Ir	ndice		5.8. FFT	
1.	Estructuras 1.1. Fenwick Tree 1.2. Trie 1.3. Segment Tree 1.4. Order Statistic Tree (GCC)	2 2 2 2 3	6. Geometria 14 6.1. Tipo PUNTO y Operaciones 14 6.2. Area de Poligono 14 6.3. Punto en Poligono 14 6.4. Interseccion de Segmentos 14	ersidad de E
	Grafos 2.1. Dijsktra 2.2. TopoSort y Kosaraju 2.3. 2-SAT (Jonaz) 2.4. Puentes, Puntos de Articulacion y Biconexas (Jonaz) 2.5. SPFA 2.6. Ciclo Hamiltoniano Minimo 2.7. Dinic (aguanta multiejes y autoejes) 2.8. Flujo de Costo Mínimo Arboles 3.1. Union-Find (Guty) 3.2. Union-Find (Jonaz) 3.3. Kruskal (usa UF de Jonaz) 3.4. LCA - Segment Tree (Jonaz) 3.5. Binary Lifting (saltitos potencia de 2)	4 4 4 4 4 5 5 6 7 7 7 7 7 7 7 7	6.5. Angulo Entre Puntos y Distancia entre Segmentos 15 6.6. Convex-Hull (2D) (Jonaz) 15 6.7. Sweep Line Facil (Interseccion de Segmentos/Closest Pair) 15 6.8. Sweep Line Dificil (Union de Rectángulos) 15 6.9. Radial Sweep 15 6.10. Minimum Bounding Circle 15 7. Varios 16 7.1. Operaciones de bits 16 7.2. Longest Incresing Subsequence (LIS) 16 7.3. Maximum Subarray Sum 16 7.4. Rotar 90° una matriz (sentido horario) 16 7.5. Random + Imprimir Doubles + Leading Zeroes 16 7.6. Slding Window RMQ 16 7.7. Ternary Search 17	Aires - FCEN - BC
4.	Strings	9	BGL-UBA - Reference	
	4.1. ToString/ToNumber 4.2. Tablita de Bordes (Jonaz)	9 9 9 9 9 9 10 10		
5.	Matematica 5.1. PotLog	11 11 11 11 11	L CS C - L CL -	Page 1 of 17

Cosas a tener en cuenta

Flags de Compilación

```
g++ -std=c++11 -DACMTUYO -O2 -Wshadow -Wextra -D_GLIBCXX_DEBUG -Wall -c "\mathcal{t}"
g++ -std=c++11 -DACMTUYO -O2 -Wshadow -Wall -Wextra -D_GLIBCXX_DEBUG -o"\mathcal{t}" "\mathcal{t}"
time "./\mathcal{t}e"
```

1. Estructuras

1.1. Fenwick Tree

```
// TRABAJAR CON UN VECTOR INDEXADO EN 1 EN "fenwick" (DE TAMANO N+1)
   void add (tint k, tint x, vector<tint> &fenwick) { // Suma x al indice k
     tint n = fenwick.size() -1;
     while (k \le n) {
      fenwick[k] += x;
       k += (k \& -k);
     }
    // Devuelve la suma en el rango [1..k] (inclusive)
   tint sum (tint k, vector<tint> &fenwick) {
     tint s = 0;
11
     while (k \ge 1) {
12
       s += fenwick[k];
13
       k = (k \& -k);
15
     return s;
16
17 }
```

1.2. Trie

```
const int MAXN = 60000;

struct TrieNode {
   map<char, int> sig;
   bool final = false;
   void reset() { sig.clear(); final = false; }
};

TrieNode trie[MAXN];
int trie_n = 1;

void resetTrie() {
   trie_n = 1;
   trie[0].reset();
```

```
15 }
16
   void insertar(string st) {
     int pos = 0;
18
     for(int i=0; i<(int)st.size(); i++) {</pre>
19
        if (trie[pos].sig.find(st[i]) == trie[pos].sig.end()) {
20
         trie[pos].sig[st[i]] = trie_n;
21
         trie[trie n].reset():
23
         trie_n++;
24
       pos = trie[pos].sig[st[i]];
26
     trie[pos].final = true;
27
28
   bool buscar(string st) {
     int pos = 0;
     for(int i=0; i<(int)st.size(); i++) {</pre>
       if (trie[pos].sig.find(st[i]) == trie[pos].sig.end())
         return false;
34
       pos = trie[pos].sig[st[i]];
36
     return (trie[pos].final == true);
37
38 }
1.3. Segment Tree
1 // Nodo del segment tree
```

```
2 | struct Nodo {
     tint x;
     Nodo (tint xx) { x = xx; }
   // Operacion del segment tree : tiene que ser ASOCIATIVA
  Nodo op (Nodo n1, Nodo n2) {
     return Nodo(n1.x+n2.x);
vector<Nodo> buildSegTree (vector<Nodo> &v ) {
     // Completa el tamanho
     tint k = 4, n = v.size();
     while (k < 2*n)
      k <<= 1;
14
     // Rellena las hojas
     vector<Nodo> seg (k, Nodo(0));
     forn(i,n)
       seg[(k >> 1)+i] = v[i];
     // Completa los padres
19
     while (k > 0) {
```

