



C++ 八级

2025 年 06 月

1 单选题（每题 2 分，共 30 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
答案	A	B	D	D	C	B	C	B	A	A	C	D	D	C	A

第 1 题 一间的机房要安排 6 名同学进行上机考试，座位共 2 行 3 列。考虑到在座位上很容易看到同一行的左右两侧的屏幕，安排中间一列的同学做 A 卷，左右两列的同学做 B 卷。请问共有多少种排座位的方案？（ ）。

- ☐ A. 720
- ☐ B. 90
- ☐ C. 48
- ☐ D. 15

第 2 题 又到了毕业季，学长学姐们都在开心地拍毕业照。现在有 3 位学长、3 位学姐希望排成一排拍照，要求男生不相邻、女生不相邻。请问共有多少种拍照方案？（ ）。

- ☐ A. 720
- ☐ B. 72
- ☐ C. 36
- ☐ D. 2

第 3 题 下列关于 C++ 类和对象的说法，错误的是（ ）。

- ☐ A. 通过语句 `const int x = 5;` 定义了一个对象 `x`。
- ☐ B. 通过语句 `std::string t = "12345";` 定义了一个对象 `t`。
- ☐ C. 通过语句 `void (*fp)() = NULL;` 定义了一个对象 `fp`。
- ☐ D. 通过语句 `class MyClass;` 定义了一个类 `MyClass`。

第 4 题 关于生成树的说法，错误的是（ ）。

- ☐ A. 一个无向连通图，一定有生成树。
- ☐ B. n 个顶点的无向图，其生成树要么不存在，要么一定包含 $n - 1$ 条边。
- ☐ C. n 个顶点、 $n - 1$ 条边的无向图，不可能有多颗生成树。
- ☐ D. n 个顶点、 $n - 1$ 条边的无向图，它本身就是自己的生成树。

第5题 一对夫妻生男生女的概率相同。这对夫妻希望儿女双全。请问这对夫妻生下两个孩子时，实现儿女双全的概率是多少？（ ）。

☐ A. $\frac{2}{3}$

☐ B. $\frac{1}{3}$

☐ C. $\frac{1}{2}$

☐ D. $\frac{1}{4}$

第6题 已定义变量 `double a, b;`，下列哪个表达式可以用来判断一元二次方程 $x^2 + ax + b = 0$ 是否有实根？（ ）。

☐ A. `4 * b - a * a < 0`

☐ B. `4 * b <= a * a`

☐ C. `a * a - 4 * b`

☐ D. `b * 4 - a * a`

第7题 n 个结点的二叉树，执行广度优先搜索的平均时间复杂度是（ ）。

☐ A. $O(\log n)$

☐ B. $O(n \log n)$

☐ C. $O(n)$

☐ D. $O(2^n)$

第8题 以下关于动态规划的说法中，错误的是（ ）。

☐ A. 动态规划方法通常能够列出递推公式。

☐ B. 动态规划方法的时间复杂度通常为状态的个数。

☐ C. 动态规划方法有递推和递归两种实现形式。

☐ D. 对很多问题，递推实现和递归实现动态规划方法的时间复杂度相当。

第9题 下面的 `sum_digit` 函数试图求出从 1 到 n （包含 1 和 n ）的数中，包含数字 d 的个数。该函数的时间复杂度为（ ）。

```
1  #include <string>
2  int count_digit(int n, char d) {
3      int cnt = 0;
4      std::string s = std::to_string(n);
5      for (int i = 0; i < s.length(); i++)
6          if (s[i] == d)
7              cnt++;
8      return cnt;
9  }
10 int sum_digit(int n, char d) {
11     int sum = 0;
12     for (int i = 1; i <= n; i++)
13         sum += count_digit(i, d);
14     return sum;
15 }
```

