(seg[k-1],seg[k-2]);
22     k -= 2;
23 }
24 return seg;
25 }
26 // i es el indice de [0,n) en el arreglo original
27 // Nodo es lo que queremos poner ahora como hoja
28 void update(tint i, Nodo nodo,vector<Nodo> &seg) {
29     tint k = seg.size()/2 + i;
30     seg[k] = nodo;
31     while (k > 0) {
32         seg[k >> 1] = op(seg[k],seg[k^1]);
33         k >>= 1;
34     }
35 }
36 Nodo queryAux(tint k, tint l, tint r, tint i, tint j, vector<Nodo> &seg) {
37     if (i <= l && r <= j)
38         return seg[k];
39     if (r <= i or l >= j)
40         return Nodo(0); // Aca va el NEUTRO de la funcion "op"
41     Nodo a = queryAux(2*k,l,(l+r) >> 1,i,j,seg);
42     Nodo b = queryAux(2*k+1,(l+r) >> 1,r,i,j,seg);
43     return op(a,b);
44 }
45 // i,j son los indices del arreglo del que se hace la query
46 // la query se hace en [i,j)
47 Nodo query(tint i, tint j, vector<Nodo> &seg) {
48     return queryAux(1,0,seg.size() >> 1,i,j,seg);
49 }
50 // USO:
51 int main() {
52     tint n = 15;
53     vector<Nodo> v (n, Nodo(0));
54     forn(i,n)
55         v[i] = Nodo((3*(i+1))%7 - 9*(i-4)%13);
56     vector<Nodo> seg = buildSegTree(v);
57     forn(i,n)
58         cout << v[i].x << " "; // 13 7 7 14 1 -5 -5 2 -4 -4 3 -10 -3 -3 -9
59     cout << endl;
60     cout << query(3,11,seg).x << "\n"; // Devuelve 2
61     update(6,Nodo(0),seg);
62     cout << query(3,11,seg).x << "\n"; // Devuelve 7
63     return 0;
64 }

```

#### 1.4. Order Statistic Tree (GCC)

```

1  #include <iostream>
2  #include <ext/pb_ds/assoc_container.hpp>
3
4  using namespace std;
5  using namespace __gnu_pbds;
6
7  typedef tree<int, null_type, less<int>, rb_tree_tag,
8  tree_order_statistics_node_update> ordered_set;
9
10 int main() {
11     ordered_set X;
12     X.insert(1); X.insert(2); X.insert(4); X.insert(8); X.insert(16);
13
14     // find_by_order(i): iterador al lugar donde se encuentra el i-esimo
15     cout << *X.find_by_order(1) << endl; // 2
16     cout << *X.find_by_order(2) << endl; // 4
17     cout << *X.find_by_order(4) << endl; // 16
18     cout << (X.end() == X.find_by_order(6)) << endl; // true
19
20     // order_of_key(x): orden donde iria el elemento x
21     cout << X.order_of_key(-5) << endl; // 0
22     cout << X.order_of_key(1) << endl; // 0
23     cout << X.order_of_key(3) << endl; // 2
24     cout << X.order_of_key(4) << endl; // 2
25     cout << X.order_of_key(400) << endl; // 5
26     return 0;
27 }

```

#### 1.5. BWT + Suffix Array

```

1  const tint maxN = 100000; // largo del string
2
3  tint p[maxN], r[maxN], h[maxN],t,n;
4
5  bool sacmp (tint a, tint b)
6  {
7      return p[(a+t)%n] < p[(b+t)%n];
8  }
9
10 void bwt(const string &s, tint nn)
11 {
12     n = nn;
13     tint bc[256]; // bc histograma de letras de s
14     forn(i,256)
15         bc[i] = 0;
16     forn(i,n)
17         ++bc[tint(s[i])];

```

```

18  forn(i,255)
19  bc[i+1] += bc[i];
20  forn(i,n)
21  r[--bc[tint(s[i])]] = i;
22  forn(i,n)
23  p[i] = bc[tint(s[i])];
24
25  tint lnb,nb = 1;
26  for (t = 1; t < n; t *= 2)
27  {
28      lnb = nb;
29      nb = 0;
30      for (tint i = 0, j = 1; i < n; i = j++)
31      {
32          // calcula el siguiente bucket
33          while (j < n && p[r[j]] == p[r[i]])
34              j++;
35          if (j-i > 1)
36          {
37              sort(r+i,r+j,sacmp);
38              tint pk,opk = p[(r[i]+t)%n];
39              tint q = i, v = i;
40              for(; i < j; i++)
41              {
42                  if ( ((pk = p[(r[i]+t)%n]) != opk) && !(q <= opk && pk < j) )
43                  {
44                      opk = pk;
45                      v = i;
46                  }
47                  p[r[i]] = v;
48              }
49              nb++;
50          }
51          if (lnb == nb)
52              break;
53      }
54      // prim = p[0]
55  }
56

```

## 1.6. Longest Common Prefix + Modo de Uso

```

1  void lcp (const string &s)
2  {
3      tint q = 0, j;
4      forn(i,n)
5      {

```

```

6      if (p[i])
7      {
8          j = r[p[i]-1];
9          while (q < n && s[(i+q)%n] == s[(j+q)%n])
10             q++;
11             h[p[i]-1] = q;
12             if (q > 0)
13                 q--;
14         }
15     }
16
17 }
18
19 int main()
20 {
21     // Uso de SUFFIX ARRAY y LCP : Agregar '$' al final del string
22     // Uso de BWT (ROTACIONES) : Usar el string normal
23
24     string s = "banana$";
25     tint nn = s.size();
26     forn(i,nn)
27         cout << s.substr(nn-i-1,nn) << "␣" << i << endl; // TESTEAR Suffix Array
28         //~ cout << s.substr(i,nn-i) + s.substr(0,i) << " : " << i << endl; //
                TESTEAR BWT
29
30     bwt(s,nn);
31     cout << "-----" << endl;
32
33
34     forn(i,nn)
35         cout << s.substr(r[i],nn) << "␣" << r[i] << endl; // TESTEAR Suffix Array
36         //~ cout << s.substr(r[i],nn) + s.substr(0,r[i]) << " : " << r[i] << endl;
                // TESTEAR BWT
37
38     lcp(s);
39     cout << "-----" << endl;
40     forn(i,nn-1)
41         cout << h[i] << endl;
42
43
44     return 0;
45 }

```

## 2. Grafos

### 2.1. Dijkstra