BGL-UBA - Página 3 de 17

```
Universidad de Buenos Aires - FCEN – BGL
```

```
Page 3 of 1
```

```
seg[(k-1) >> 1] = op(seg[k-1], seg[k-2]);
21
        k = 2;
22
23
     return seg;
24
25
    // i es el indice de [0,n) en el arreglo original
26
    // Nodo es lo que queremos poner ahora como hoja
    void update(tint i, Nodo nodo,vector<Nodo> &seg) {
28
     tint k = seg.size()/2 + i;
29
     seg[k] = nodo;
30
      while (k > 0) {
31
        seg[k >> 1] = op(seg[k], seg[k^1]);
32
        k >>= 1;
33
     }
34
35
    Nodo queryAux(tint k, tint 1, tint r, tint i, tint j, vector<Nodo> &seg) {
36
     if (i <= 1 && r <= j)</pre>
37
       return seg[k];
38
     if (r \le i or 1 \ge j)
39
       return Nodo(0); // Aca va el NEUTRO de la funcion "op"
40
     Nodo a = queryAux(2*k,1,(1+r) >> 1,i,j,seg);
41
     Nodo b = queryAux(2*k+1,(1+r) >> 1,r,i,j,seg);
42
      return op(a,b);
43
44
    // i,j son los indices del arreglo del que se hace la query
45
    // la query se hace en [i,j)
46
    Nodo query(tint i, tint j, vector<Nodo> &seg) {
47
     return queryAux(1,0,seg.size() >> 1,i,j,seg);
48
49
    // USO:
50
    int main() {
51
     tint n = 15:
     vector<Nodo> v (n, Nodo(0));
53
     forn(i,n)
54
        v[i] = Nodo((3*(i+1)) \% 7 - 9*(i-4) \%13);
55
     vector<Nodo> seg = buildSegTree(v);
56
      forn(i.n)
57
        cout << v[i].x << ""; // 13 7 7 14 1 -5 -5 2 -4 -4 3 -10 -3 -3 -9
58
59
      cout << query(3,11,seg).x << "\n"; // Devuelve 2</pre>
60
     update(6,Nodo(0),seg);
61
     cout << query(3,11,seg).x << "\n"; // Devuelve 7
62
     return 0;
63
64
```

Order Statistic Tree (GCC)

```
using namespace std;
   using namespace __gnu_pbds;
    typedef tree<int, null_type, less<int>, rb_tree_tag,
    tree_order_statistics_node_update> ordered_set;
    int main() {
10
      ordered set X:
      X.insert(1); X.insert(2); X.insert(4); X.insert(8); X.insert(16);
12
13
      // find_by_order(i): iterador al lugar donde se encuentra el i-esimo
14
      cout << *X.find_by_order(1) << endl; // 2</pre>
15
      cout << *X.find_by_order(2) << endl; // 4</pre>
16
      cout << *X.find_by_order(4) << endl; // 16</pre>
17
      cout << (X.end() == X.find_by_order(6)) << endl; // true</pre>
18
19
      // order_of_key(x): orden donde iria el elemento x
20
      cout << X.order_of_key(-5) << endl; // 0</pre>
      cout << X.order_of_key(1) << endl; // 0</pre>
22
      cout << X.order_of_key(3) << endl; // 2</pre>
      cout << X.order_of_key(4) << endl; // 2</pre>
24
      cout << X.order_of_key(400) << endl; // 5</pre>
25
      return 0:
26
27 }
```

#include <iostream>

#include <ext/pb_ds/assoc_container.hpp>

BGL-UBA - Página 4 de 17

2. Grafos

2.1. Dijsktra

```
const tint INFINITO = 1e15;
    // parent : Inicializar (n,{}) : Guarda donde se realiza la minima distancia
    // ladj : Por cada vertice, un par {indice,peso}
    void dijkstra (tint comienzo, vector<vector<pair<tint,tint> > &ladj,
   vector<tint> &distance, vector<vector<tint> > &parent) {
     priority_queue <pair<tint, tint> > q; // {-peso,indice}
     tint n = distance.size();
     forn(i.n)
10
       distance[i] = (i != comienzo)*INFINITO;
11
     vector<tint> procesado (n,0);
12
     q.push({0,comienzo});
13
     while (!q.empty()) {
14
       tint actual = q.top().second;
15
        q.pop();
16
        if (!procesado[actual]) {
17
          procesado[actual] = 1;
18
          for (auto vecino : ladj[actual]) {
19
            if (distance[actual] + vecino.second < distance[vecino.first]) {</pre>
20
              distance[vecino.first] = distance[actual] + vecino.second;
21
              q.push({-distance[vecino.first], vecino.first});
22
              parent[vecino.first] = {actual};
23
           }
24
            else if (distance[actual] + vecino.second == distance[vecino.first])
25
              parent[vecino.first].push_back(actual);
26
         }
27
       }
28
29
30
      En distance quedan las minimas distancias desde comienzo
```

2.2. TopoSort y Kosaraju

```
typedef vector<tint> vi;
void dfsTopo(vector<vi> &g, tint s, vi &vis, vi &ord, vi &comp) {
  vis[s] = true;
  for(auto ad : g[s]) if (!vis[ad]) dfsTopo(g, ad, vis, ord, comp);
  ord.push_back(s);
  comp.push_back(s);
}
vi topoSort(vector<vi> &g) { // Devuelve el orden topologico
  int N = g.size();
```

```
vi vis, ord, aux;
     vis.assign(N, 0);
11
     forn(i,N) if (!vis[i]) dfsTopo(g, i, vis, ord, aux);
     reverse(ord.begin(), ord.end());
13
     return ord:
14
15
    // Devuelve las componentes en orden topologico
16
    vector<vi> kosaraju(vector<vi> &graf) {
     vi ord = topoSort(graf);
18
     // Invertimos el grafo
19
     tint N = graf.size();
20
     vector<vi> grafInv(N, vi());
21
     forn(i,N) for(auto j : graf[i]) grafInv[j].push_back(i);
22
23
     vi vis(N, false), aux;
     vector<vi> comps;
25
     for (auto o : ord)
     if (!vis[o]) {
27
       vi comp; dfsTopo(grafInv, o, vis, aux, comp);
        comps.push_back(comp);
29
     }
30
     return comps;
31
32 }
```

2.3. 2-SAT (Jonaz)

