

Introduktion til Reguleringsteknik Eksamensforberedelse

Jonas Lind

16-08-2017

Indhold

1	Øvelse 1 - Modellering af Blackbox	2
2	Øvelse 2 - Modulering af DC-motorstand	3
3	Øvelse 3 - Optimering af Blackbox	5
4	Øvelse 4 - DC-motoren som positionsservo	7
5	Øvelse 5 - Blackbox med tidsforsinkelse og digital Lead regulator	9
6	Øvelse 6 - DC-motoren som positionsservo med digital Lag- regulator	10

1 Øvelse 1 - Modellering af Blackbox

Formål med Øvelse 1 er at finde overføringsfunktionen for Blackbox med frekvenskarakteristikker og stepresponset. Blackboxen skal repræsentere en ukendt "proces".

Forberedelse for Øvelse 1 er forklaring af hvordan 1. og 2. ordenssystemer ser ud med et steprespons og deres reelle poler og komplekse poler. (side 3-4)

- $\frac{1}{\alpha}$ = Tidskonstanten. Denne måles ved 63 % af slutværdien.
- T_r = Risetime, Denne måles fra 10 % til 90 %.
- T_s = Setlingtime. Denne er når responset har nået 98 % af den endelige værdi.
- Overføringsfunktionen $G(s) = \frac{K}{s+\alpha}$

Hvorledes bodeplot ser ud for 1. og 2. ordenssystemer. (side 5)

- 1. ordens system har en pol der falder med 20dB pr. dekade og har et fasedrej på 45° ved knækfrekvensen, 3 dB frekvensen, 90° i alt.
- 2. ordens system har to poler, hvor hver pol falder med 20dB pr. dekade, 40 dB i alt. Har et fasedrej på 180° i alt.

Bestemme systemes stationære fejl overfor step- og rampe input. (side 6)

- Stationær fejl ved stepinput $K_p = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{5000}{(s+50)(s+1000)} = 1$
– $e(\infty) = \frac{1}{1+K_p} = \frac{1}{2}$
- Stationær fejl ved rampeinput $K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{5000}{(s+50)(s+1000)} = 0$
– $e(\infty) = \frac{1}{K_v} = \infty$

Udformning af G1 så stationære fejl reduceres.

- Større forstærkning K_p .
- Tilføj et integrationsled $\frac{1}{s}$ på step og to integrationsled $\frac{1}{s^2}$ på rampe.

Praktisk for Øvelse 1 er identificering af $G(s)$ ud fra stepresponset. (side 8)

- τ 19.2 ms
- $\alpha = \frac{1}{\tau} = 52$
- $G(s) = \frac{\alpha}{s+\alpha} = \frac{52}{s+52}$

Identificere $G(s)$ ud fra målepunkter og indsætte asymptoter. (side 10-11)

- Lave et frekvenssweep og aflæse frekvens, amplitude og fase.
- Tegne 20 dB pr. dekade og 40 dB pr. dekade asymptotet på bodeplot og derved se overføringsfunktion $G(s)$.
 - Knækfrekvensen findes til at være ved 9 Hz og giver en pol ved $8 \text{ Hz} \cdot 2\pi \approx 56$.
 - Ved ca. 230 Hz ses grafen falde 40 dB pr. dekade kan endnu en pol findes ved $230 \text{ Hz} \cdot 2\pi \approx 1445$.

Måling af stationære fejl, $V_{out} - V_{in}$. (side 12)

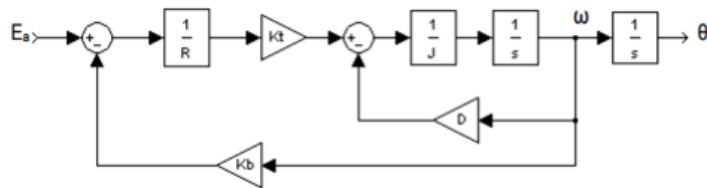
- K_p findes og derved kan den stationære fejl beregnes $K_p = A_{in} - A_{out} = 1 - 0,51 = 0,49$
– $e(\infty) = \frac{1}{1+K_p} = \frac{1}{1+1} = 0,5$

2 Øvelse 2 - Modulering af DC-motorstand

Formål med Øvelse 2 at bestemme overføringsfunktionen af motoren ud fra blokdiagram og databladet. Ved et steprespons bestemmes den faktiske overføringsfunktion af hele motorstanden.

