Øvelse 1

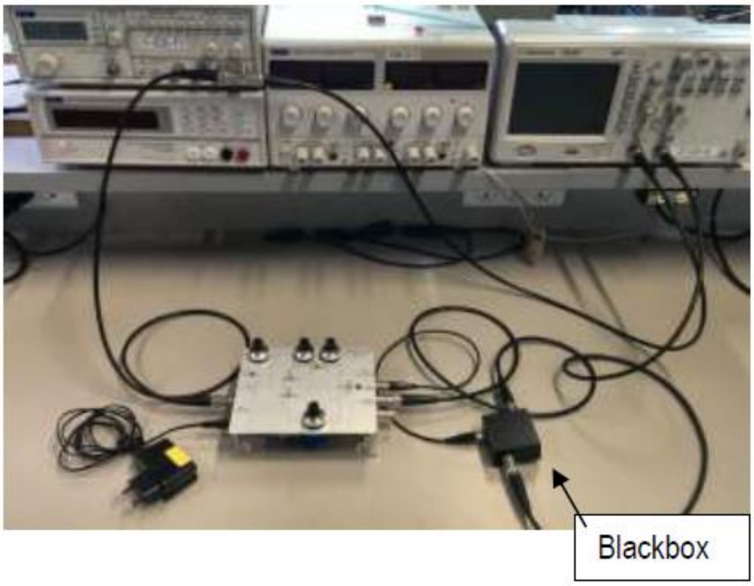
Modellering af Blackbox

Jonas Lind	201507296
Tais Hjortshøj	201509128
Marcus Andersen	201508863

Øvelsesobjektet

Øvelsesobjektet består af en Blackbox, der skal repræsentere en ukendt "proces". Tillige er vist en Control box med effektforsyning fra en AC-adapter samt Storagescope og funktionsgenerator.

I denne øvelse sættes Kp = 1, kontakterne D & I = Off. Forstærkningsfaktoren x10 eller x1sættes til x1.
Udgangen "To Process" forbindes til Blackboksens indgang og "Out +/- 15V DC" som forsyning via mini XLR-stik
Processens overføringsfunktion T(s) = Vud(s) / Vind (s) kan bestemmes på flere måder. Den mest oplagte er måske identifikation ud fra et transientresponse, men også opmåling af amplitude og fasekarakteristik vil identificere systemet. Metoderne har hver sine fortrin, og den optimale løsning er brug af begge.



Formål

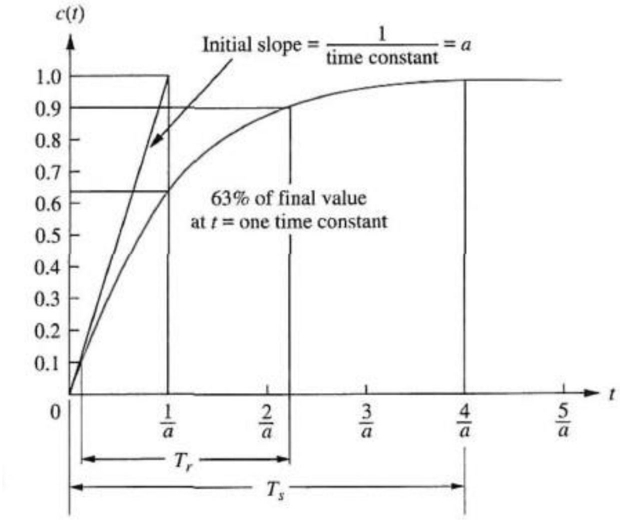
- At illustrere brugen af stepresponse og frekvenskarakteristikker til modellering.
- Ved måling i laboratoriet, at få bestemt modellen for en "ukendt" proces: Blackbox'en
- At indøve brugen af Matlab
- At indøve brugen af samspillet mellem måling og simulering.
- At illustrere begrebet stationær fejl.

Forberedelse

Uden kendskab til processens model, G(s), antages det oftest, at systemet indeholder 1-2 dominerende poler, der med tilstrækkelig nøjagtighed beskriver systemets dynamik. I det følgende betragtes et 1.ordenssystem, et 2.ordenssystem med reelle poler samt et 2.ordenssystem med komplekse poler.

- Karakteriser hvordan stepresponset adskiller sig for disse forskellige systemer, ved at beskrive sammenhængen mellem poler og dominerende tidskonstanter i stepresponset.

    - **1. ordenssystem: 1 dominerende pol**
      Et 1. ordens system har intet oversving.



$\frac{1}{a}$ = Tidskonstanten. Denne måles ved 63% af slutværdien.

T_r = Risetime. Denne måles fra 10% til 90%.

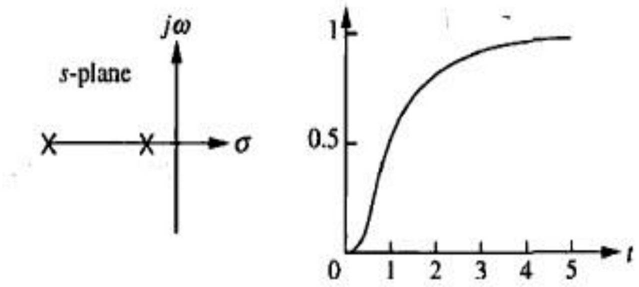
T_s = Settlingtime. Denne er når responset har nået 98% af den endelige værdi.