2.4. Puentes, Puntos de Articulación y Biconexas (Jonaz)

2.5. SPFA

```
const tint maxN = 16384; // cantidad de nodos
2 | const tint INFINITO = 1e15; // suma de modulos de las aristas o algo asi
   tint best[maxN];
   bool adentro[maxN]:
   // ladj : {indice,peso}
   void spfa (tint start, vector<vector<pair<tint, tint> > &ladj) {
     tint n = ladj.size();
     forn(i,n)
9
       best[i] = (i != start)*INFINITO;
     vector<tint> vecinos = {start}, nuevosVecinos;
11
     while (!vecinos.empty()) {
12
       tint actual = vecinos.back();
13
       vecinos.pop_back();
14
       adentro[actual] = false;
15
```

start = ss;

end = ee;

```
Page 5
```

```
for (auto vecino : ladj[actual]) {
16
          if (best[actual] + vecino.second < best[vecino.first]) {</pre>
17
            best[vecino.first] = best[actual] + vecino.second:
18
            if (!adentro[vecino.first]) {
19
              nuevosVecinos.push_back(vecino.first);
20
              adentro[vecino.first] = 1;
21
22
         }
23
24
        if (vecinos.empty())
25
          vecinos.swap(nuevosVecinos);
26
27
28
        Ciclo Hamiltoniano Minimo
    const tint INFINITO = 1e15;
    tint minimumHamiltonianCycle (vector<vector<tint> > &d) {
     tint r = d.size(), minHam = INFINITO;
     if (r > 1) {
        vector<vector<tint> > dp ((1 << r), vector<tint> (r,INFINITO));
        dp[1][0] = 0;
        for(tint mask = 1; mask < (1 << r); mask += 2)</pre>
        forn(i,r)
         if ((i > 0) && (mask & (1 << i)) && (mask & 1))
10
            forn(j,r)
11
              if ((i != j) && (mask & (1 << j)))</pre>
12
                dp[mask][i] = min(dp[mask][i],dp[mask ^ (1 << i)][j] + d[j][i]);
13
14
        forsn(i.1.r)
15
          minHam = min(minHam,dp[(1 << r) - 1][i] + d[i][0]);
16
     }
17
     else
18
        minHam = d[0][0];
19
     return minHam;
20
21
        Dinic (aguanta multiejes y autoejes)
    const tint maxN = 512;
    const tint INFINITO = 1e15;
   struct Arista {
     tint start, end, capacity, flow;
     Arista (tint ss, tint ee, tint cc, tint ff) {
```

```
capacity = cc;
       flow = ff;
10
   };
11
12
   vector<Arista> red; // Red residual
   vector<tint> ladj [maxN]; // (guarda vecinos como indices en red)
15
   tint n, s, t; // #Nodos, source, sink
   tint ultimoVecino [maxN]; // ultimo vecino visitado en dfs
   tint nivel [maxN]; // Nivel del bfs
19
   void agregarArista (tint ss, tint ee, tint c) {
20
     ladj[ss].push_back( tint (red.size())); // guardamos el indice
21
     red.push_back(Arista(ss,ee,c,0));
     ladj[ee].push_back( tint (red.size()));
     red.push_back(Arista(ee,ss,c,0));
25
26
   bool bfs () {
27
28
     forn(i,n+1)
       nivel[i] = -1;
29
     vector<tint> vecinos = {s}, nuevosVecinos;
     nivel[s] = 0:
31
     while (!vecinos.empty() && nivel[t] == -1) {
32
        tint actual = vecinos.back();
33
       vecinos.pop_back();
34
       for (auto iArista : ladj[actual]) {
35
          tint vecino = red[iArista].end;
36
         // Si bajo en uno el nivel y puedo mandar flujo en la red residual
37
          if (nivel[vecino] == -1 && red[iArista].flow < red[iArista].capacity) {</pre>
38
           nivel[vecino] = nivel[actual] + 1:
39
           nuevosVecinos.push_back(vecino);
40
41
42
       if (vecinos.empty()) {
          swap(vecinos,nuevosVecinos);
44
         nuevosVecinos = {};
45
46
47
     return (nivel[t] != -1);
48
49
50
   tint dfs (tint actual, tint flujo) {
     if (flujo <= 0)</pre>
52
       return 0;
53
```

2~ GRAFOS $\,$

```
else if (actual == t)
54
       return flujo;
55
     else {
56
        while (ultimoVecino[actual] < tint(ladj[actual].size())) {</pre>
57
          tint id = ladj[actual][ultimoVecino[actual]];
58
          if (nivel[red[id].end] == nivel[actual] + 1) {
59
            tint pushed = dfs(red[id].end,min(flujo,red[id].capacity-red[id].flow));
60
            if (pushed > 0) {
61
              red[id].flow += pushed;
62
              red[id^1].flow -= pushed;
63
              return pushed;
64
65
         }
66
         ultimoVecino[actual]++;
67
68
       return 0;
69
70
71
72
    tint dinic () {
73
     tint flujo = 0;
74
     while (bfs()) {
75
       forn(i,n+1)
76
         ultimoVecino[i] = 0;
77
       tint pushed = dfs(s,INFINITO);
78
79
        while (pushed > 0) {
80
         flujo += pushed;
81
         pushed = dfs(s,INFINITO);
82
83
84
     return flujo;
85
86 }
```

2.8. Flujo de Costo Mínimo

e Buenos Aires - FCEN - BGL

Page 6 of

Arboles

Union-Find (Guty)

```
const tint maxN = 131072;
    vector<tint> caminito:
    tint representante[maxN];
    tint tamanho[maxN]:
    void inicializar (tint n) {
     forn(i,n) {
        representante[i] = i;
        tamanho[i] = 1;
10
11
12
    tint find (tint x) {
13
      caminito = {};
14
      while (x != representante[x]) {
15
        caminito.push_back(x);
16
        x = representante[x];
17
18
      for (auto z : caminito)
19
        representante[z] = x;
20
      return x;
21
22
23
    bool same (tint a, tint b) { return (find(a) == find(b)); }
24
25
    void unite (tint a, tint b) {
26
     a = find(a);
27
     b = find(b):
28
     if (tamanho[a] < tamanho[b])</pre>
^{29}
        swap(a,b);
30
     tamanho[a] += tamanho[b];
31
     representante[b] = a;
32
33
```