Forberedelse for Øvelse 2 er at bestemme overføringsfunktionen af motoren ud fra blokdiagrams manipulation. Blokdiagrammets parametre i SI-enheder findes i motorens datablad.

- Formel og blokdiagrammet over motor er udleveret.
- Bestemmelse af overføringsfunktionen ud fra blokdiagrammet. (side 4-5)



Figur 1: Blokdiagram for motorstanden.

$$G_{\omega}(s) = \frac{\omega(s)}{E_a(s)} = \frac{K_t}{DR + K_b K_t + JRs} \quad (1)$$

$$G_{\theta}(s) = \frac{\theta(s)}{E_a(s)} = \frac{K_t}{s(DR + K_b K_t + JRs)} \quad (2)$$

Bestemmelse af parametre i SI-enheder ud fra databladet. (side 6)

- K_b = proportional faktor = (modinduceret spænding) V s rad⁻¹ (volt-seconds/radian)
- R = ankermodstand = 17.73 Ω
- $K_t = K_b$ = proportional faktor = drejningsmoment = 43.9 mN A⁻¹ (newton-meters/ampere)
- J = inertimoment = 10.5 g cm²
- D = væskefriktionskoefficienten

De to stationære ligninger bruges til at bestemme væskefriktionskoefficienten D (side 6).

- $E_a = R_a I_a + K_b \omega$
- $T_m = K_t I_a = D \omega$

$$D = \frac{T_m}{\omega} = 1,16 \cdot 10^{-6} \text{ N m } \frac{\text{s}}{\text{rad}} \quad (3)$$

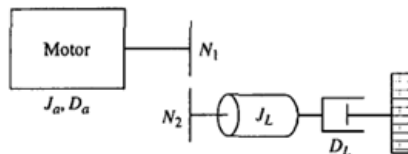
Ved at indsætte værdier i overføringsfunktionen $G_{\omega}(s)$ vises at $G_{\omega}(s) \approx \frac{2358}{s+105}$. (side 6)

Værdierne i $G_{\omega}(s)$ findes ud fra et stepresponse.

- α findes ved at måle tidskonstanten på et steprespons $\alpha = \frac{1}{\tau}$
- Forstærkningen K findes ved at måle DC forstærkningen $K_{DC} = \frac{|V_{in}|}{|V_{out}|}$

Belastning med anden inertimoment og væskefriktion. (side 7)

- $D = D_a + D_b(\frac{N_1}{N_2})^2$
- $J = J_a + J_b(\frac{N_1}{N_2})^2$



Figur 2: Gearing.

Ændring af blokdiagram så K_b tages ud lige efter K_t -blokken. (side 7)

Ændring af blokdiagram, så K_b går til midterste sumpunkt. (side 8)

Ændring af blokdiagram, så selvinduktion kommer med. (side 8)

- Den samlede impedans = $R + Ls$

Praktisk for Øvelse 2 at identificere motorstandens parametre ved målinger.

Måling af motorens ankermodstand fastholdt i forskellige stillinger. (side 10)

- Når motoren "kører" vil der være andre kræfter, som spiller ind, blandt andet spolevirkning i motoren.