Overføringsfunktionen G(s)= $\frac{K}{s+a}$.

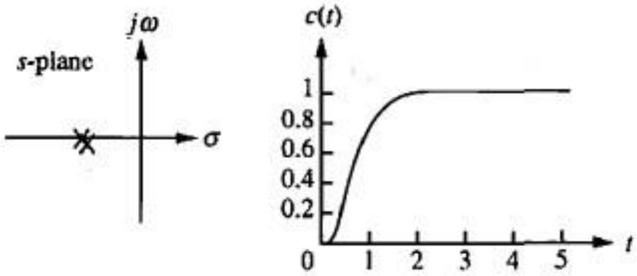
Forstærkningen er forholdet mellem indgang og udgang.
Når s = 0, så har man DC forstærkningen.

- **2. ordenssystem: 2 dominerende poler**
  Et 2. ordens system kan have oversving, OS.

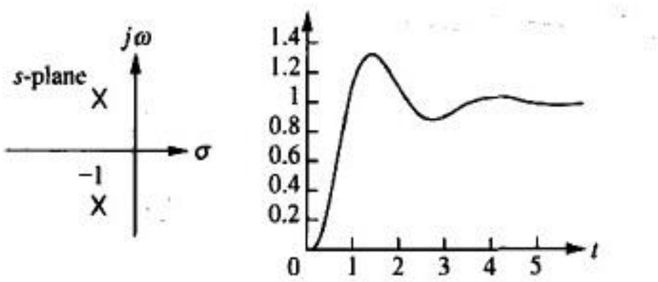
  Overdæmpet system. Poler ligger væk fra hinanden i S-planet. $\zeta > 1$.



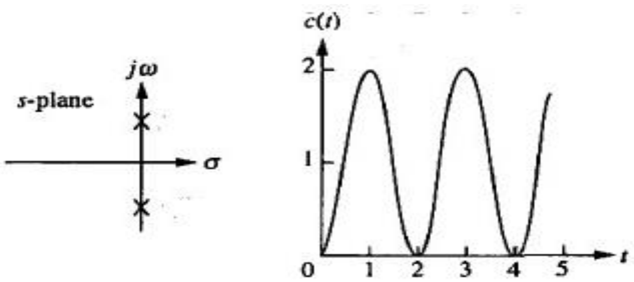
  Kritiskdæmpet system. Poler ligger oveni hinanden. $\zeta = 1$.



  Underdæmpet system. Poler ligger parvis ud af den imaginære akse. $0 < \zeta < 1$.



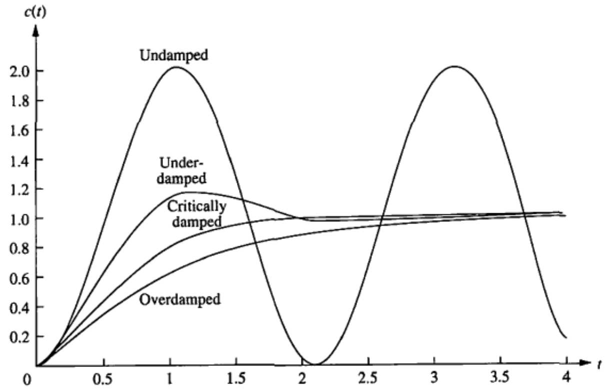
  Udæmpet system. Polerne ligger ud af den imaginære akse ved 0. $\zeta = 0$.



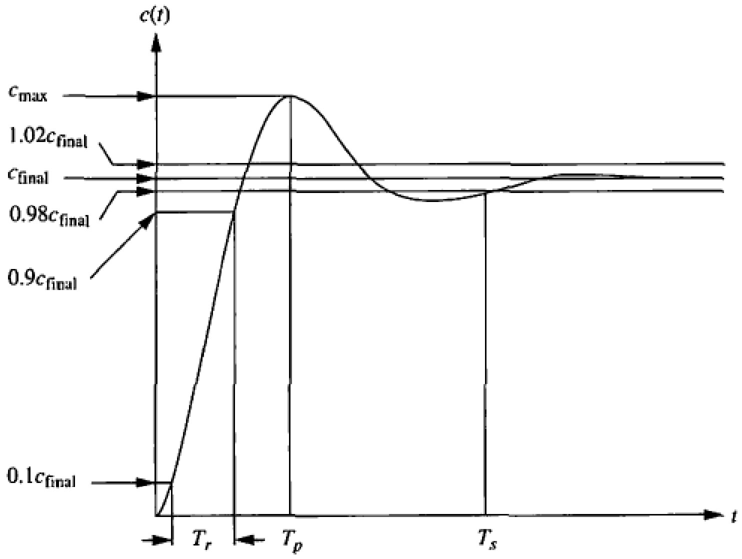
- Natural frequency, ω_n, is the frequency of oscillation of the system without damping.
- Dampning ratio, ζ**,** is defined to get rid of the time aspect when analyzing the poles.