- ☐ A. $O(n \log n)$
- ☐ B. $O(n)$
- ☐ C. $O(\log n)$
- ☐ D. $O(n^2)$

第 10 题 下面程序的输出为 ()。

```

1  #include <iostream>
2  const int N = 10;
3  int ch[N][N][N];
4  int main() {
5      for (int x = 0; x < N; x++)
6          for (int y = 0; y < N; y++)
7              for (int z = 0; z < N; z++)
8                  if (x == 0 && y == 0 && z == 0)
9                      ch[x][y][z] = 1;
10                 else {
11                     if (x > 0)
12                         ch[x][y][z] += ch[x - 1][y][z];
13                     if (y > 0)
14                         ch[x][y][z] += ch[x][y - 1][z];
15                     if (z > 0)
16                         ch[x][y][z] += ch[x][y][z - 1];
17                 }
18     std::cout << ch[1][2][3] << std::endl;
19     return 0;
20 }
```

- ☐ A. 60
- ☐ B. 20
- ☐ C. 15
- ☐ D. 10

第 11 题 下面 count_triple 函数的时间复杂度为()。

```

1  int gcd(int a, int b) {
2      if (a == 0)
3          return b;
4      return gcd(b % a, a);
5  }
6  int count_triple(int n) {
7      int cnt = 0;
8      for (int v = 1; v * v * v * 4 <= n; v++)
9          for (int u = v + 1; u * (u + v) * 2 <= n; u += 2)
10             if (gcd(u, v) == 1) {
11                 int a = u * u - v * v;
12                 int b = u * v * 2;
13                 int c = u * u + v * v;
14                 cnt += n / (a + b + c);
15             }
16     return cnt;
17 }
```

- ☐ A. $O(n)$
- ☐ B. $O(n^2)$

☐ C. $O(n \log n)$

☐ D. $O(n^2 \log n)$

第 12 题 下面 quick_sort 函数试图实现快速排序算法，两处横线处分别应该填入的是（ ）。

```
1 void swap(int & a, int & b) {
2     int temp = a; a = b; b = temp;
3 }
4 int partition(int a[], int l, int r) {
5     int pivot = a[l], i = l + 1, j = r;
6     while (i <= j) {
7         while (i <= j && a[j] >= pivot)
8             j--;
9         while (i <= j && a[i] <= pivot)
10            i++;
11        if (i < j)
12            swap(a[i], a[j]);
13    }
14    _____; // 在此处填入选项
15    return _____; // 在此处填入选项
16 }
17 void quick_sort(int a[], int l, int r) {
18     if (l < r) {
19         int pivot = partition(a, l, r);
20         quick_sort(a, l, pivot - 1);
21         quick_sort(a, pivot + 1, r);
22     }
23 }
```

☐ A.

```
1 swap(a[l], a[i])
2 i
```

☐ B.

```
1 swap(a[l], a[j])
2 i
```

☐ C.

```
1 swap(a[l], a[i])
2 j
```

☐ D.

```
1 swap(a[l], a[j])
2 j
```

第 13 题 下面 LIS 函数试图求出最长上升子序列的长度，横线处应该填入的是（ ）。

```
1 int max(int a, int b) {
2     return (a > b) ? a : b;
3 }
4 int LIS(vector<int> & nums) {
5     int n = nums.size();
6     if (n == 0)
7         return 0;
8     vector<int> dp(n, 1);
9     int maxLen = 1;
```

```

10     for (int i = 1; i < n; i++) {
11         for (int j = 0; j < i; j++)
12             if (nums[j] < nums[i])
13                 _____; // 在此处填入选项
14         maxLen = max(maxLen, dp[i]);
15     }
16     return maxLen;
17 }