Måling af langsomste omdrejningstal og beregning af hurtig omdrejningstal. (side 9)

- Måling af $\omega = 45 \text{ rpm} = \frac{45}{60 \text{ s}} 2\pi 24 = 113.09 \text{ rad s}^{-1}$
- Beregning af $\omega_{tacho} = \frac{0.56 \text{ V}}{\frac{0.52 \text{ V}}{1000 \text{ rpm}}} \frac{1000 \text{ rpm}}{60 \text{ s}} 2\pi = 112.78 \text{ rad s}^{-1}$

Bestemmelse af motorstandens overføringsfunktion ud fra stepresons. (side 10-11)

- Bestem K_{ms} , α_{ms} og τ_{ms} for motorstanden.
 - DC-forstærkningen K_{DC} findes ved $\frac{\omega}{E_a} = 22,62$
 - Hvorved motorstandskonstanten K_{ms} nu kan findes $K_{DC} \cdot \alpha_{ms} = 611,43$
 - $G_{ms}(s) = \frac{K_{ms}}{s + a_{ms}} = \frac{611,42}{s + 27,03}$

Amplitude og fasekarakteristik ud fra -3dB punktet. (side 11-12)

- 3 dB amplituden findes ved $\frac{595 \text{ mV}}{\sqrt{2}} = 421 \text{ mV}$
- 3 dB frekvensen findes ud fra polen $\frac{\alpha_{ms}}{2\pi} = 4.3 \text{ Hz}$
 - Fasen ved 3 dB frekvensen 4.3 Hz findes til ca. 48° .
 - Fasen ved 3 dB amplituden 422 mV findes til ca. 39° .

Steprespons direkte fra funktionsgenerator. (side 13)

- Modstanden er nu ankermodstanden i serie med 50Ω fra udgangen af funktionsgeneratoren.
- Indgangssignal får ikke strøm nok da den begrænses.

3 Øvelse 3 - Optimering af Blackbox

Formål med Øvelse 3 er at opbygge et reguleringssystem, hvor Blackboxen indgår i en lukket sløjfe. Blackboxens model blev udmålt i Øvelse 1 til $G(s) = \frac{50000}{(s+50)(s+1000)}$.

Forberedelse for Øvelse 3 dimensioneres en P-, en PD- og en PI- regulator ud fra givne dynamiske og statiske systemkrav.

Amplitude og fasekarakteristik over systemet (blackbox) afbildes. Bruges til dimensionering af de forskellige regulatorer. (side 2)

G(s) reguleres med en P-regulator $G_c(s) = K_p$ som giver et %OS på 5 %. (side 3)

- Forskellige K_p værdier blev prøvet og ved 21 dB (11gg) blev %OS = 5 %.
- Fra steprespons kunne den stationære fejl og T_r aflæses.
 - $e(\infty) = 1 - 0,917 = 0,083$, $T_r = 2.66$ ms, %OS aflæst til 5.52 %.
 - På bodeplot fås værdierne $\omega_{\theta m} = 491$ rad s⁻¹ og $\theta_m = 69.7^\circ$.

Gentag samme procedure for 5 % OS bare med 30 % OS (side 4).

- Forskellige K_p værdier blev prøvet og ved 32.5 dB (42gg) blev %OS = 30 %.
- Fra steprespons kunne den stationære fejl og T_r aflæses.
 - $e(\infty) = 1 - 0,977 = 0,023$, $T_r = 0.958$ ms, %OS aflæst til 30 %.
 - På bodeplot fås værdierne $\omega_{\theta m} = 1290$ rad s⁻¹ og $\theta_m = 40.1^\circ$.

Design en Lead-regulator der reducerer %OS til 5 %, med båndbredde = 1290 rad s⁻¹. (side 5-6)

- Design regulator ud fra arket Analysis- and Design Procedure.
- Hvor meget fasemarginen skal forøges for at opnå 5 % OS.
- β = afstanden mellem nulpunkt og pol, giver fasebølen.
- T = placering af fasebølen.
- Samlet forstærkning skal reguleres så processen og regulatoren har forstærkningen 1 = 0 dB. Derved findes værdien for K_c .
- Den stationære fejl findes ud fra stepresponset.
 - $e(\infty) = 1 - 0,964 = 0,036$, $T_r = 1.06$ ms, %OS aflæst til 5.47 %
 - På bodeplot fås værdierne $\omega_{\theta m} = 1280$ rad s⁻¹ og $\theta_m = 65.6^\circ$.
- Fasemarginen er blevet forøget og DC-forstærkningen ikke er blevet forringet.