- $\zeta = \frac{Exponential\ decay\ frequency}{Natural\ frequency(rad/second)} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{Natural\ period(seconds)}{Exponential\ time\ constant}$

- $G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega^2}$



Figur 1 - Steprespons for 2. ordens systemer



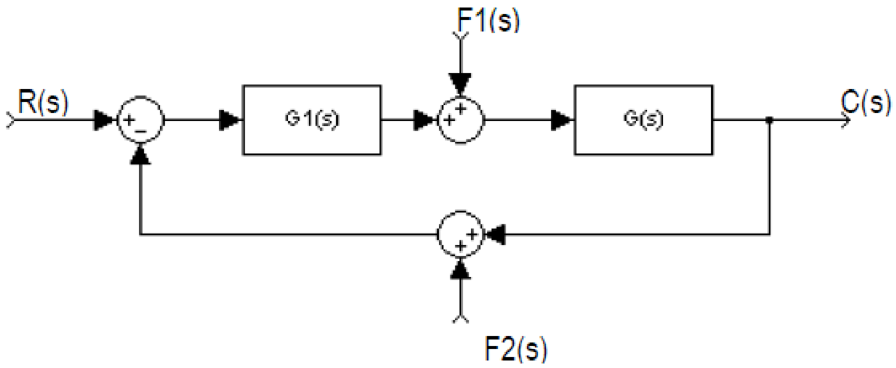
Figur 2 - 2. ordens underdæmpet respons specifikationer.

- Karakteriser hvorledes Bode plottet adskiller sig for disse systemer.
  - **1. ordenssystem: 1 dominerende pol**
    - -20dB/dekade.
    - Fase begynder i 0 grader og når -90 grader ved høje frekvenser.
    - Skærer -45 grader i 3dB knækfrekvensen.
  - **2. ordenssystem: 2 dominerende poler**
    - -20dB/dekade for hver pol, -40 dB/dekade i alt.
    - Fase begynder i 0 grader og når -180 grader ved høje frekvenser.
    - Skærer -90 grader i 3dB knækfrekvensen.

- Hvordan måles stepresponse, amplitude- og fasekarakteristik på et scope.
    - Steprespons:
        - Scopet indstilles til et trigger niveau, rising edge, og signalet påtrykkes.
        - Tidskonstanten måles ved 63% af den endelig værdi for amplituden.
    - Amplitude karakteristik:
        - Amplitude forskellen på indgangssignalet og udgangssignalet.
    - Fasekarakteristik:
        - Afstanden mellem indgangssignalet og udgangssignalet på tidsaksen.

Supplerende spørgsmål

Det antages at systemets model er $G(s) = \frac{50000}{(s+50)(s+1000)}$ og indgår i nedenstående tilbagekoblede system.



a) Bestem systemets stationære fejl overfor step- og rampe input, idet F1(s) = F2(s) = 0 og G1(s) = 1
   a. Step input error:

$$\mathrm{K_p} = \lim_{s\to 0} \frac{50000}{(s+50)\cdot(s+1000)} = 1$$

$$e(\infty) = \frac{1}{1+K_p} = \frac{1}{2}$$

   b. Rampe input error:

$$K_v = \lim_{s\to 0} s \cdot \frac{50000}{(s+50)\cdot(s+1000)} = 0$$

$$e(\infty) = \frac{1}{K_v} = \infty$$

b) Hvorledes kan G1(s) udformes, så fejlene reduceres
   a. DC forstærkning $\longrightarrow \infty$
   b. Ved step, G1(s) = $\frac{1}{s}$, integrator. Det gør at fejlen bliver 0.
   c. Ved rampe, G1(s) = $\frac{1}{s^2}$, to integratorer. Det gør at fejlen bliver 0.

c) Hvorledes påvirker en forstyrrelse F1(s) eller F2(s) systemets fejl

   a. F1(s)

      Ved en forstyrrelse F1(s) = 0 vil vi gerne have at udgangssignalet følger indgangssignalet og dermed er det værd at forøge DC forstærkningen for at mindske den stationære fejl.

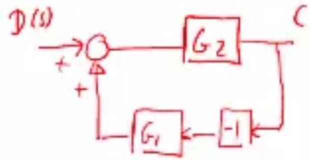
$$D(s) = 0$$

$$C(s) = \underbrace{\frac{G_1 \cdot G_2}{1 + G_1 G_2}}_{=1 \text{ for alle frekvenser}} R$$

$$\Rightarrow G_1 G_2 \gg 1 \Rightarrow \text{forst. op} \uparrow$$

      Ved en forstyrrelse F1(s) bruges superposition til at slukke for indgangssignalet R(s) = 0. Her har det betydning hvor forstyrrelsen er placeret. Ved hjælp af blokdiagrams manipulation kan følgende overføringsfunktion opskrives. Det ses at ved at øge forstærkningen for G_1 for vi mindsket ouputtet C(s).

$$R(s) = 0$$



$$C = \frac{G_2 \cdot D}{1 - G_1 G_2 (-1)} = \frac{G_2}{1 + G_1 G_2} D(s)$$

for øg forst.

   b. F2(s) svarer til at måle forkert. Det kan vi ikke gøre noget imod. Fejl i referencen.