Union-Find (Jonaz)

```
class UF {
private: vector<int> p, rank; int comps;
public:
 UF(int N) {
   rank.assign(N, 0); comps = N;
   p.assign(N, 0); forn(i,N) p[i] = i;
```

```
int findSet(int i) { return (p[i] == i) ? i : (p[i] = findSet(p[i])); }
      bool sameSet(int i, int j) { return findSet(i) == findSet(j); }
      void unionSet(int i, int j) {
10
       if (!sameSet(i,j)) {
11
         int x = findSet(i), y = findSet(j);
12
         if (rank[x] > rank[y]) p[y] = x;
13
          else {
14
           p[x] = y;
15
           if (rank[x] == rank[y]) rank[y]++;
16
17
18
         comps--;
19
20
     int components() { return comps; }
22 | };
3.3. Kruskal (usa UF de Jonaz)
   struct Arista {
     tint peso, start, end;
     Arista(tint s, tint e, tint p) : peso(p), start(s), end(e) {}
     bool operator (const Arista& o) const {
       return make_tuple(peso, start, end) < make_tuple(o.peso, o.start, o.end);</pre>
   }};
   // Devuelve el peso del AGM, y en 'agm' deja las aristas del mismo.
   tint kruskal(vector<Arista> &ars, tint size, vector<Arista> &agm) {
     sort(ars.begin(), ars.end());
     tint min_peso = 0;
10
     UF uf(size):
11
     for(auto &a : ars) {
12
       if (!uf.sameSet(a.start, a.end)) {
13
         min peso += a.peso:
14
         uf.unionSet(a.start, a.end);
15
         agm.push_back(a);
17
         if ((tint)agm.size() == size-1) break; // Esto es que ya tiene V-1 aristas
     }}
18
19
     return min_peso;
20 }
```

3.4. LCA - Segment Tree (Jonaz)

Binary Lifting (saltitos potencia de 2)

```
const tint maxN = 32768; // cantidad de nodos
  const tint maxK = 16; // lg(cantidadDeNodos)
3 const tint NEUTRO = 1e8; // neutro de la operacion (ejemplo: minimo)
```

BGL-UBA - Página 8 de 17

```
Universidad de Buenos Aires - FCEN -
```

```
Page 8
```

```
tint d[maxN]; // profundidad
   pair<tint, tint> p[maxN] [maxK];
    // {ancestro a distancia 2^k, Lo que queremos entre los 2^k ancestros}
    void dfs(tint actual, vector<vector<pair<tint,tint> > &ladj, tint padre) {
     d[actual] = d[padre]+1;
10
     for (auto x : ladj[actual])
11
        if (x.first != padre) {
12
         p[x.first][0] = {actual,x.second};
13
         dfs(x.first,ladj,actual);
14
15
16
17
    tint subir(tint a, tint c, tint &ans, bool tomaMinimo) {
18
     tint k = 0:
19
     while (c > 0) {
20
       if (c %2) {
^{21}
          if (tomaMinimo)
22
            ans = min(ans,p[a][k].second);
23
          a = p[a][k].first;
24
25
       k++;
26
       c /= 2;
27
28
29
     return a;
30
31
    tint answer (tint a, tint b) {
32
     // IGUALAMOS LAS ALTURAS
33
     if (d[a] < d[b])
34
        swap(a,b);
35
     tint w = d[a] - d[b], ans = NEUTRO;
36
     a = subir(a,w,ans,true);
37
38
     // HACEMOS LA BINARY PARA BUSCAR EL LCA
39
      tint cInf = 0, cSup = maxN;
40
     while (cSup - cInf > 1) {
41
        tint ra = a, rb = b;
42
        tint c = (cSup+cInf)/2;
43
        ra = subir(ra,c,ans,false);
44
        rb = subir(rb,c,ans,false);
45
        if (ra == rb)
46
          cSup = c;
47
        else
48
          cInf = c;
49
```

```
}
50
     // SUBIMOS LO QUE HAGA FALTA PARA LLEGAR AL LCA
51
     cSup *= (a != b);
52
     a = subir(a,cSup,ans,true);
53
     b = subir(b,cSup,ans,true);
54
55
     return ans;
56
57
    // INICIALIZACION
58
   int main() {
     forn(i.maxN)
     forn(k,maxK)
61
       p[i][k] = \{-1, NEUTRO\};
62
     // HACEMOS EL PRIMER PASO EN FUNCION DEL GRAFO
63
     vector<vector<pair<tint, tint> > ladj (maxN); // listaDeAdyacencia del arbol
     d[0] = -1;
65
     dfs(0,ladj,0);
66
     // LLENADO DE LA TABLA
     forsn(k,1,maxK)
     forn(i,maxN) {
69
       tint ancestro = p[i][k-1].first;
71
       if (ancestro >= 0)
         p[i][k] = {p[ancestro][k-1].first,
72
                     min(p[i][k-1].second,p[ancestro][k-1].second) };
73
    }
74
75 }
```

BGL-UBA - Página 9 de 17

Strings

ToString/ToNumber

```
#include <iostream>
   #include <string>
   #include <sstream>
    tint toNumber (string s)
     tint Number;
     if ( ! (istringstream(s) >> Number) )
       Number = 0; // el string vacio lo manda al cero
     return Number;
10
11
12
   string toString (tint number)
13
14
        ostringstream ostr;
15
        ostr << number:
16
       return ostr.str();
17
18 }
```

- Tablita de Bordes (Jonaz)
- Knuth-Morris-Pratt (KMP) (Jonaz)
- Subsecuencia Comun mas larga (Guty o Jonaz)