```

1  const tint INFINITO = 1e15;
2
3  // parent : Inicializar (n,{}) : Guarda donde se realiza la minima distancia
4  // ladj : Por cada vertice, un par {indice,peso}
5
6  void dijkstra (tint comienzo, vector<vector<pair<tint,tint> > > &ladj,
7  vector<tint> &distance, vector<vector<tint> > &parent) {
8      priority_queue<pair<tint,tint> > q; // {-peso,indice}
9      tint n = distance.size();
10     forn(i,n)
11         distance[i] = (i != comienzo)*INFINITO;
12     vector<tint> procesado (n,0);
13     q.push({0,comienzo});
14     while (!q.empty()) {
15         tint actual = q.top().second;
16         q.pop();
17         if (!procesado[actual]) {
18             procesado[actual] = 1;
19             for (auto vecino : ladj[actual]) {
20                 if (distance[actual] + vecino.second < distance[vecino.first]) {
21                     distance[vecino.first] = distance[actual] + vecino.second;
22                     q.push({-distance[vecino.first],vecino.first});
23                     parent[vecino.first] = {actual};
24                 }
25                 else if (distance[actual] + vecino.second == distance[vecino.first])
26                     parent[vecino.first].push_back(actual);
27             }
28         }
29     }
30 }
31 // En distance quedan las minimas distancias desde comienzo

```

### 2.2. TopoSort y Kosaraju

```

1  typedef vector<tint> vi;
2  void dfsTopo(vector<vi> &g, tint s, vi &vis, vi &ord, vi &comp) {
3      vis[s] = true;
4      for(auto ad : g[s]) if (!vis[ad]) dfsTopo(g, ad, vis, ord, comp);
5      ord.push_back(s);
6      comp.push_back(s);
7  }
8  vi topoSort(vector<vi> &g) { // Devuelve el orden topologico
9      int N = g.size();

```

```

10     vi vis, ord, aux;
11     vis.assign(N, 0);
12     forn(i,N) if (!vis[i]) dfsTopo(g, i, vis, ord, aux);
13     reverse(ord.begin(), ord.end());
14     return ord;
15 }
16 // Devuelve las componentes en orden topologico
17 vector<vi> kosaraju(vector<vi> &graf) {
18     vi ord = topoSort(graf);
19     // Invertimos el grafo
20     tint N = graf.size();
21     vector<vi> grafInv(N, vi());
22     forn(i,N) for(auto j : graf[i]) grafInv[j].push_back(i);
23
24     vi vis(N, false), aux;
25     vector<vi> comps;
26     for (auto o : ord)
27         if (!vis[o]) {
28             vi comp; dfsTopo(grafInv, o, vis, aux, comp);
29             comps.push_back(comp);
30         }
31     return comps;
32 }

```

### 2.3. Puentes, Puntos de Articulacion y Biconexas (Jonaz)

### 2.4. SPFA

```

1  const tint maxN = 16384; // cantidad de nodos
2  const tint INFINITO = 1e15; // suma de modulos de las aristas o algo asi
3
4  tint best[maxN];
5  bool adentro[maxN];
6  // ladj : {indice,peso}
7  void spfa (tint start, vector<vector<pair<tint,tint> > > &ladj) {
8      tint n = ladj.size();
9      forn(i,n)
10         best[i] = (i != start)*INFINITO;
11     vector<tint> vecinos = {start}, nuevosVecinos;
12     while (!vecinos.empty()) {
13         tint actual = vecinos.back();
14         vecinos.pop_back();
15         adentro[actual] = false;
16         for (auto vecino : ladj[actual]) {
17             if (best[actual] + vecino.second < best[vecino.first]) {
18                 best[vecino.first] = best[actual] + vecino.second;

```

```

19     if (!adentro[vecino.first]) {
20         nuevosVecinos.push_back(vecino.first);
21         adentro[vecino.first] = 1;
22     }
23 }
24 }
25 if (vecinos.empty())
26     vecinos.swap(nuevosVecinos);
27 }
28 }

```

## 2.5. Ciclo Hamiltoniano Minimo

```

1  const tint INFINITO = 1e15;
2
3  tint minimumHamiltonianCycle (vector<vector<tint> > &d) {
4      tint r = d.size(), minHam = INFINITO;
5      if (r > 1) {
6          vector<vector<tint> > dp ((1 << r), vector<tint> (r,INFINITO));
7          dp[1][0] = 0;
8          for(tint mask = 1; mask < (1 << r); mask += 2)
9              forn(i,r)
10                 if ( (i > 0) && (mask & (1 << i)) && (mask & 1) )
11                     forn(j,r)
12                         if ((i != j) && (mask & (1 << j)))
13                             dp[mask][i] = min(dp[mask][i],dp[mask ^ (1 << i)][j] + d[j][i]);
14
15         forsn(i,1,r)
16             minHam = min(minHam,dp[(1 << r) - 1][i] + d[i][0]);
17     }
18     else
19         minHam = d[0][0];
20     return minHam;
21 }

```

## 2.6. Dinic (aguanta multiejes y autoejes)

```

1  const tint maxN = 512;
2  const tint INFINITO = 1e15;
3  struct Arista {
4      tint start,end,capacity,flow;
5      Arista (tint ss, tint ee, tint cc, tint ff) {
6          start = ss;
7          end = ee;
8          capacity = cc;
9          flow = ff;
10     }

```

```

11 };
12
13 vector<Arista> red; // Red residual
14 vector<tint> ladj [maxN]; // (guarda vecinos como indices en red)
15
16 tint n, s, t; // #Nodos, source, sink
17 tint ultimoVecino [maxN]; // ultimo vecino visitado en dfs
18 tint nivel [maxN]; // Nivel del bfs
19
20 void agregarArista (tint ss, tint ee, tint c) {
21     ladj[ss].push_back( tint (red.size())); // guardamos el indice
22     red.push_back(Arista(ss,ee,c,0));
23     ladj[ee].push_back( tint (red.size()));
24     red.push_back(Arista(ee,ss,c,0));
25 }
26
27 bool bfs () {
28     forn(i,n+1)
29         nivel[i] = -1;
30     vector<tint> vecinos = {s}, nuevosVecinos;
31     nivel[s] = 0;
32     while (!vecinos.empty() && nivel[t] == -1) {
33         tint actual = vecinos.back();
34         vecinos.pop_back();
35         for (auto iArista : ladj[actual]) {
36             tint vecino = red[iArista].end;
37             // Si bajo en uno el nivel y puedo mandar flujo en la red residual
38             if (nivel[vecino] == -1 && red[iArista].flow < red[iArista].capacity) {
39                 nivel[vecino] = nivel[actual] + 1;
40                 nuevosVecinos.push_back(vecino);
41             }
42         }
43         if (vecinos.empty()) {
44             swap(vecinos,nuevosVecinos);
45             nuevosVecinos = {};
46         }
47     }
48     return (nivel[t] != -1);
49 }
50
51 tint dfs (tint actual, tint flujo) {
52     if (flujo <= 0)
53         return 0;
54     else if (actual == t)
55         return flujo;
56     else {

```