Øvelsen

Control box'en indeholder en del andre funktioner, som skal bruges i de senere øvelser. Funktionen fremgår af forpladen. I denne øvelse sættes Kp = 1, kontakterne D & I = Off. Forstærkningsfaktoren x10 eller x1sættes til x1. Udgangen "To Process" forbindes til Blackboksens indgang og "Out +/- 15V DC" som forsyning via mini XLR-stik.

Processens overføringsfunktion T(s) = Vud(s) / Vind (s) kan bestemmes på flere måder. Den mest oplagte er måske identifikation ud fra et transientresponse, men også opmåling af amplitude og fasekarakteristik vil identificere systemet. Metoderne har hver sine fortrin, og den optimale løsning er brug af begge.

1. Stepresponse. Identificer procesmodellen G(s) ud fra et stepresponse. En firkantspænding tilsluttes referenceindgangen.

Kun den største tidskonstant vil kunne bestemmes med sikkerhed. Hvordan får man en indikation af, at der kan være flere tidskonstanter?

- Stepresponset stiger ikke fra start på Figur 4.

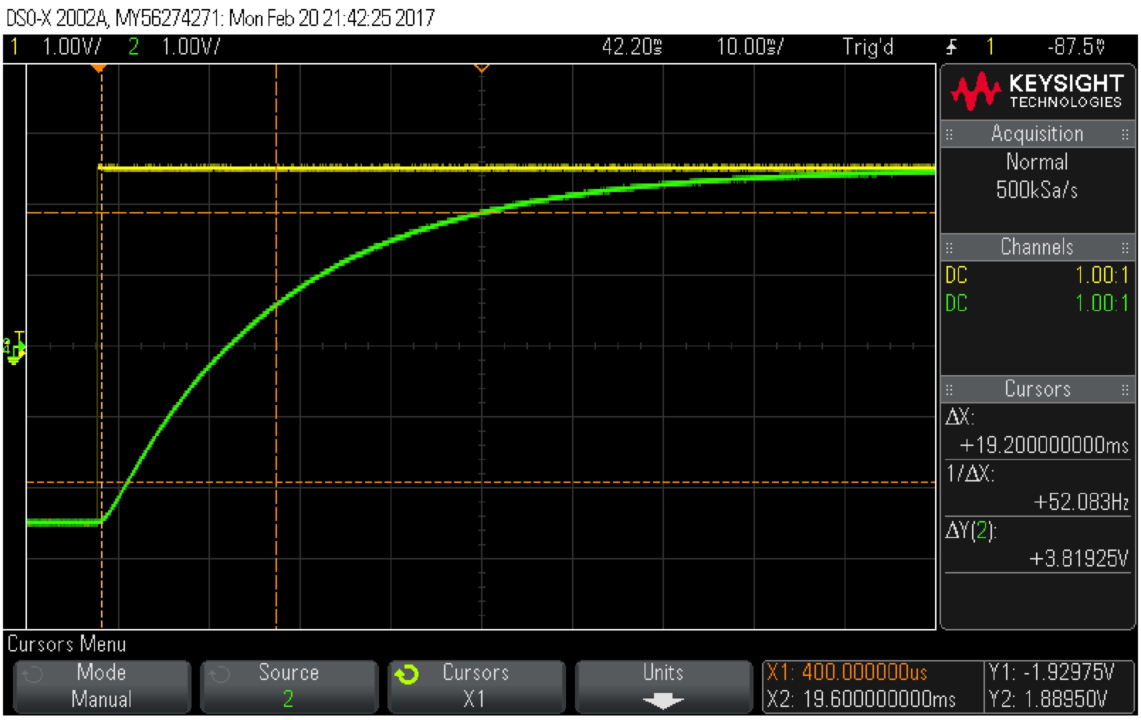
Bestem systemets forventede overføringsfunktion ud fra denne metode. Herunder DC-forstærkning og den største tidkonstant (mindste pol).

- Tidskonstanten findes på stepresponset på Figur 3.