PI-regulator (lag) dimensioneres så stationære fejl fjernes, ud fra opgave (b). (side 7-8)

- Den stationære fejl ønskes fjernet helt og derved må α være uendelig stor.
 - Herved ændres overføringsfunktionen og kaldes nu for en integralregulator.
- Nulpunkt placeres 10 gange under fasemarginsfrekvensen θ_m for ikke at påvirke denne.
- Bodeplot af Lag-regulator viser en negativ fase på 6°.
 - Fasemarginen bliver herved lidt anderledes end beregnet.
- Lag regulatoren hæver DC forstærkningen og formindsker den stationære fejl.
- Fasemarginfrekvensen er den samme.

Praktiske del for Øvelse 3 er at anvende de regulatorer der blev designet i forberedelsen.
P-regulator

- Justere forstærkningen K_p , vise værdier for error, %OS og risetime. (side 9)
 - Større forstærkning = mindre error, større %OS og mindre risetime.
- Indstil K_p så der kommer 5 % OS og bestem error og risetime.
 - $e(\infty) = 40,2 - 38,6 = 1.6 \text{ mV}$, $T_r = 2.8 \text{ ms}$
- Indstil K_p så der kommer 30 % OS og bestem error og risetime. (side 10)
 - $e(\infty) = 39,0 - 38,2 = 0.8 \text{ mV}$, $T_r = 900 \mu\text{s}$

PD-regulator

- Brug værdier fra beregnet Lead-regulator og se om 5 % OS holder. (side 11)
 - Der måles 18 % OS, anvendt forkert K_p .
- Stationære fejl og risetime bestemmes.
 - $e(\infty) = 38,6 - 38,2 = 0.4 \text{ mV}$, $T_r = 490 \mu\text{s}$

PI-regulator

- Indstilling af K_p så 5 % OS. (side 12)
- PI-regulator indstilles så stationære fejl fjernes men med samme 5 % OS.
 - Fortsat en stationær fejl på 1 mV.
- Når nulpunktet flyttes tættere på fasemarginsfrekvensen og oversvinget bliver større.
 - T_I øges = den stationære fejl bliver forværret og settling time bliver kortere.

PID-regulator

- PID-regulator eliminerer oversving og steady-state error. Desuden formindskes T_r . (side 13)
- Prøve sig frem med 5 % OS og lille risetime.
 - P bestemmer T_r . Hvis den øges så forbedres risetime.
 - I fjerner steady-state-error, men forøger oversving.
 - D formindsker oversving.

4 Øvelse 4 - DC-motoren som positionsservo

Formål med Øvelse 4 er at opbygge et positions reguleringsystem (positionsservo). Ud fra nogle systemkrav dimensioneres en lead-regulator og virkningen af en P, PI og Lead regulator afprøves. I denne øvelse kobles potentiometeret til måling af vinkeldrejningen. En effektforstærker og en Control box bruges til at realisere regulator-parametrene.

Forberedelse for Øvelse 4 er at dimensionere en Lead-regulator ud fra givne dynamiske og statiske systemkrav. Systemoversigt blev givet samt parametre for modellen og overføringsfunktion med værdier.

P-regulator

- Største K_c værdi findes med %OS < 5 %. Observere %OS, setlingtime og error. (side 3)
 - $K_c = 39, 4.69\%$ OS og setlingtime = 253 ms, den stationære fejl $e(\infty) = 0$.
- Amplitude og fasekarakteristik ud fra K_c værdi. Fasemargin og Fasemarginfrekvens findes. (side 4)
 - $\omega_{\theta m} = 15.4 \text{ rad s}^{-1}$ og $\theta_m = 65^\circ$.
- Den stationære fejl beregnes med værdier fra a) når det er rampeinput. (side 4)
 - $K_v = 16, 95$ og $e(\infty) = 23.6 \text{ mV}$.
- Simulering af step og ramperespons med og uden PI-regulator. (side 5)

PI regulator anvendes ikke længere, herefter øges forstærknigheden K_p .