```
57     while (ultimoVecino[actual] < tint(ladj[actual].size())) {
58         tint id = ladj[actual][ultimoVecino[actual]];
59         if (nivel[red[id].end] == nivel[actual] + 1) {
60             tint pushed = dfs(red[id].end, min(flujo, red[id].capacity - red[id].flow));
61             if (pushed > 0) {
62                 red[id].flow += pushed;
63                 red[id^1].flow -= pushed;
64                 return pushed;
65             }
66         }
67         ultimoVecino[actual]++;
68     }
69     return 0;
70 }
71 }
72
73 tint dinic () {
74     tint flujo = 0;
75     while (bfs()) {
76         forn(i, n+1)
77             ultimoVecino[i] = 0;
78         tint pushed = dfs(s, INFINITO);
79
80         while (pushed > 0) {
81             flujo += pushed;
82             pushed = dfs(s, INFINITO);
83         }
84     }
85     return flujo;
86 }
```

## 3. Arboles

### 3.1. Union-Find (Guty)

```

1  const tint maxN = 131072;
2  vector<tint> caminito;
3  tint representante[maxN];
4  tint tamanho[maxN];
5
6  void inicializar (tint n) {
7      forn(i,n) {
8          representante[i] = i;
9          tamanho[i] = 1;
10     }
11 }
12
13 tint find (tint x) {
14     caminito = {};
15     while (x != representante[x]) {
16         caminito.push_back(x);
17         x = representante[x];
18     }
19     for (auto z : caminito)
20         representante[z] = x;
21     return x;
22 }
23
24 bool same (tint a, tint b) { return (find(a) == find(b)); }
25
26 void unite (tint a, tint b) {
27     a = find(a);
28     b = find(b);
29     if (tamanho[a] < tamanho[b])
30         swap(a,b);
31     tamanho[a] += tamanho[b];
32     representante[b] = a;
33 }

```

### 3.2. Union-Find (Jonaz)

```

1  class UF {
2  private: vector<int> p, rank; int comps;
3  public:
4      UF(int N) {
5          rank.assign(N, 0); comps = N;
6          p.assign(N, 0); forn(i,N) p[i] = i;
7      }

```

```

8      int findSet(int i) { return (p[i] == i) ? i : (p[i] = findSet(p[i])); }
9      bool sameSet(int i, int j) { return findSet(i) == findSet(j); }
10     void unionSet(int i, int j) {
11         if (!sameSet(i,j)) {
12             int x = findSet(i), y = findSet(j);
13             if (rank[x] > rank[y]) p[y] = x;
14             else {
15                 p[x] = y;
16                 if (rank[x] == rank[y]) rank[y]++;
17             }
18             comps--;
19         }
20     }
21     int components() { return comps; }
22 };

```

### 3.3. Kruskal (usa UF de Jonaz)

```

1  struct Arista {
2      tint peso, start, end;
3      Arista(tint s, tint e, tint p) : peso(p), start(s), end(e) {}
4      bool operator<(const Arista& o) const {
5          return make_tuple(peso, start, end) < make_tuple(o.peso, o.start, o.end);
6      };
7      // Devuelve el peso del AGM, y en 'agm' deja las aristas del mismo.
8      tint kruskal(vector<Arista> &ars, tint size, vector<Arista> &agm) {
9          sort(ars.begin(), ars.end());
10         tint min_peso = 0;
11         UF uf(size);
12         for(auto &a : ars) {
13             if (!uf.sameSet(a.start, a.end)) {
14                 min_peso += a.peso;
15                 uf.unionSet(a.start, a.end);
16                 agm.push_back(a);
17                 if ((tint)agm.size() == size-1) break; // Esto es que ya tiene V-1 aristas
18             }
19         }
20         return min_peso;
21     }

```

### 3.4. LCA - Segment Tree (Jonaz)

### 3.5. Binary Lifting (saltitos potencia de 2)

```

1  const tint maxN = 32768; // cantidad de nodos
2  const tint maxK = 16; // lg(cantidadDeNodos)
3  const tint NEUTRO = 1e8; // neutro de la operacion (ejemplo: minimo)

```



```

4
5 tint d[maxN]; // profundidad
6 pair<tint,tint> p[maxN][maxK];
7 // {ancestro a distancia 2^k, Lo que queremos entre los 2^k ancestros}
8
9 void dfs(tint actual, vector<vector<pair<tint,tint> > > &ladj, tint padre) {
10     d[actual] = d[padre]+1;
11     for (auto x : ladj[actual])
12         if (x.first != padre) {
13             p[x.first][0] = {actual,x.second};
14             dfs(x.first,ladj,actual);
15         }
16 }
17
18 tint subir(tint a, tint c, tint &ans, bool tomaMinimo) {
19     tint k = 0;
20     while (c > 0) {
21         if (c % 2) {
22             if (tomaMinimo)
23                 ans = min(ans,p[a][k].second);
24             a = p[a][k].first;
25         }
26         k++;
27         c /= 2;
28     }
29     return a;
30 }
31
32 tint answer (tint a, tint b) {
33     // IGUALAMOS LAS ALTURAS
34     if (d[a] < d[b])
35         swap(a,b);
36     tint w = d[a] - d[b], ans = NEUTRO;
37     a = subir(a,w,ans,true);
38
39     // HACEMOS LA BINARY PARA BUSCAR EL LCA
40     tint cInf = 0, cSup = maxN;
41     while (cSup - cInf > 1) {
42         tint ra = a, rb = b;
43         tint c = (cSup+cInf)/2;
44         ra = subir(ra,c,ans,false);
45         rb = subir(rb,c,ans,false);
46         if (ra == rb)
47             cSup = c;
48         else
49             cInf = c;

```