Edit-Distance

```
// Minima distancia entre strings si lo que se puede es: INSERTAR, REMOVER,
         MODIFICAR, SWAPS ADYACENTES
   const tint maxN = 1024; // maximo largo de los strings
   const tint INFINITO = 1e15;
   string s1.s2:
   tint dist[maxN] [maxN];
    tint f(tint i, tint j)
     // Si un string es vacio, hay que borrar todo el otro
     if (i == -1 \text{ or } j == -1)
10
       return max(i,j)+1;
11
     if (dist[i][j] == INFINITO)
12
```

```
13
       tint mini = INFINITO;
14
         // Lo mejor de borrar el i-esimo de s1 o insertar al final de s1 a s2[j]
15
       mini = min(mini,min(f(i-1,j)+1,f(i,j-1)+1));
16
       if (s1[i] == s2[j]) // Si coinciden, dejo como esta y resuelvo lo anterior
17
         mini = min(mini,f(i-1,j-1));
18
       else // Modificar s1[i] a s2[j] y resolver lo anterior
19
         mini = min(mini,f(i-1,j-1)+1);
20
21
       // Borramos los intermedios y swapeamos los ultimos 2 si funciona, lo hago y
22
             resuelvo lo anterior
       forn(k,i)
23
       {
24
         if (i \ge 1 \&\& j \ge 1 \&\& s1[i] == s2[j-1] \&\& s1[i-k-1] == s2[j])
25
           mini = min(mini,f(i-k-2,j-2)+k+1);
26
27
       dist[i][j] = mini;
28
29
     return dist[i][j];
30
31
   // USO:
   int main()
33
34
     tint n = s1.size(), m = s2.size();
36
     forn(i,n)
     forn(j,m)
37
       dist[i][j] = INFINITO;
     cout << f(n-1,m-1) << "\n";
     return 0:
40
41 }
        Substring Palindromo (esPalindromo(s[i..j]))
1 // Asumo i < j
   bool esPalindromo (tint i, tint j, vector<vector<tint> > &r, tint n)
3
     if (i+j >= n)
       return (r[i+j][n-i] - r[i+j][n-j-1]) == j-i+1;
5
```

```
return (r[i+j][j+1] - r[i+j][i]) == j-i+1;
   1 }
8
   // USO:
10 | int main()
11 | {
        tint n = s.size(); // s nuestro string
       vector<vector<tint> > v (n, vector<tint> (n,0));
13
       forn(i,n)
14
```

4 STRINGS $\mathbf{BGL\text{-}UBA} - \mathrm{Página} \ 10 \ \mathrm{de} \ 17$

```
forn(j,n)
15
         v[i][j] = (s[i] == s[j]);
16
       vector<vector<tint> > r (2*n-1,vector<tint> (n+1,0));
17
18
       forn(i,2*n-1)
19
20
          tint sum = 0, x = min(i,n-1), y = 0;
^{21}
         if (i >= n)
22
           y = i-n+1;
23
         forn(j,n)
^{24}
25
           if (x >=0 && y < n)
26
             sum += v[x--][y++];
27
           r[i][j+1] = sum;
28
29
30
       // Ahora podemos preguntar si es palindromo s[i..j]
31
32 }
```

4.7. Suffix Array

4.8. Longest Common Prefix

BGL-UBA - Página 11 de 17

zersidad de Buenos Aires - FCEN – BGL

5. Matematica

5.1. PotLog

```
const tint nmod = 1000000007; // o el primo que deseamos
   tint potLogMod (tint x, tint y) // Calcula: (x^y) mod nmod
     tint ans = 1:
     while (y > 0)
       if (y %2)
         ans = (x * ans) % nmod;
       x = (x * x) % nmod;
       y /= 2;
10
11
     return ans;
12
13
   tint invMod(tint a) // nmod PRIMO. Devuelve b tal que: (a*b) = 1 (mod nmod)
15
     return potLogMod(a,nmod-2);
16
17 }
```

5.2. Criba

```
const tint maxN = 1000500;
   tint p[maxN + 1] = \{1, 1\};
   tint phi[maxN];
   map<tint,tint> factorizar (tint n)
     map<tint, tint> f;
     while (n > 1)
       f[p[n]]++;
10
       n \neq p[n];
11
12
     return f:
13
14
    // USO:
15
    int main()
16
17
     // CRIBA COMUN : (p[n] = mayor primo que divide a n (n >= 2))
18
     for (tint i = 1; i <= maxN; ++i)</pre>
19
       if (p[i] == 1)
20
          for (tint j = i; j \le maxN; j += i)
21
           //if (p[j] == 1 or i == 1) // Con esta linea da el menor primo
22
            p[j] = i;
23
```

```
// CALCULA PHI(N): #Coprimos con N
     for (tint i = 0; i < maxN; i++)
25
       phi[i] = i:
     for (tint i = 1; i < maxN; i++)</pre>
     for (tint j = 2 * i; j < maxN; j += i)
       phi[j] -= phi[i];
     return 0;
31 }
      Euclides Extendido (Guty)
1 | tint gcd (int a, int b, int & x, int & y)
     if ( a == 0 )
3
4
       x = 0 ; y = 1 ;
       return b ;
     tint x1, y1;
     tint d = gcd (b % a, a, x1, y1);
     x = y1 - (b/a) * x1;
     v = x1;
11
     return d;
13 }
15 // Nota si gcd(a,m) == 1 \Rightarrow 1 = a*x+m*y \Rightarrow 1 = a*x \pmod{m}
16 // O sea, que "x" es el inverso :-)
5.4. Eliminacion Gaussiana (Código ruso)
1 // Declarar EPS e INF al principio adecuadamente.
   tint gauss (vector < vector < double > > a, vector < double > & ans ) {
     tint n = a. size ( ) ;
     tint m = a[0].size() -1;
     vector<tint> where (m, -1);
     for ( tint col = 0, row = 0; col < m && row < n; ++col)
     {
7
       int sel = row ;
       for ( tint i = row ; i < n ; ++i)
         if ( abs (a[i][col]) > abs (a[sel][col]) )
           sel = i ;
11
       if ( abs(a[sel][col]) < EPS )</pre>
```

continue ;

where [col] = row;

for (tint i = col ; i <= m ; ++i)

swap (a[sel][i], a[row][i]);

for (tint i = 0 ; i < n ; ++i)