```

☐ A.

```
1 dp[j] = max(dp[j] + 1, dp[i])
```

☐ B.

```
1 dp[j] = max(dp[j], dp[i] + 1)
```

☐ C.

```
1 dp[i] = max(dp[i] + 1, dp[j])
```

☐ D.

```
1 dp[i] = max(dp[i], dp[j] + 1)
```

第 14 题 下面 LIS 函数试图求出最长上升子序列的长度，其时间复杂度为（ ）。

```

1 #define INT_MIN (-1000)
2 int LIS(vector<int> & nums) {
3     int n = nums.size();
4     vector<int> tail;
5     tail.push_back(INT_MIN);
6     for (int i = 0; i < n; i++) {
7         int x = nums[i], l = 0, r = tail.size();
8         while (l < r) {
9             int mid = (l + r) / 2;
10            if (tail[mid] < x)
11                l = mid + 1;
12            else
13                r = mid;
14        }
15        if (r == tail.size())
16            tail.push_back(x);
17        else
18            tail[r] = x;
19    }
20    return tail.size() - 1;
21 }

```

☐ A. $O(\log n)$

☐ B. $O(n)$

☐ C. $O(n \log n)$

☐ D. $O(n^2)$

第 15 题 下面的程序使用邻接矩阵表达的带权无向图，则从顶点0到顶点3的最短距离为（ ）。

```
1 int weight[4][4] = {
2     { 0, 5, 8, 10},
3     { 5, 0, 1, 7},
4     { 8, 1, 0, 3},
5     {10, 7, 3, 0}};
```

- ☐ A. 9
- ☐ B. 10
- ☐ C. 11
- ☐ D. 12

2 判断题（每题 2 分，共 20 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	✓	×	✓	×	×	×	✓	×	✓	✓

第 1 题 C++语言中，表达式 `9 | 12` 的结果类型为 `int`、值为 13。

第 2 题 C++语言中，访问数据发生下标越界时，总是会产生运行时错误，从而使程序异常退出。

第 3 题 对 n 个元素的数组进行归并排序，最差情况的时间复杂度为 $O(n \log n)$ 。

第 4 题 5 个相同的红球和 4 个相同的蓝球排成一排，要求每个蓝球的两侧都必须至少有一个红球，则一共有 15 种排列方案。

第 5 题 使用 `math.h` 或 `cmath` 头文件中的函数，表达式 `log(8)` 的结果类型为 `double`、值约为 3。

第 6 题 C++ 是一种面向对象编程语言，C 则不是。继承是面向对象三大特性之一，因此，使用 C 语言无法实现继承。

第 7 题 n 个顶点的无向完全图，有 n^{n-2} 棵生成树。

第 8 题 已知三个 `double` 类型的变量 `a`、`b` 和 `theta` 分别表示一个三角形的两条边长及二者的夹角（弧度），则三角形的周长可以通过表达式 `sqrt(a * a + b * b - 2 * a * b * cos(theta))` 求得。

第 9 题 有 V 个顶点、 E 条边的图的深度优先搜索遍历时间复杂度为 $O(V + E)$ 。

第 10 题 从 32 名学生中选出 4 人分别担任班长、副班长、学习委员和组织委员，老师要求班级综合成绩排名最后的 4 名学生不得参选班长或学习委员（仍可以参选副班长和组织委员），则共有 $P(30, 4)$ 种不同的选法。

3 编程题（每题 25 分，共 50 分）

3.1 编程题 1

- 试题名称：树上旅行
- 时间限制：1.0 s
- 内存限制：512.0 MB

3.1.1 题目描述

给定一棵有 n 个结点的有根树，结点依次以 $1, 2, \dots, n$ 编号，其中根结点的编号为 1。

小 A 计划在这棵有根树上进行 q 次旅行。在第 i 次旅行中，小 A 首先会选定结点 s_i 作为起点，并移动若干次。移动分为以下两种：

1. 移动至当前结点的父结点。特殊地，如果当前位于根结点，则不进行移动。
2. 移动至当前结点的所有子结点中编号最小的结点。特殊地，如果当前位于叶子结点，则不进行移动。