```

50     }
51     // SUBIMOS LO QUE HAGA FALTA PARA LLEGAR AL LCA
52     cSup *= (a != b);
53     a = subir(a,cSup,ans,true);
54     b = subir(b,cSup,ans,true);
55     return ans;
56 }
57
58 // INICIALIZACION
59 int main() {
60     forn(i,maxN)
61         forn(k,maxK)
62             p[i][k] = {-1,NEUTRO};
63     // HACEMOS EL PRIMER PASO EN FUNCION DEL GRAFO
64     vector<vector<pair<tint,tint> > > ladj (maxN); // listaDeAdyacencia del arbol
65     d[0] = -1;
66     dfs(0,ladj,0);
67     // LLENADO DE LA TABLA
68     forsn(k,1,maxK)
69         forn(i,maxN) {
70             tint ancestro = p[i][k-1].first;
71             if (ancestro >= 0)
72                 p[i][k] = {p[ancestro][k-1].first,
73                             min(p[i][k-1].second,p[ancestro][k-1].second) };
74         }
75 }

```

## 4. Strings

### 4.1. ToString/ToNumber

```

1 #include <iostream>
2 #include <string>
3 #include <sstream>
4
5 tint toNumber (string s)
6 {
7     tint Number;
8     if ( ! (istringstream(s) >> Number) )
9         Number = 0; // el string vacio lo manda al cero
10    return Number;
11 }
12
13 string toString (tint number)
14 {
15     ostringstream ostr;
16     ostr << number;
17     return ostr.str();
18 }

```

### 4.2. Bordes & Knuth-Morris-Pratt (KMP)

```

1 const int MAXN = 1e7;
2 int kmp_table[MAXN];
3 string s, t;
4 // Deja en kmp_table[i] el borde de longitud i de s
5 // en kmp_table[s.size()] el maximo borde
6 void fill_table() {
7     int pos = 2, cnd = 0;
8     kmp_table[0] = -1;
9     kmp_table[1] = 0;
10    while(pos <= int(s.size())) {
11        if (s[pos-1] == s[cnd])
12            kmp_table[pos++] = ++cnd;
13        else if (cnd>0)
14            cnd = kmp_table[cnd];
15        else kmp_table[pos++] = 0;
16    }
17 }
18 // Matchear s (chico) en t (grande)
19 // Devuelve todos los indices donde matchea
20 vector<int> kmp2() {
21     vector<int> r;
22     int m = 0, i = 0;

```

```

23 while(m+i < int(t.size())) {
24     if (s[i] == t[m+i]) {
25         if (i == int(s.size()-1)) r.push_back(m);
26         i++;
27     } else {
28         m = m + i - kmp_table[i];
29         if (kmp_table[i] > -1) i = kmp_table[i];
30         else i = 0;
31     }
32 }
33 return r;
34 }
35
36 int main() {
37     s = "abracadabra";
38     fill_table();
39     for(int i=0; i<int(s.size()+1); i++) cout << kmp_table[i] << " ";
40     cout << endl; // -1 0 0 0 1 0 1 0 1 2 3 4
41     s = "abra";
42     fill_table();
43     t = "abracadabracadabra";
44     for(auto e : kmp2()) cout << e << " ";
45     cout << endl; // 0 7 14
46     return 0;
47 }

```

### 4.3. Subsecuencia Comun mas larga

```

1 const tint maxN = 128;
2
3 tint p[maxN][maxN];
4 // Lllamar lcs(s1,s2,n,m)
5 tint lcs(string &s1, string &s2,tint i,tint j)
6 {
7     if (p[i][j] == -1)
8     {
9         if (i == 0 or j == 0)
10            p[i][j] = 0;
11        else
12        {
13            if (s1[i-1] == s2[j-1])
14                p[i][j] = 1 + lcs(s1,s2,i-1,j-1);
15            else
16            {
17                p[i][j] = max(p[i][j],lcs(s1,s2,i-1,j));
18                p[i][j] = max(p[i][j],lcs(s1,s2,i,j-1));
19            }

```

```

20     }
21     }
22     return p[i][j];
23 }

```

#### 4.4. Edit-Distance

```

1 // Minima distancia entre strings si lo que se puede es: INSERTAR, REMOVE,
  MODIFICAR, SWAPS ADYACENTES
2 const tint maxN = 1024; // maximo largo de los strings
3 const tint INFINITO = 1e15;
4 string s1,s2;
5 tint dist[maxN][maxN];
6
7 tint f(tint i, tint j)
8 {
9     // Si un string es vacio, hay que borrar todo el otro
10    if (i == -1 or j == -1)
11        return max(i,j)+1;
12    if (dist[i][j] == INFINITO)
13    {
14        tint mini = INFINITO;
15        // Lo mejor de borrar el i-esimo de s1 o insertar al final de s1 a s2[j]
16        mini = min(mini,min(f(i-1,j)+1,f(i,j-1)+1));
17        if (s1[i] == s2[j]) // Si coinciden, dejo como esta y resuelvo lo anterior
18            mini = min(mini,f(i-1,j-1));
19        else // Modificar s1[i] a s2[j] y resolver lo anterior
20            mini = min(mini,f(i-1,j-1)+1);
21
22        // Borramos los intermedios y swapeamos los ultimos 2 si funciona, lo hago y
23        // resuelvo lo anterior
24        forn(k,i)
25        {
26            if (i >= 1 && j >= 1 && s1[i] == s2[j-1] && s1[i-k-1] == s2[j])
27                mini = min(mini,f(i-k-2,j-2)+k+1);
28        }
29        dist[i][j] = mini;
30    }
31    return dist[i][j];
32 }
33 // USO:
34 int main()
35 {
36     tint n = s1.size(), m = s2.size();
37     forn(i,n)
38     forn(j,m)
39         dist[i][j] = INFINITO;

```

```

39     cout << f(n-1,m-1) << "\n";
40     return 0;
41 }

```

#### 4.5. Substring Palindromo (esPalindromo(s[i..j]))