13

15

16

17

BGL-UBA - Página 12 de 17

 12

13

{

```
if ( i ! = row )
                                                                                                   ans = (ans + ans);
18
                                                                                            14
                                                                                                   if (ans >= m)
19
                                                                                           15
           ldouble c = a[i][col] / a[row][col] ;
                                                                                                     ans -= m:
                                                                                            16
20
           for ( tint j = col ; j \le m ; ++ j)
                                                                                           17
21
             a[i][j] -= a[row][j] * c;
                                                                                                   if ( (b >> currentBit) & 1)
                                                                                           18
22
         }
                                                                                           19
23
       ++row;
                                                                                                     ans += a;
                                                                                           20
24
                                                                                                     if (ans >= m)
25
                                                                                                        ans -= m;
                                                                                           22
26
     ans.assign(m, 0);
                                                                                           23
27
     for ( tint i = 0 ; i < m ; ++ i )
                                                                                           24
28
       if ( where[i] ! = - 1 )
                                                                                           25
                                                                                                 return ans;
29
         ans [i] = a[where[i]][m] / a [where[i]][i];
30
                                                                                           26
     for ( tint i = 0 ; i < n ; ++ i )
                                                                                           27
31
                                                                                               bool esPrimoRM (tint n)
32
       ldouble sum = 0;
                                                                                           29
33
       for ( tint j = 0; j < m; ++ j)
                                                                                                 if (n <= 1)
                                                                                           30
34
         sum + = ans[i]*a[i][j];
                                                                                           31
                                                                                                  return false;
35
       if ( abs(sum - a[i][m] ) > EPS )
                                                                                                 else if (n \le 3)
36
         return 0 ;
                                                                                                   return true:
                                                                                           33
37
     }
                                                                                                 else if (n \% 2 == 0)
38
                                                                                                  return false;
                                                                                           35
39
     for ( int i = 0 ; i < m ; ++ i )
                                                                                                 else
                                                                                           36
40
       if (where[i] == -1)
                                                                                                 {
                                                                                           37
41
         return INF ;
                                                                                                   uniform_int_distribution<tint> dis(2, n-2);
                                                                                           38
42
     return 1:
                                                                                                   tint kOrig = 0, m = n-1;
43
                                                                                           39
                                                                                                   while (m \% 2 == 0)
44
                                                                                           40
45
                                                                                           41
    // 0 -> No hay solucion
                                                                                                     kOrig++;
                                                                                           42
46
   // 1 -> Hay solucion unica. La devuelve en "ans"
                                                                                                     m /= 2;
                                                                                           43
   // INF -> Hay infinitas soluciones
                                                                                           44
                                                                                                   bool esPrimo = true:
                                                                                            45
     Rabin-Miller
                                                                                                   vector<tint> testigos = {2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37};
                                                                                            46
                                                                                                   for (auto a : testigos)
                                                                                           47
1 // USA: "PotLog", pero pasandole el modulo como parametro
                                                                                                   {
                                                                                           48
   #include <random>
                                                                                                     if (a < n)
                                                                                            49
   const tint semilla = 38532164:
                                                                                           50
   mt19937 gen(semilla);
                                                                                                       tint b = potLogMod(a,m,n), k = kOrig;
                                                                                           51
                                                                                                       if (b == 1 \text{ or } b == n-1)
                                                                                           52
    tint mult(tint a, tint b, tint m)
                                                                                                         continue:
                                                                                                       else
                                                                                           54
     int largestBit = 0;
                                                                                                       {
     while( (b >> largestBit) != 0)
                                                                                                         forn(j,k)
                                                                                           56
       largestBit++;
10
                                                                                           57
     tint ans = 0;
                                                                                                            b = mult(b,b,n):
                                                                                           58
11
     for(tint currentBit = largestBit - 1; currentBit >= 0; currentBit--)
                                                                                                            if (b == n-1)
                                                                                           59
```

5 MATEMATICA

y = (mult(y,y,n) + mult(a,y,n) + b) %n;

d = gcd(abs(x-y),n);

25

26

```
}
                  break:
                                                                                            27
60
                                                                                                      while (d == 1);
                else if (b == 1)
61
                                                                                            28
                                                                                                      if (d != n)
                                                                                            29
62
                  esPrimo = false;
                                                                                            30
63
                  break;
                                                                                                       factorizar(d,f);
                                                                                            31
64
                }
                                                                                                        n /= d;
                                                                                            32
65
              }
                                                                                            33
66
              if (b != n-1)
                                                                                            34
67
                                                                                            35
68
                esPrimo = false;
                                                                                                 }
                                                                                            36
69
                break:
                                                                                            37 }
70
71
                                                                                            5.7. FFT
72
73
                                                                                            1 // USA : "PotLog" e "InvMod" con nmod = mod
74
                                                                                            2 | const tint mod = (1 << 21)*11 + 1; // es re primo
       return esPrimo:
75
                                                                                            3 | const tint root = 38;
76
                                                                                            4 | const tint root_1 = 21247462;
77
                                                                                               const tint root_pw = 1 << 21 ; // largo del arreglo</pre>
       Pollard-Rho
                                                                                            6
                                                                                                * const tint mod = 7340033;
    // USA: Rabin-Miller
                                                                                                * const tint root = 5;
    tint gcd (tint a, tint b)
                                                                                                * const tint root_1 = 4404020 ;
                                                                                                 * const tint root_pw = 1 << 20 ;
3
     if (a == 0)
                                                                                            11
       return b:
                                                                                            12
     return gcd (b % a, a);
                                                                                               tint modulo (tint n)
                                                                                            13
                                                                                            14
                                                                                                  return ((n % mod) + mod) % mod;
    void factorizar (tint n, map<tint, tint> &f)
                                                                                            16
9
     while (n > 1)
                                                                                               void fft (vector <tint> &a, bool invert )
                                                                                            17
10
                                                                                            18
11
       if (esPrimoRM(n))
                                                                                                  tint n = a. size();
                                                                                            19
^{12}
       {
                                                                                                  for (tint i = 1, j = 0; i < n; ++ i)
13
         f[n]++;
                                                                                            21
14
         n /= n;
                                                                                            22
                                                                                                    tint bit = n >> 1;
15
                                                                                                    while(j >= bit)
       }
                                                                                            23
16
        else
17
                                                                                            25
                                                                                                     j -= bit ;
18
         uniform_int_distribution<tint> dis(1, n-1);
                                                                                                     bit >>= 1;
19
          tint a = dis(gen), b = dis(gen), x = 2, y = 2, d;
20
                                                                                            27
          do
                                                                                                    j += bit ;
21
                                                                                                    if ( i < j )
                                                                                            29
^{22}
           x = (mult(x,x,n) + mult(a,x,n) + b) %n;
                                                                                                      swap (a[i],a[j]);
23
                                                                                            30
           y = (mult(y,y,n) + mult(a,y,n) + b) %n;
                                                                                            31
24
```

32

33

for (tint len = 2; len <= n; len <<= 1)