$$\tau = 19{,}2ms$$

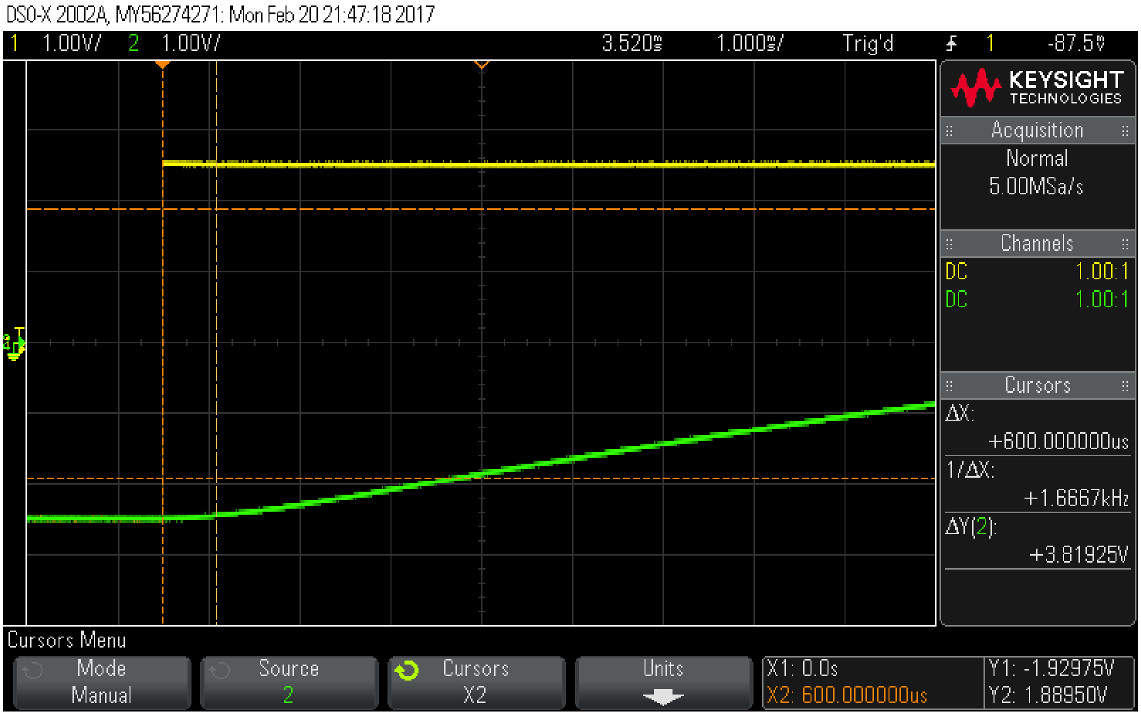
$$a = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{19{,}2ms} = 52$$

$$G(s) = G * \frac{a}{s+a} = 1 * \frac{52}{s+52}$$



Figur 3 - Måling af første pol

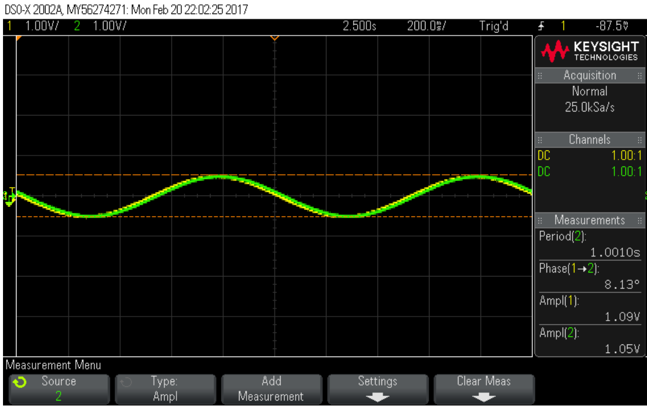
Man kan se at der er flere tidskonstanter pga. den bløde buer der fremkommer ved stepinput.



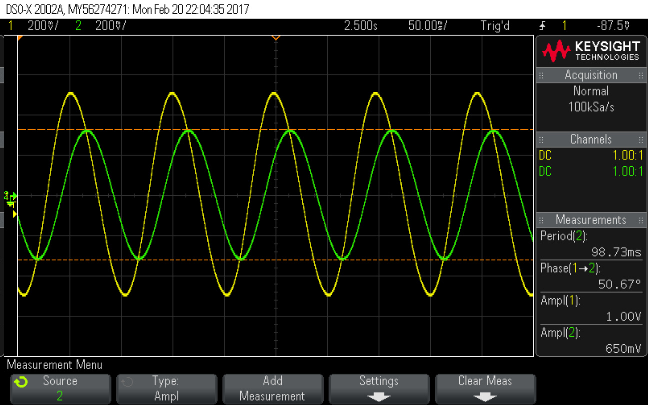
Figur 4- Måling af anden pol

2. Frekvenskarakteristikker. Identificer procesmodellen G(s) ud fra et antal målepunkter på amplitude- og fase-karakteristikken. Ud fra kendskabet til den ene pol kan et passende frekvenssweep planlægges.

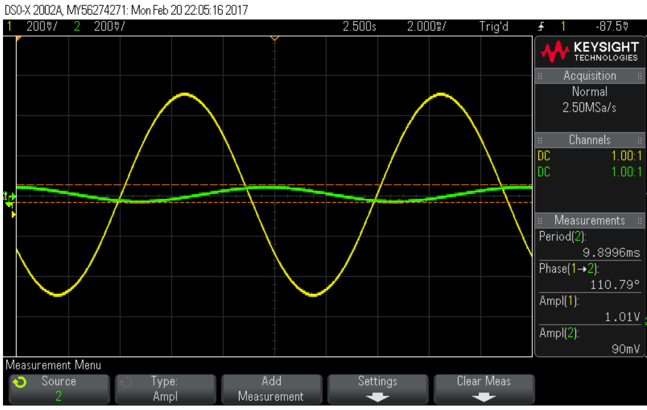
Husk ved udvælgelsen af målefrekvenser, at der i afbildningen anvendes logaritmisk frekvensakse og dB-akse. Forsøg efterfølgende at placere nogle rette linjer, der falder ±20-, ±40- eller ±60- dB/dekade (de asymptotiske karakteristikker), så du kan identificere knækfrekvenserne. Korrekt identifikation kan kun gøres ved samtidig at kigge på fasekarakteristikken og også der indlægge de asymptotiske karakteristikker.