```

1 // Asumo i < j
2 bool esPalindromo (tint i, tint j, vector<vector<tint> > &r, tint n)
3 {
4     if (i+j >= n)
5         return (r[i+j][n-i] - r[i+j][n-j-1]) == j-i+1;
6     else
7         return (r[i+j][j+1] - r[i+j][i]) == j-i+1;
8 }
9 // USO:
10 int main()
11 {
12     tint n = s.size(); // s nuestro string
13     vector<vector<tint> > v (n, vector<tint> (n,0));
14     forn(i,n)
15     forn(j,n)
16         v[i][j] = (s[i] == s[j]);
17     vector<vector<tint> > r (2*n-1,vector<tint> (n+1,0));
18
19     forn(i,2*n-1)
20     {
21         tint sum = 0, x = min(i,n-1), y = 0;
22         if (i >= n)
23             y = i-n+1;
24         forn(j,n)
25         {
26             if (x >= 0 && y < n)
27                 sum += v[x--][y++];
28             r[i][j+1] = sum;
29         }
30     }
31     // Ahora podemos preguntar si es palindromo s[i..j]
32 }

```

## 5. Matematica

### 5.1. PotLog

```

1  const tint nmod = 1000000007; // o el primo que deseamos
2  tint potLogMod (tint x, tint y) // Calcula: (x^y) mod nmod
3  {
4      tint ans = 1;
5      while (y > 0)
6      {
7          if (y % 2)
8              ans = (x * ans) % nmod;
9          x = (x * x) % nmod;
10         y /= 2;
11     }
12     return ans;
13 }
14 tint invMod(tint a) // nmod PRIMO. Devuelve b tal que: (a*b) = 1 (mod nmod)
15 {
16     return potLogMod(a,nmod-2);
17 }

```

### 5.2. Criba

```

1  const tint maxN = 1000500;
2  tint p[maxN + 1] = {1, 1};
3  tint phi[maxN];
4
5  map<tint,tint> factorizar (tint n)
6  {
7      map<tint,tint> f;
8      while (n > 1)
9      {
10         f[p[n]]++;
11         n /= p[n];
12     }
13     return f;
14 }
15 // USO:
16 int main()
17 {
18     // CRIBA COMUN : (p[n] = mayor primo que divide a n (n >= 2) )
19     for (tint i = 1; i <= maxN; ++i)
20         if (p[i] == 1)
21             for (tint j = i; j <= maxN; j += i)
22                 //if (p[j] == 1 or i == 1) // Con esta linea da el menor primo
23                     p[j] = i;

```

```

24 // CALCULA PHI(N): #Coprimos con N
25 for (tint i = 0; i < maxN; i++)
26     phi[i] = i;
27 for (tint i = 1; i < maxN; i++)
28     for (tint j = 2 * i; j < maxN; j += i)
29         phi[j] -= phi[i];
30 return 0;
31 }

```

### 5.3. Numero Combinatorio

```

1  const tint maxN = 1024;
2
3  tint binom[maxN][maxN];
4
5  tint comb(tint n, tint m)
6  {
7      if (m < 0 or m > n)
8          return 0;
9      if (m == 0 or m == n)
10         return 1;
11     if (n >= maxN)
12         return comb(n-1,m-1) + comb(n-1,m);
13     if (binom[n][m] == -1)
14         binom[n][m] = comb(n-1,m-1) + comb(n-1,m);
15     return binom[n][m];
16 }
17
18 // En el main:
19 // forn(i,maxN)
20 // forn(j,maxN)
21 //     binom[i][j] = -1;
22
23 tint nBolasEnkCajas (tint n, tint k)
24 {
25     return comb(n+k-1,n);
26 }

```

### 5.4. Euclides Extendido

```

1  tint gcd (tint a, tint b, tint &x, tint &y)
2  {
3      if ( a == 0 )
4      {
5          x = 0 ; y = 1 ;
6          return b ;
7      }

```

```

8   tint x1, y1 ;
9   tint d = gcd (b %a, a, x1, y1) ;
10  x = y1 - ( b / a ) * x1 ;
11  y = x1 ;
12  return d;
13 }
14
15 // Nota si gcd(a,m) == 1 => 1 = a*x+m*y => 1 = a*x (mod m)
16 // 0 sea, que "x" es el inverso de "a" modulo "m"

```

### 5.5. Teorema Chino del Resto

```

1
2 pair<tint,tint> tcr (vector<tint> &r, vector<tint> &m) // x = r_i (mod m_i)
3 {
4   tint p = 0, q = 1, n = r.size();
5   forn(i,n)
6   {
7     p = modulo(p-r[i],q);
8     tint x,y;
9     tint d = gcd(m[i],q,x,y);
10    if (p %d)
11      return {-1,-1}; // sistema incompatible
12    q = (q / d)*m[i];
13    p = modulo(r[i]+m[i]*x*(p/d), q); // OVERFLOW?: __int128 o mult()
14    // modulo(r[i]+modulo(modulo(m[i]*x,q)*(p/d),q), q);
15  }
16  return {p,q}; // x = p (mod q)
17 }

```

### 5.6. Eliminacion Gaussiana (Código ruso)

```

1 // Declarar EPS e INF al principio adecuadamente.
2 tint gauss ( vector < vector < double > > a, vector < double > & ans ) {
3   tint n = a. size ( ) ;
4   tint m = a[0].size() -1;
5   vector<tint> where (m, -1);
6   for ( tint col = 0, row = 0 ; col < m && row < n; ++col)
7   {
8     int sel = row ;
9     for ( tint i = row ; i < n ; ++i)
10      if ( abs (a[i][col]) > abs (a[sel][col]) )
11        sel = i ;
12    if ( abs(a[sel][col]) < EPS )
13      continue ;
14    for ( tint i = col ; i <= m ; ++i)
15      swap (a[sel][i], a[row][i]);

```

```

16   where[col] = row;
17   for ( tint i = 0 ; i < n ; ++i)
18     if ( i != row )
19     {
20       ldouble c = a[i][col] / a[row][col] ;
21       for ( tint j = col ; j <= m ; ++ j)
22         a[i][j] -= a[row][j] * c;
23     }
24   ++row;
25 }
26
27 ans.assign(m, 0);
28 for ( tint i = 0 ; i < m ; ++i )
29   if ( where[i] != - 1 )
30     ans [i] = a[where[i]][m] / a [where[i]][i];
31 for ( tint i = 0 ; i < n ; ++i )
32 {
33   ldouble sum = 0 ;
34   for ( tint j = 0 ; j < m ; ++j )
35     sum += ans[j]*a[i][j];
36   if ( abs(sum - a[i][m] ) > EPS )
37     return 0 ;
38 }
39
40 for ( int i = 0 ; i < m ; ++ i )
41   if ( where[i] == - 1)
42     return INF ;
43 return 1 ;
44 }
45
46 // 0 -> No hay solucion
47 // 1 -> Hay solucion unica. La devuelve en "ans"
48 // INF -> Hay infinitas soluciones

```

### 5.7. Rabin-Miller