5 MATEMATICA

```
sidad de Buenos Aires - FCEN – BGL
```

```
Page 14 of
```

```
tint wlen = root;
34
        if (invert)
35
          wlen = root_1;
36
        for (tint i = len ; i < root_pw ; i <<= 1)</pre>
37
          wlen = modulo(wlen * wlen);
38
        for (tint i = 0 ; i < n ; i += len)
39
40
          tint w = 1;
41
          forn(j,len/2)
42
43
            tint u = a[i+j], v = modulo(a[i+j+len/2] * w);
44
            a[i+j] = modulo(u+v);
45
            a[i+j + len/2] = modulo(u - v);
46
            w = modulo(w * wlen);
47
48
49
     }
50
51
     if (invert)
52
53
        tint nrev = invMod(n);
54
        forn(i,n)
55
          a[i] = modulo(a[i] * nrev) ;
56
57
58
59
    void multiply (const vector<tint> &a, const vector<tint> &b, vector<tint> &res)
60
61
     vector<tint> fa(a.begin(), a.end() ), fb(b.begin(), b.end() );
62
     tint n = 1;
63
     while (n < max(tint(a.size()), tint(b.size())))</pre>
64
       n <<= 1:
65
     n <<= 1;
66
     fa.resize(n), fb.resize(n);
67
     fft (fa, false) , fft(fb, false);
68
     forn(i,n)
69
       fa[i] *= fb[i];
70
     fft(fa, true);
71
     res = fa:
72
73
    // USO:
74
    int main()
75
76
     vector< tint > a = \{1,0,0,1\};
77
     vector< tint > b = \{1,0,0,1\};
78
     vector<tint> res;
79
```

```
| so | multiply(a,b,res);
| s1 | for (auto x : res)
| s2 | cout << x << "" ; // 1 0 0 2 0 0 1 0
| s3 | cout << endl;
| s4 | return 0;
| s5 | }
```

5.8. Regla de Simpson (Integracion Numerica) (Guty)

versidad de Buenos Aires - FCEN – BGl

Page 15 of

6. Geometria

6.1. Tipo PUNTO y Operaciones

```
const ldouble epsilon = 1e-10;
    const ldouble pi = acos(-1);
   struct Punto
     ldouble x,y;
     Punto (ldouble xx, ldouble yy)
       x = xx;
10
       y = yy;
11
     Punto()
12
13
       x = 0.0;
14
       y = 0.0;
15
16
17
   Punto operator + (Punto p1, Punto p2)
18
19
     return Punto(p1.x+p2.x,p1.y+p2.y);
20
21
    Punto operator - (Punto p1, Punto p2)
22
23
     return Punto(p1.x-p2.x,p1.y-p2.y);
24
25
   Punto operator * (ldouble lambda, Punto p)
26
27
     return Punto(lambda*p.x, lambda*p.y);
28
29
   ldouble operator * (Punto p1, Punto p2)
30
31
     return p1.x*p2.x+p1.y*p2.y;
32
33
   ldouble operator ^ (Punto p1, Punto p2)
34
35
     return p1.x*p2.y - p1.y*p2.x;
36
37
   Punto operator ~ (Punto p)
38
39
     return Punto(-p.y,p.x);
40
41
42 | ldouble norma (Punto p)
```

```
43 | {
     return sqrt(p.x*p.x+p.y*p.y);
44
45
   bool operator < (Punto p1, Punto p2)</pre>
46
47
     return make_pair(p1.x,p1.y) < make_pair(p2.x,p2.y);</pre>
48
   bool operator == (Punto p1, Punto p2)
51
     return ((abs(p1.x-p2.x) < epsilon) && (abs(p1.y-p2.y) < epsilon));
52
53 | }
      Area de Poligono
ldouble areaTriangulo (Punto p1, Punto p2, Punto p3)
2
     return abs((p1-p3)^(p1-p2))/2.0;
3
4
   ldouble areaPoligono(vector<Punto> &polygon)
     ldouble area = 0.0;
     tint n = polygon.size();
     forn(i,n)
       area += polygon[i]^polygon[(i+1) %n];
     return abs(area)/2.0;
12
13 }
      Punto en Poligono
1 | bool adentroPoligono(vector<Punto> &polygon, Punto p) // polygon EN EL SENTIDO
        DE LAS AGUJAS
2 | {
     bool adentro = true;
     tint n = polygon.size();
4
     forn(i,n)
       adentro &= (((p-polygon[i])^(p-polygon[(i+1) ½])) < 0);</pre>
     return adentro;
8 }
       Interseccion de Segmentos
1 | struct Segmento
2
     Punto start, end, dir;
     Segmento (Punto ss, Punto ee)
4
5
```

6 GEOMETRIA BGL-UBA - Página 16 de 17

```
start = ss:
       dir = ee-ss;
10
    // res.second == 0 -> NO HAY INTERSECCION
11
    // res.second == 1 -> INTERSECAN EN UN PUNTO (que esta en res.first)
12
    // res.second == 2 -> SON COLINEALES E INTERSECAN EN TODO UN SEGMENTO (Da un
13
        extremo, si queremos el otro, correr otra vez con "otroExtremo" = true)
   pair<Punto,tint> interSeg (Segmento s1, Segmento s2, bool otroExtremo )
14
15
     if ((abs(s1.dir ^ s2.dir)) < epsilon) // son colineales</pre>
16
     {
17
        vector<pair<Punto, tint> > aux = {{s1.start - epsilon*s1.dir,1},
18
                                          {s1.end + epsilon*s1.dir,1},
19
                                          {s2.start - epsilon*s2.dir,2},
20
                                          {s2.end + epsilon*s2.dir,2}};
21
        sort(aux.begin(),aux.end());
22
        if (aux[0].second != aux[1].second)
23
          return make_pair(aux[1+otroExtremo].first,2);
^{24}
        else
25
          return make_pair(Punto(),0);
26
     }
27
     else
28
29
       ldouble alfa = ((s2.start-s1.start)^s2.dir) / (s1.dir^s2.dir);
30
        if (0 <= alfa && alfa <= 1)
31
          return make_pair(s1.start+alfa*s1.dir,1);
32
        else
33
          return make_pair(Punto(),0);
34
35
36
```