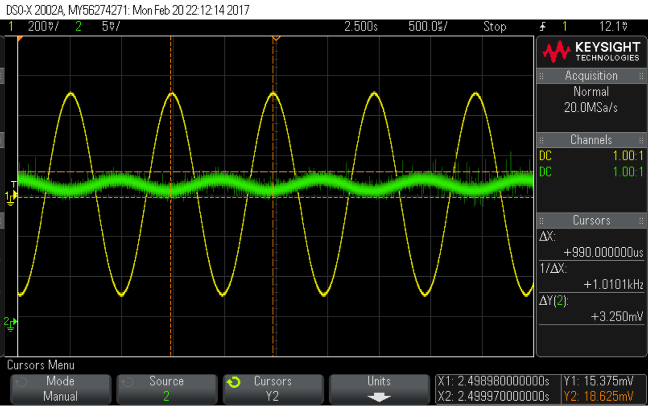
Figur 5 - f = 1 Hz



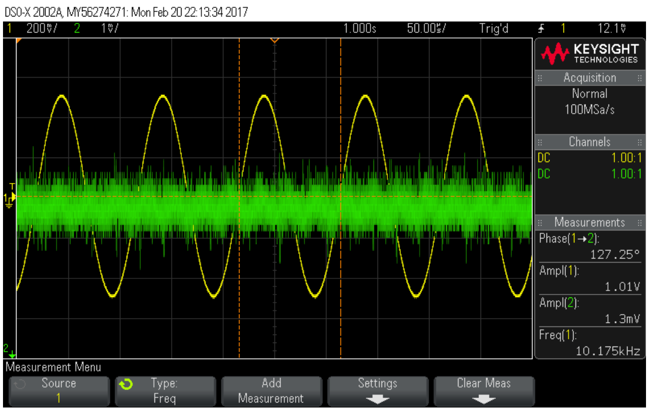
Figur 6 - f = 10 Hz



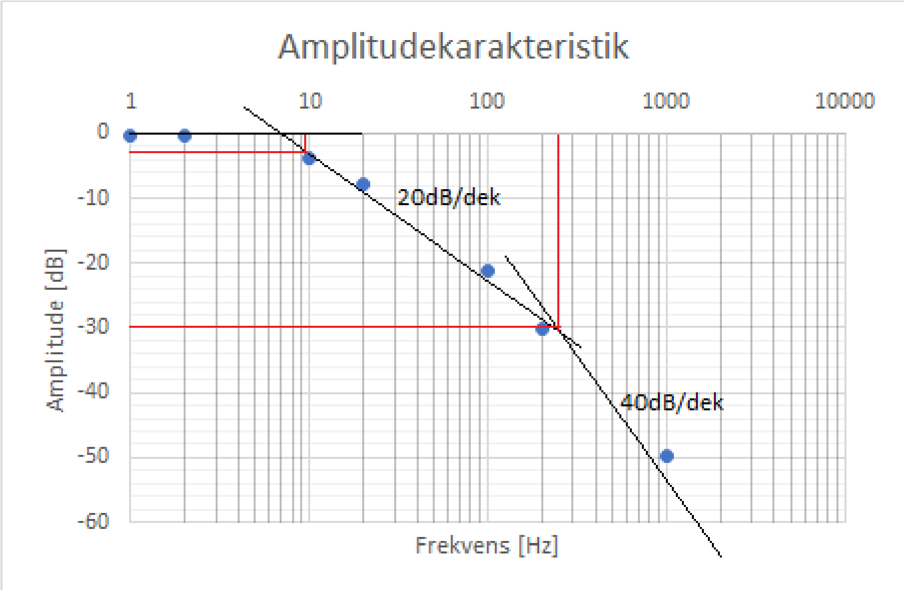
Figur 7 - f = 100 Hz

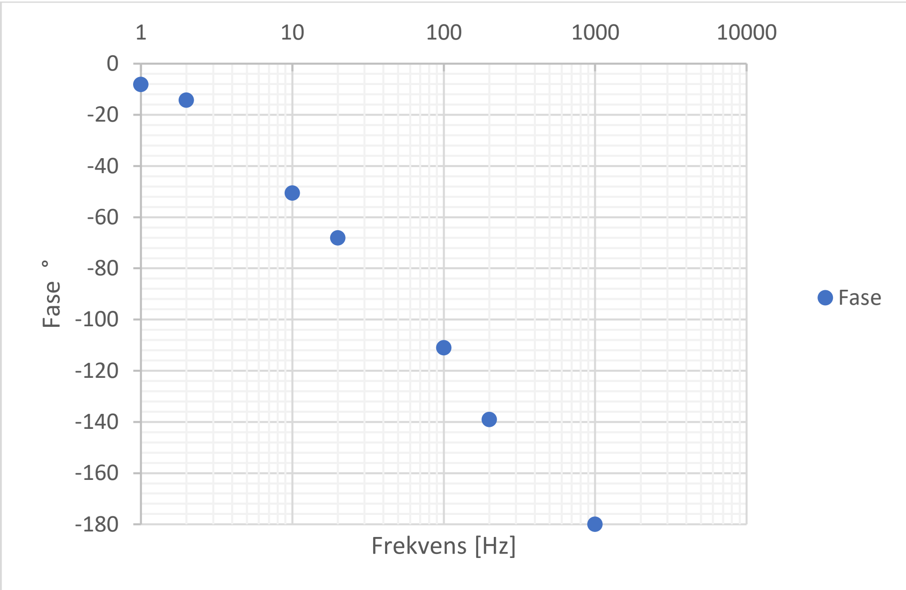


Figur 8 - f = 1 kHz



Figur 9 - f = 10 kHz





Knækfrekvensen findes til at være ved 9Hz og giver en pol ved $p_1 = 9\ 2\pi \approx 56$.