```

1 // USA: "PotLog", pero pasandole el modulo como parametro
2 #include <random>
3 const tint semilla = 38532164;
4 mt19937 gen(semilla);
5
6 tint mult(tint a, tint b, tint m)
7 {
8   int largestBit = 0;
9   while( (b >> largestBit) != 0)
10     largestBit++;
11   tint ans = 0;

```

```

12  for(tint currentBit = largestBit - 1; currentBit >= 0; currentBit--)
13  {
14      ans = (ans + ans);
15      if (ans >= m)
16          ans -= m;
17
18      if ( (b >> currentBit) & 1)
19      {
20          ans += a;
21          if (ans >= m)
22              ans -= m;
23      }
24  }
25  return ans;
26 }
27
28 bool esPrimoRM (tint n)
29 {
30     if (n <= 1)
31         return false;
32     else if (n <= 3)
33         return true;
34     else if (n % 2 == 0)
35         return false;
36     else
37     {
38         uniform_int_distribution<tint> dis(2, n-2);
39         tint kOrig = 0, m = n-1;
40         while (m % 2 == 0)
41         {
42             kOrig++;
43             m /= 2;
44         }
45         bool esPrimo = true;
46         vector<tint> testigos = {2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37};
47         for (auto a : testigos)
48         {
49             if (a < n)
50             {
51                 tint b = potLogMod(a,m,n), k = kOrig;
52                 if (b == 1 or b == n-1)
53                     continue;
54                 else
55                 {
56                     forn(j,k)
57                     {

```

```

58         b = mult(b,b,n);
59         if (b == n-1)
60             break;
61         else if (b == 1)
62         {
63             esPrimo = false;
64             break;
65         }
66     }
67     if (b != n-1)
68     {
69         esPrimo = false;
70         break;
71     }
72 }
73
74 }
75 return esPrimo;
76 }
77 }

```

## 5.8. Pollard-Rho

```

1  // USA: Rabin-Miller
2  tint gcd (tint a, tint b)
3  {
4      if (a == 0)
5          return b;
6      return gcd (b % a, a);
7  }
8  void factorizar (tint n, map<tint,tint> &f)
9  {
10     while (n > 1)
11     {
12         if (esPrimoRM(n))
13         {
14             f[n]++;
15             n /= n;
16         }
17         else
18         {
19             uniform_int_distribution<tint> dis(1, n-1);
20             tint a = dis(gen), b = dis(gen), x = 2, y = 2, d;
21             do
22             {
23                 x = (mult(x,x,n) + mult(a,x,n) + b) % n;
24                 y = (mult(y,y,n) + mult(a,y,n) + b) % n;

```

```

25     y = (mult(y,y,n) + mult(a,y,n) + b) %n;
26     d = gcd(abs(x-y),n);
27 }
28 while (d == 1);
29 if (d != n)
30 {
31     factorizar(d,f);
32     n /= d;
33 }
34
35 }
36 }
37 }

```

## 5.9. FFT

```

1  // USA : "PotLog" e "InvMod" con nmod = mod
2  const tint mod = (1 << 21)*11 + 1 ; // es re primo
3  const tint root = 38;
4  const tint root_1 = 21247462;
5  const tint root_pw = 1 << 21 ; // largo del arreglo
6  /*
7   * const tint mod = 7340033;
8   * const tint root = 5 ;
9   * const tint root_1 = 4404020 ;
10  * const tint root_pw = 1 << 20 ;
11  */
12
13 tint modulo (tint n)
14 {
15     return ((n % mod) + mod) % mod;
16 }
17 void fft (vector <tint> &a, bool invert )
18 {
19     tint n = a. size();
20     for (tint i = 1 , j = 0 ; i < n ; ++ i )
21     {
22         tint bit = n >> 1 ;
23         while(j >= bit)
24         {
25             j -= bit ;
26             bit >>= 1;
27         }
28         j += bit ;
29         if ( i < j )
30             swap (a[i],a[j]);
31     }

```

```

32     for (tint len = 2 ; len <= n ; len <= 1)
33     {
34         tint wlen = root;
35         if (invert)
36             wlen = root_1;
37         for (tint i = len ; i < root_pw ; i <= 1)
38             wlen = modulo(wlen * wlen);
39         for (tint i = 0 ; i < n ; i += len )
40         {
41             tint w = 1 ;
42             forn(j,len/2)
43             {
44                 tint u = a[i+j], v = modulo(a[i+j+len/2] * w) ;
45                 a[i+j] = modulo(u+v);
46                 a[i+j + len/2] = modulo(u - v);
47                 w = modulo(w * wlen) ;
48             }
49         }
50     }
51
52     if (invert)
53     {
54         tint nrev = invMod(n);
55         forn(i,n)
56             a[i] = modulo(a[i] * nrev) ;
57     }
58 }
59
60 void multiply (const vector<tint> &a, const vector<tint> &b, vector<tint> &res)
61 {
62     vector<tint> fa(a.begin(), a.end() ), fb(b.begin(), b.end() );
63     tint n = 1 ;
64     while (n < max(tint(a.size()), tint(b.size())))
65         n <= 1;
66     n <= 1 ;
67     fa.resize(n), fb.resize(n);
68     fft (fa, false) , fft(fb, false);
69     forn(i,n)
70         fa[i] *= fb[i];
71     fft(fa, true);
72     res = fa;
73 }
74 // USO:
75 int main()
76 {
77     vector<tint> a = {1,0,0,1};

```

```
78 | vector<tint> b = {1,0,0,1};
79 | vector<tint> res;
80 | multiply(a,b,res);
81 | for (auto x : res)
82 |     cout << x << "□" ; // 1 0 0 2 0 0 1 0
83 | cout << endl;
84 | return 0;
85 | }
```

### 5.10. Regla de Simpson (Integracion Numerica)