由于移动次数可能很大，对于第 i 次旅行，旅行中的移动将以 k_i 个不为零的整数构成的序列 $a_{i,1}, a_{i,2}, \dots, a_{i,k_i}$ 表示。对于 $a_{i,j}$ ，若 $a_{i,j} > 0$ 则代表进行 $a_{i,j}$ 次第一种移动；若 $a_{i,j} < 0$ 则代表进行 $-a_{i,j}$ 次第二种移动。根据给出的序列从左至右完成所有移动后，小 A 所在的结点即是旅行的终点。

给定每次旅行的起点与移动序列，请你求出旅行终点的结点编号。

3.1.2 输入格式

第一行，两个正整数 n, q ，分别表示有根树的结点数量，以及旅行次数。

第二行， $n - 1$ 个整数 p_2, p_3, \dots, p_n ，其中 p_i 表示结点 i 的父结点编号。

接下来 $2q$ 行中的第 $2i - 1$ 行 ($1 \leq i \leq q$) 包含两个正整数 s_i, k_i ，分别表示第 i 次旅行的起点编号，以及移动序列的长度。第 $2i$ 行包含 k_i 个整数 $a_{i,1}, a_{i,2}, \dots, a_{i,k_i}$ ，表示移动序列。

3.1.3 输出格式

输出共 q 行，第 i 行包含一个整数，表示第 i 次旅行终点的结点编号。

3.1.4 样例

3.1.4.1 输入样例 1

```
1 5 4
2 1 1 2 2
3 3 3
4 1 -1 -1
5 2 5
6 1 -1 1 -1 1
7 5 8
8 1 1 1 -1 -1 -1 -1 -1
9 5 3
10 -1 -1 1
```

3.1.4.2 输出样例 1

```
1 4
2 1
3 4
4 2
```

3.1.4.3 输入样例 2

```
1 8 3
2 5 4 2 1 3 6 6
3 8 1
4 8
5 8 2
6 8 -8
7 8 3
8 8 -8 8
```

3.1.4.4 输出样例 2

```
1 1
2 7
3 1
```

3.1.5 数据范围

子任务编号	测试点占比	n	q	$\sum k_i$	特殊性质
1	20%	≤ 100	≤ 100	≤ 1000	保证 $a_{i,j}$ 为 1 或 -1
2	20%	$\leq 10^4$	$\leq 10^4$	$\leq 4 \times 10^4$	仅包含第一种移动
3	20%	$\leq 10^4$	$\leq 10^4$	$\leq 4 \times 10^4$	仅包含第二种移动
4	40%	$\leq 10^5$	$\leq 2 \times 10^4$	$\leq 10^5$	-

对于所有测试点，保证 $1 \leq n \leq 10^5$ ， $1 \leq q \leq 2 \times 10^4$ ， $1 \leq p_i \leq n$ ， $1 \leq s_i \leq n$ ， $k_i \geq 1$ 且 $\sum k_i \leq 10^5$ ， $1 \leq |a_{i,j}| \leq n$ 。

3.1.6 参考程序

```
1 #include <cstdio>
2 #include <algorithm>
3 using namespace std;
4
5 const int N = 1e5 + 5;
6 const int L = 18;
7
8 int n, q;
9 int h[N], nx[N];
10 int par[L][N], son[L][N];
11
12 void dfs(int u) {
13     for (int i = 1; i < L; i++)
14         par[i][u] = par[i - 1][par[i - 1][u]];
15     son[0][u] = u;
16     for (int i = h[u]; i; i = nx[i]) {
17         dfs(i);
18         if (son[0][u] == u || i < son[0][u])
19             son[0][u] = i;
20     }
21     for (int i = 1; i < L; i++)
22         son[i][u] = son[i - 1][son[i - 1][u]];
23 }
24
25 int move(int go[L][N], int u, int step) {
26     for (int i = 0; i < L; i++)
27         if ((step >> i) & 1)
28             u = go[i][u];
29     return u;
30 }
31
```



```

32 int main() {
33     scanf("%d%d", &n, &q);
34     for (int i = 2; i <= n; i++) {
35         scanf("%d", &par[0][i]);
36         nx[i] = h[par[0][i]];
37         h[par[0][i]] = i;
38     }
39     par[0][1] = 1;
40     dfs(1);
41     while (q--) {
42         int s, k;
43         scanf("%d%d", &s, &k);
44         while (k--) {
45             int a;
46             scanf("%d", &a);
47             if (a < 0)
48                 s = move(son, s, -a);
49             else
50                 s = move(par, s, a);
51         }
52         printf("%d\n", s);
53     }
54     return 0;
55 }