Ved en frekvens på ca. 230Hz ses grafen falde -40dB/dek, hvorved endnu en pol kunne tilføjes $p_2 = 230\ 2\pi \approx 1445$.

Dette giver en forstærkning på $\frac{k}{p_1 p_2} = G, k = 1\ p1p2 = 80920$.

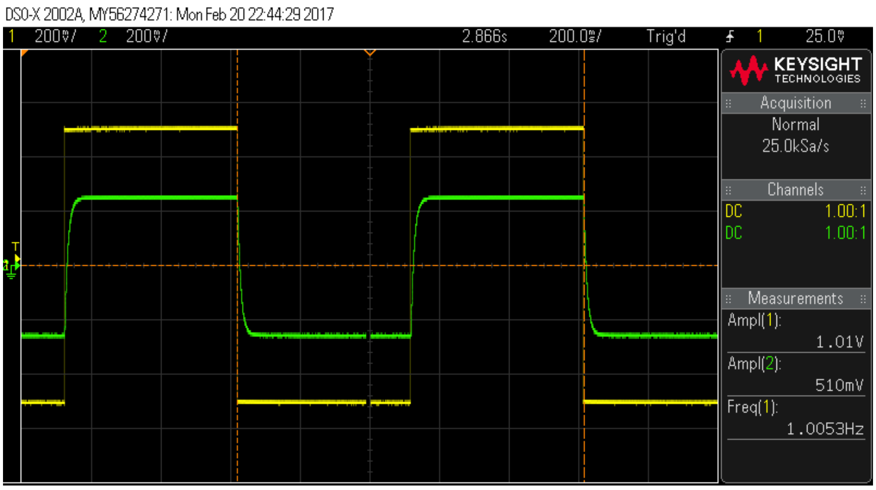
$$G(s) = \frac{k}{(s+p_1)(s+p_2)} = \frac{80920}{(s+56)(s+1445)}$$

Det ses at overføringsfunktionen ikke stemmer overens med overføringsfunktionen fundet ud fra stepresponset, hvilket skyldes den højere knækfrekvens fundet ved frekvenskarakteristikken.

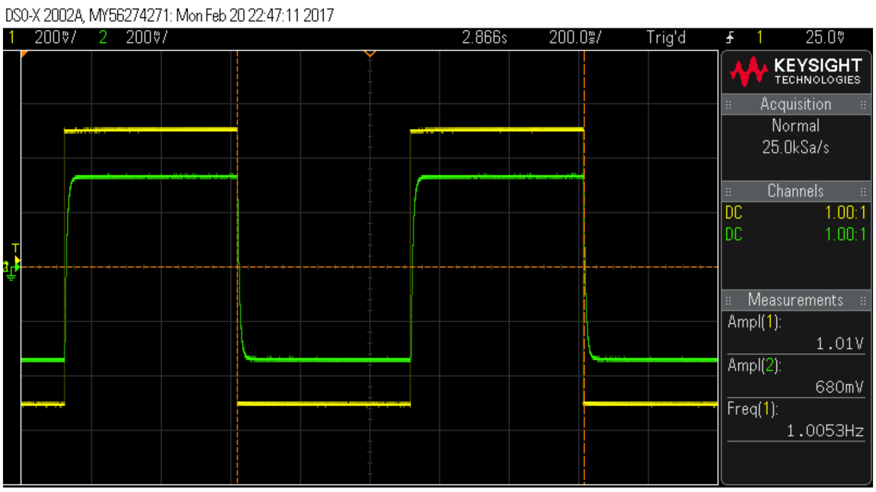
3. Luk tilbagekoblingssløjfen, ”From Process” forbindes til Blackbox’ens udgang, og mål den stationære fejl e(∞) = Vind - Vud . Passer værdien med den teoretiske?