```
1 | // f (x) una funcion definidia
2 | ldouble a, b; // extremos de integracion
3 | const int N = 1000*1000; // cantidad de nodos en la malla
4 | ldouble s = 0; // resultado de la integral
5 | ldouble h = (b - a) / N;
6 | forn(i,N)
7 | {
8 |     ldouble x = a + h * i;
9 |     s += f(x) * ((i==0 || i==N) ? 1 : ((i&1)==0) ? 2 : 4);
10 | }
11 | s *= h / 3; // es el resultado de integrar f en (a,b)
```



## 6. Geometria

### 6.1. Tipo PUNTO y Operaciones

```

1  const ldouble epsilon = 1e-10;
2  const ldouble pi = acos(-1);
3
4  struct Punto
5  {
6      ldouble x,y;
7      Punto (ldouble xx, ldouble yy)
8      {
9          x = xx;
10         y = yy;
11     }
12     Punto()
13     {
14         x = 0.0;
15         y = 0.0;
16     }
17 };
18 Punto operator + (Punto p1, Punto p2)
19 {
20     return Punto(p1.x+p2.x,p1.y+p2.y);
21 }
22 Punto operator - (Punto p1, Punto p2)
23 {
24     return Punto(p1.x-p2.x,p1.y-p2.y);
25 }
26 Punto operator * (ldouble lambda, Punto p)
27 {
28     return Punto(lambda*p.x, lambda*p.y);
29 }
30 ldouble operator * (Punto p1, Punto p2)
31 {
32     return p1.x*p2.x+p1.y*p2.y;
33 }
34 ldouble operator ^ (Punto p1, Punto p2)
35 {
36     return p1.x*p2.y - p1.y*p2.x;
37 }
38 Punto operator ~ (Punto p)
39 {
40     return Punto(-p.y,p.x);
41 }
42 ldouble norma (Punto p)

```

```

43 {
44     return sqrt(p.x*p.x+p.y*p.y);
45 }
46 bool operator < (Punto p1, Punto p2)
47 {
48     return make_pair(p1.x,p1.y) < make_pair(p2.x,p2.y);
49 }
50 bool operator == (Punto p1, Punto p2)
51 {
52     return ((abs(p1.x-p2.x) < epsilon) && (abs(p1.y-p2.y) < epsilon));
53 }

```

### 6.2. Area de Poligono

```

1  ldouble areaTriangulo (Punto p1, Punto p2, Punto p3)
2  {
3      return abs((p1-p3)^(p1-p2))/2.0;
4  }
5
6  ldouble areaPoligono(vector<Punto> &polygon)
7  {
8      ldouble area = 0.0;
9      tint n = polygon.size();
10     forn(i,n)
11         area += polygon[i]^polygon[(i+1)%n];
12     return abs(area)/2.0;
13 }

```

### 6.3. Punto en Poligono

```

1  bool adentroPoligono(vector<Punto> &polygon, Punto p) // polygon EN EL SENTIDO
   DE LAS AGUJAS
2  {
3      bool adentro = true;
4      tint n = polygon.size();
5      forn(i,n)
6          adentro &= (((p-polygon[i])^(p-polygon[(i+1)%n])) < 0);
7      return adentro;
8  }

```

### 6.4. Interseccion de Segmentos

```

1  struct Segmento
2  {
3      Punto start,end,dir;
4      Segmento (Punto ss, Punto ee)
5      {

```

```

6   start = ss;
7   end = ee;
8   dir = ee-ss;
9   }
10  };
11  // res.second == 0 -> NO HAY INTERSECCION
12  // res.second == 1 -> INTERSECAN EN UN PUNTO (que esta en res.first)
13  // res.second == 2 -> SON COLINEALES E INTERSECAN EN TODO UN SEGMENTO (Da un
    extremo, si queremos el otro, correr otra vez con "otroExtremo" = true)
14  pair<Punto,tint> interSeg (Segmento s1, Segmento s2, bool otroExtremo )
15  {
16      if ((abs(s1.dir ^ s2.dir)) < epsilon) // son colineales
17      {
18          vector<pair<Punto,tint> > aux = {{s1.start - epsilon*s1.dir,1},
19                                           {s1.end + epsilon*s1.dir,1},
20                                           {s2.start - epsilon*s2.dir,2},
21                                           {s2.end + epsilon*s2.dir,2}};
22          sort(aux.begin(),aux.end());
23          if (aux[0].second != aux[1].second)
24              return make_pair(aux[1+otroExtremo].first,2);
25          else
26              return make_pair(Punto(),0);
27      }
28      else
29      {
30          ldouble alfa = ((s2.start-s1.start)^s2.dir) / (s1.dir^s2.dir);
31          if (0 <= alfa && alfa <= 1)
32              return make_pair(s1.start+alfa*s1.dir,1);
33          else
34              return make_pair(Punto(),0);
35      }
36  }

```

## 6.5. Angulo Entre Puntos y Distancia entre Segmentos

```

1  ldouble angEntre (Punto p1, Punto p2, Punto p3) // P1^P2P3
2  {
3      ldouble a = norma(p2-p3);
4      ldouble b = norma(p1-p3);
5      ldouble c = norma(p2-p1);
6      return acos((a*a+c*c-b*b)/(2*a*c));
7  }
8
9  ldouble dPuntoSeg (Punto p, Segmento s)
10 {
11     if (angEntre(p,s.start,s.end) > pi/2 or angEntre(p,s.end,s.start) > pi/2)
12         return min(norma(p-s.start),norma(p-s.end));

```

```

13     else
14         return abs( ((s.start-p)^(s.end-p)) / (norma(s.dir)) );
15 }
16
17 ldouble dEntreSeg(Segmento s1, Segmento s2)
18 {
19     ldouble a = min(dPuntoSeg(s1.start,s2),dPuntoSeg(s1.end,s2));
20     ldouble b = min(dPuntoSeg(s2.start,s1),dPuntoSeg(s2.end,s1));
21     return (interSeg(s1,s2,false).second == 0) * min(a,b);
22 }

```

## 6.6. Convex-Hull (2D)