6.5. Angulo Entre Puntos y Distancia entre Segmentos

```
13
     else
       return abs( ((s.start-p)^(s.end-p)) / (norma(s.dir)) );
14
15
16
   ldouble dEntreSeg(Segmento s1, Segmento s2)
17
18
     ldouble a = min(dPuntoSeg(s1.start,s2),dPuntoSeg(s1.end,s2));
19
     ldouble b = min(dPuntoSeg(s2.start,s1),dPuntoSeg(s2.end,s1));
20
     return (interSeg(s1,s2,false).second == 0) * min(a,b);
21
22 }
```

- 6.6. Convex-Hull (2D) (Jonaz)
- 6.7. Sweep Line Facil (Interseccion de Segmentos/Closest Pair)
- 6.8. Sweep Line Dificil (Union de Rectángulos)
- 6.9. Radial Sweep
- 6.10. Minimum Bounding Circle

ງ ລອອ 16 of 1

versidad de Buenos Aires - FCEN – BGI

Page 17 of 1

7. Varios

7.1. Operaciones de bits

```
__builtin_clz(x) // the number of zeros at the beginning of the number
__builtin_ctz(x) // the number of zeros at the end of the number
__builtin_popcount(x) // the number of ones in the number
__builtin_parity(x) // the parity (even or odd) of the number of ones

// Iterar sobre el subconjunto de la mascara "x"

int b = 0;

do

{
    // process subset b
} while (b=(b-x)&x);
```

7.2. Longest Incresing Subsequence (LIS)

```
tint LIS(vector<tint> &v) {
     if (v.empty()) return 0;
     tint 1 = 0:
                             // ultimo lugar de tails hasta ahora
     vi tails(v.size(), 0): // candidatos de final de sub secuencias
     tails[1] = v[0];
     forsn(i,1,v.size()) {
       // con upper_bound es no-decreciente
9
       tint me = lower_bound(tails.begin(),tails.begin()+l+1, v[i])-tails.begin();
10
       tails[me] = v[i];
11
       if (me > 1) 1 = me;
12
13
     return 1 + 1;
14
15
```

7.3. Maximum Subarray Sum

```
tint maximumSum (vector<tint> &a) // a no vacio

tint maxTotal = a[0], maxAca = a[0], n = a.size();

forsn(i,1,n)

maxAca = max(a[i],maxAca + a[i]);
maxTotal = max(maxTotal,maxAca);

return maxTotal;

return maxTotal;

}
```

7.4. Rotar 90° una matriz (sentido horario)

```
void rotar (vector<string> &origi)

tint n = origi.size();

string aux (n,'x');

vector<string> rotado (n,aux);

forn(i,n)

forn(j,n)

rotado[j][n-i-1] = origi[i][j];

origi = rotado;

}
```

7.5. Random + Imprimir Doubles + Leading Zeroes

```
1 #include <iostream>
   #include <random>
   #include <iomanip>
   using namespace std;
   random_device rd;
  mt19937 gen(rd());
   uniform_int_distribution<int> dis1(1, 10000);
   uniform_real_distribution<long double> dis2(1, 10000);
12
   int main()
13
     cout << dis1(gen) << "\n";</pre>
     cout << fixed << showpoint << setprecision(16) << dis2(gen) << "\n";</pre>
15
     cout << setfill('0') << setw(10) << 12345 << "\n"; // 0000012345
16
17
     return 0;
18
19 }
```

7.6. Slding Window RMQ

```
void agrandarVentana (tint &r, deque<pair<tint,tint> > &rmq, vector<tint> &v)

{
    while (!rmq.empty() && rmq.back().first >= v[r])
    rmq.pop_back();
    rmq.push_back({v[r],r});
    r++;
}

void achicarVentana (tint &l, deque<pair<tint,tint> > &rmq)
```

7 VARIOS

```
11
     if (1 == rmq.front().second)
12
       rmq.pop_front();
13
     1++;
14
15
16
   pair<tint, tint> minimoVentana (deque<pair<tint, tint> > &rmq)
17
18
     return rmq.front();
19
20
    // USO: En todo momento tenemos el minimo entre [1.r)
    int main()
^{22}
23
     deque<pair<tint, tint> > rmq; // {numero,indice}
24
     tint 1 = 0, r = 0; // 1 . r
25
     vector<tint> v = \{1,2,3,4,3,2,2,3,4\};
26
     agrandarVentana(r,rmq,v);
27
     agrandarVentana(r,rmq,v);
28
     agrandarVentana(r,rmq,v);
29
     agrandarVentana(r,rmq,v);
30
     agrandarVentana(r,rmq,v);
31
     achicarVentana(1,rmq);
32
     achicarVentana(1,rmg);
33
     cout << minimoVentana(rmq).first << endl; // {3,4}</pre>
34
     return 0;
35
36
```

7.7. Ternary Search

```
// Ternary en ENTEROS
   tint miniTernarySearch (tint a, tint b) // En [a,b] esta el minimo
3
     tint 1 = a, r = b;
     while (abs(r - 1) > 5)
       tint al = (2*1 + r)/3;
       tint br = (1 + 2*r)/3:
       if (f(al) > f(br)) // cambiar a "<" para maximo</pre>
         1 = al:
10
       else
11
         r = br;
12
     }
13
     tint ans = 1e16;
14
     forsn(k,l,r+1)
15
       ans = min(ans,f(k)); // cambiar por "max" para maximo
16
     return ans;
17
18
```

```
//Ternary en FLOATING POINT
   ldouble miniTernarySearch (ldouble tL, ldouble tR) // En [tL, tR] esta el minimo
20
21
     while (abs(tR - tL) > epsilon)
22
23
24
       ldouble tLThird = (2.0*tL + tR)/3.0;
       ldouble tRThird = (tL + 2.0*tR)/3.0;
25
        if (f(tLeftThird) > f(tRightThird)) // cambiar a "<" para maximo</pre>
26
27
          tLeft = tLeftThird;
28
        else
          tRight = tRightThird;
29
30
     return f((tLeft+tRight)/2.0);
31
32 }
```

Page 18 of 1