```

3.2 编程题 2

- 试题名称：遍历计数
- 时间限制：1.0 s
- 内存限制：512.0 MB

3.2.1 题目描述

给定一棵有 n 个结点的树 T ，结点依次以 $1, 2, \dots, n$ 标号。树 T 的深度优先遍历序可由以下过程得到：

1. 选定深度优先遍历的起点 s ($1 \leq s \leq n$)，当前所在结点即是起点。
2. 若当前结点存在未被遍历的相邻结点 u 则遍历 u ，也即令当前所在结点为 u 并重复这一步；否则回溯。
3. 按照遍历结点的顺序依次写下结点编号，即可得到一组深度优先遍历序。

第一步中起点的选择是任意的，并且第二步中遍历相邻结点的顺序是任意的，因此对于同一棵树 T 可能有多组不同的深度优先遍历序。请你求出树 T 有多少组不同的深度优先遍历序。由于答案可能很大，你只需要求出答案对 10^9 取模之后的结果。

3.2.2 输入格式

第一行，一个整数 n ，表示树 T 的结点数。

接下来 $n - 1$ 行，每行两个正整数 u_i, v_i ，表示树 T 中的一条连接结点 u_i, v_i 的边。

3.2.3 输出格式

输出一行，一个整数，表示树 T 的不同的深度优先遍历序数量对 10^9 取模的结果。

3.2.4 样例

3.2.4.1 输入样例 1

```
1 | 4
2 | 1 2
3 | 2 3
4 | 3 4
```

3.2.4.2 输出样例 1

```
1 | 6
```

3.2.4.3 输入样例 2

```
1 | 8
2 | 1 2
3 | 1 3
4 | 1 4
5 | 2 5
6 | 2 6
7 | 3 7
8 | 3 8
```

3.2.4.4 输出样例 2

```
1 | 112
```

3.2.5 数据范围

对于 40% 的测试点，保证 $1 \leq n \leq 8$ 。

对于另外 20% 的测试点，保证给定的树是一条链。

对于所有测试点，保证 $1 \leq n \leq 10^5$ 。

3.2.6 参考程序

```
1 | #include <cstdio>
2 | #include <algorithm>
3 | using namespace std;
4 |
5 | const int N = 1e5 + 5;
6 | const int mod = 1e9;
7 |
8 | int n, deg[N], fac[N];
9 | int pre[N], suf[N];
10 | int ans;
11 |
12 | int main() {
13 |     scanf("%d", &n);
14 |     fac[0] = 1;
15 |     for (int i = 1; i <= n; i++)
16 |         fac[i] = 1ll * fac[i - 1] * i % mod;
17 |     for (int i = 1; i < n; i++) {
18 |         int u, v;
19 |         scanf("%d%d", &u, &v);
20 |         deg[u]++;
21 |         deg[v]++;
22 |     }
23 |     pre[0] = 1;
24 |     for (int i = 1; i <= n; i++)
```

```
25     pre[i] = 111 * pre[i - 1] * fac[deg[i] - 1] % mod;
26     suf[n + 1] = 1;
27     for (int i = n; i; i--)
28         suf[i] = 111 * suf[i + 1] * fac[deg[i] - 1] % mod;
29     for (int i = 1; i <= n; i++)
30         ans = (ans + 111 * pre[i - 1] * fac[deg[i]] % mod * suf[i + 1]) % mod;
31     printf("%d\n", ans);
32     return 0;
33 }
```