- K_p = 1, e(∞) = 1 - 0,51 = 0,49

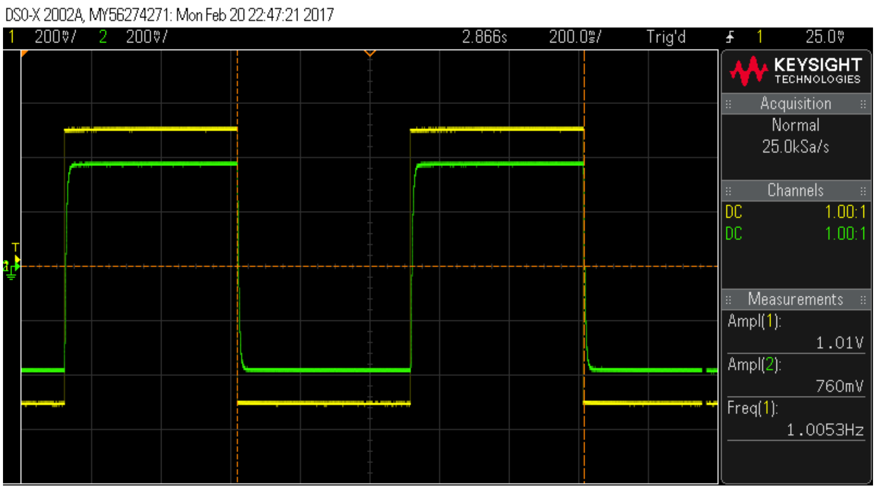
Prøv at forøge Controlbox’ens Kp og iagttag ændringen i e(∞).



Figur 10 - Kp = 1



Figur 11 - Kp = 2

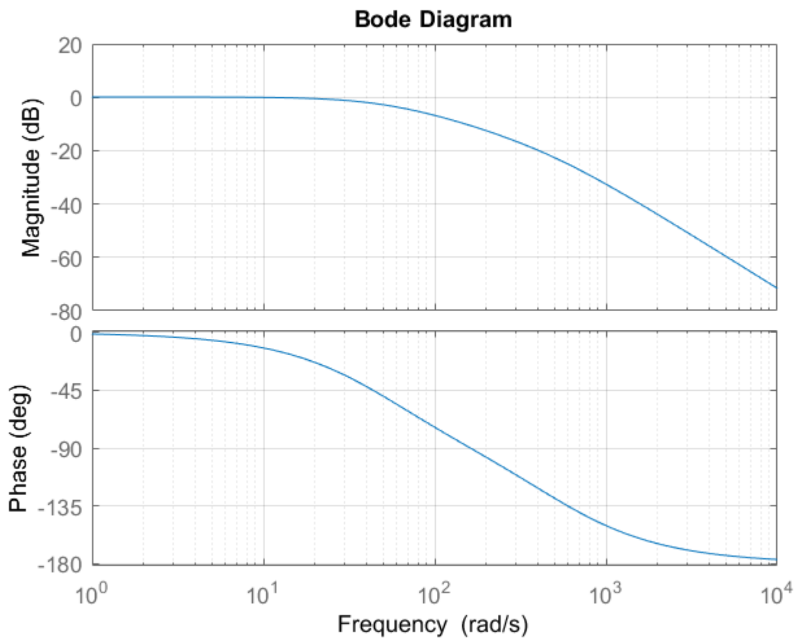


Figur 12 - Kp = 3

4. Foretag nu en simulering af den fremkomne model i MATLAB, for at se om stepresponset og Bode-plot passer med det målte. Find så et passende model-kompromis.

```
G=zpk([],[-52, -500] , 26320)

bode(G)
grid on
```



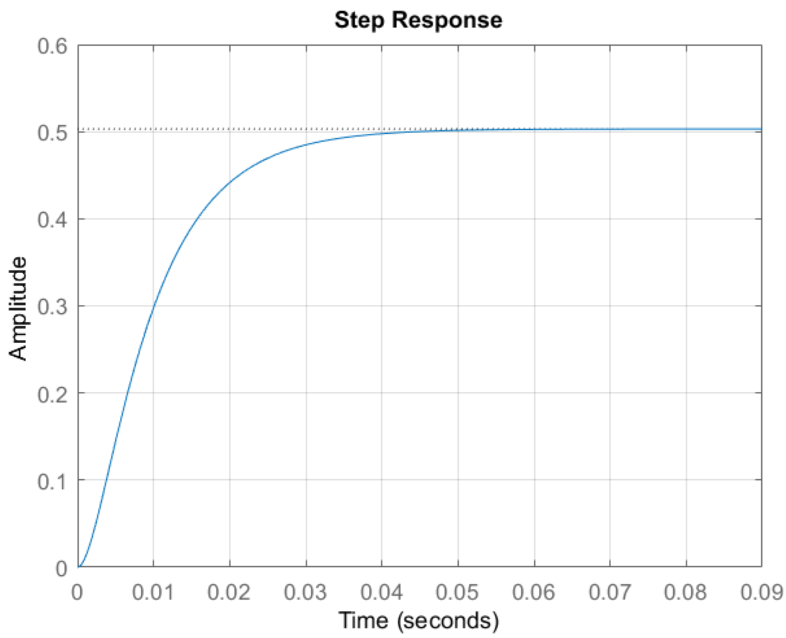
Figur 13 - Bode Diagram generet af MATLAB

5. Simuler et stepresponse når blackbox'en indgår i en lukket sløjfe med enhedstilbagekobling som i spm.3.

```
G=zpk([],[-52, -500] , 26320)

R=1;
E=feedback(G,R);

step(E)
grid on
```



Figur 14 - Step Response generet i MATLAB

Den stationære værdi ses værende 0,5, hvilket også passer med teorien om at kun den halve inputspænding opnås.