```

1  tint norma2Sqr (Punto p)
2  {
3      return p*p;
4  }
5
6  tint areaTriangulo (Punto p1, Punto p2, Punto p3) // Doble, negativo si horario
7  {
8      return (p1-p3)^(p1-p2);
9  }
10 bool porX (Punto p1, Punto p2)
11 {
12     return make_pair(p1.x,p1.y) < make_pair(p2.x,p2.y);
13 }
14
15 Punto r;
16 bool operator < (Punto p1, Punto p2)
17 {
18     if (areaTriangulo(r,p1,p2) == 0)
19         return norma2Sqr(p1-r) < norma2Sqr(p2-r);
20     else
21         return areaTriangulo(r,p1,p2) > 0;
22 }
23
24 vector<Punto> hull(vector<Punto> &l)
25 {
26     vector<Punto> res = l;
27     if (l.size() < 3)
28         return res;
29     r = *(min_element(res.begin(), res.end(), porX));
30     sort(res.begin(), res.end());
31     vector<Punto> ch = {res[0],res[1]};
32     tint i = 2, k = res.size();
33     while(i < k)
34         if (ch.size() >= 2 && areaTriangulo(ch[ch.size()-2],ch[ch.size()-1],res[i])

```

```
        <0) // poner <= para capturar alineados
35     ch.pop_back();
36     else
37         ch.push_back(res[i++]);
38     return ch;
39 }
```

## 7. Varios

### 7.1. Operaciones de bits

```

1  __builtin_clz(x) // the number of zeros at the beginning of the number
2  __builtin_ctz(x) // the number of zeros at the end of the number
3  __builtin_popcount(x) // the number of ones in the number
4  __builtin_parity(x) // the parity (even or odd) of the number of ones
5
6  // Iterar sobre el subconjunto de la mascara "x"
7  int b = 0;
8  do
9  {
10     // process subset b
11 } while (b=(b-x)&x);

```

### 7.2. Longest Increasing Subsequence (LIS)

```

1 tint LIS(vector<tint> &v) {
2     if (v.empty()) return 0;
3
4     tint l = 0; // ultimo lugar de tails hasta ahora
5     vi tails(v.size(), 0); // candidatos de final de sub secuencias
6     tails[l] = v[0];
7
8     forsn(i,1,v.size()) {
9         // con upper_bound es no-decreciente
10        tint me = lower_bound(tails.begin(),tails.begin()+l+1, v[i])-tails.begin();
11        tails[me] = v[i];
12        if (me > l) l = me;
13    }
14    return l + 1;
15 }

```

### 7.3. Maximum Subarray Sum

```

1 tint maximumSum (vector<tint> &a) // a no vacio
2 {
3     tint maxTotal = a[0], maxAca = a[0], n = a.size();
4     forsn(i,1,n)
5     {
6         maxAca = max(a[i],maxAca + a[i]);
7         maxTotal = max(maxTotal,maxAca);
8     }
9     return maxTotal;
10 }

```

### 7.4. Rotar 90° una matriz (sentido horario)

```

1 void rotar (vector<string> &origi)
2 {
3     tint n = origi.size();
4     string aux (n,'x');
5     vector<string> rotado (n,aux);
6     forn(i,n)
7     forn(j,n)
8         rotado[j][n-i-1] = origi[i][j];
9     origi = rotado;
10 }

```

### 7.5. Random + Imprimir Doubles + Leading Zeroes

```

1 #include <iostream>
2 #include <random>
3 #include <iomanip>
4
5 using namespace std;
6
7 random_device rd;
8 mt19937 gen(rd());
9 uniform_int_distribution<int> dis1(1, 10000);
10 uniform_real_distribution<long double> dis2(1, 10000);
11
12 int main()
13 {
14     cout << dis1(gen) << "\n";
15     cout << fixed << showpoint << setprecision(16) << dis2(gen) << "\n";
16     cout << setfill('0') << setw(10) << 12345 << "\n"; // 0000012345
17
18     return 0;
19 }

```

### 7.6. Sliding Window RMQ

```

1 void agrandarVentana (tint &r, deque<pair<tint,tint> > &rmq, vector<tint> &v)
2 {
3     while (!rmq.empty() && rmq.back().first >= v[r])
4         rmq.pop_back();
5     rmq.push_back({v[r],r});
6     r++;
7
8 }
9
10 void achicarVentana (tint &l, deque<pair<tint,tint> > &rmq)

```

```

11 {
12     if (l == rmq.front().second)
13         rmq.pop_front();
14     l++;
15 }
16
17 pair<tint,tint> minimoVentana (deque<pair<tint,tint> > &rmq)
18 {
19     return rmq.front();
20 }
21 // USO: En todo momento tenemos el minimo entre [l,r)
22 int main()
23 {
24     deque<pair<tint,tint> > rmq; // {numero,indice}
25     tint l = 0, r = 0; // l . r
26     vector<tint> v = {1,2,3,4,3,2,2,3,4};
27     agrandarVentana(r,rmq,v);
28     agrandarVentana(r,rmq,v);
29     agrandarVentana(r,rmq,v);
30     agrandarVentana(r,rmq,v);
31     agrandarVentana(r,rmq,v);
32     achicarVentana(l,rmq);
33     achicarVentana(l,rmq);
34     cout << minimoVentana(rmq).first << endl; // {3,4}
35     return 0;
36 }

```

## 7.7. Ternary Search

```

1 // Ternary en ENTEROS
2 tint miniTernarySearch (tint a, tint b) // En [a,b] esta el minimo
3 {
4     tint l = a, r = b;
5     while (abs(r - l) > 5)
6     {
7         tint al = (2*l + r)/3;
8         tint br = (l + 2*r)/3;
9         if (f(al) > f(br)) // cambiar a "<" para maximo
10             l = al;
11         else
12             r = br;
13     }
14     tint ans = 1e16;
15     forsn(k,l,r+1)
16         ans = min(ans,f(k)); // cambiar por "max" para maximo
17     return ans;
18 }

```

```

19 //Ternary en FLOATING POINT
20 ldouble miniTernarySearch (ldouble tL, ldouble tR) // En [tL, tR] esta el minimo
21 {
22     while (abs(tR - tL) > epsilon)
23     {
24         ldouble tLThird = (2.0*tL + tR)/3.0;
25         ldouble tRThird = (tL + 2.0*tR)/3.0;
26         if (f(tLeftThird) > f(tRightThird)) // cambiar a "<" para maximo
27             tLeft = tLeftThird;
28         else
29             tRight = tRightThird;
30     }
31     return f((tLeft+tRight)/2.0);
32 }

```