- $K_c = 90$ gg. Lav bodeplot og steprespons. (side 6)
 - Mindre fasemargin $\theta_m = 48.4^\circ$, højere fasemarginfrekvens $\omega_{\theta m} = 29.3 \text{ rad s}^{-1}$, større %OS = 19.7 % og større setlingtime.

Lead-regulator

- Dimensionering med %OS < 5 % og fasemarginfrekvens $\omega_{\theta m} = 29.3 \text{ rad s}^{-1}$ (side 8)
 - Beregninger ud fra formler/kurver som beskrevet i Analysis and Design Procedure.
- Dimensionering af PD regulator ud fra lead-regulator.
 - Beregninger og overføringsfunktion for PD regulator.
- Bodeplot for lead-regulatoren. (side 9)
 - Fasemargin hævet med $\omega_{\theta m} \approx 16 \text{ rad s}^{-1}$ og fasemarginfrekvens fortsat den samme.
- Steprespons for lead-regulator. (side 10)
 - Væsentlig mindre oversving med 3.66 % OS og forbedret setlingtime.

Praktisk for Øvelse 4 er at tilslutte et 10-turns-potentiometer til vinkelmåling på motorakslen. Herefter anvendes de regulatorer der blev designet i forberedelsen.

Indstilling af Control box $K_p = 1$ og vippekontakten til x10. (side 10)

- Når gain sættes til x10 bliver motoren mere følsom, mindre statisk fejl.
- 300 mV-500 mV nås allerede ved 30 mV-50 mV og den reagerer derfor hurtigere.

P-regulator

- Justering af K_p så %OS < 5 % og sammenlign med forberedelsens værdier. (side 11)

- Samme indstillinger for funktionsgenerator, men nu med trekantskurve. Sammenlign stationær fejl med forberedelsen (side 12)

PI-regulator

- Indsættelse af PI regulator fra forberedelsen. Sammenlign den stationære fejl. (side 12)
 - Den stationære fejl er blevet væsentlig formindsket, men der opstår et større %OS.
- Med firkant ind, iagtag %OS og formindsk T_i og iagtag igen %OS. (side 13)
 - Mindre T_i resulterer i et større %OS og større setlingtime.
- Formindsk forstærkning og iagtag %OS (side 13)
 - Mindre gain resulterer i en langsommere setlingtime og større %OS.

PI-regulator anvendes ikke.

- Forstærkning $K_{pa} = 90gg$. Og kig %OS. (side 14)
 - 22.8 % OS

Realisere den lead-regulator fra forberedelsen og sammenlign resultater. (side 14)

- Forbedret lead-regulator med justerede værdier for K_c , T_D og T_L .

5 Øvelse 5 - Blackbox med tidsforsinkelse og digital Lead regulator

Formål med Øvelse 5 er at opbygge et digitalt reguleringssystem, hvor Blackboxen indgår samt er der nu også sættes en tidsforsinkelse ind i åbensløjfen. Der ses på hvorledes tidsforsinkelser og valg af samplingfrekvens påvirker reguleringssystemer.

Forberedelse for Øvelse 5 undersøges virkningen ved både den højest og lavest anbefalede samplingsfrekvens iflg. Åstrøm og Wittenmark. Herefter designes en analog lead-regulator således, at der kompenseres for tidsforsinkelsen. Til sidst beregnes den digitale lead-regulator ved en bilinear transformation.

Udgangspunkt i den analoge proportionalregulator fra Øvelse 3, OS=30 %, $K_p = 42$, $\omega_{\theta m} = 1300 \text{ rad s}^{-1}$.

Virkningen af den højest og lavest anbefalede samplingsfrekvens iflg. Åstrøm og Wittenmark. (side 3)

- Udregning af højest og lavest samplingfrekvens $\frac{0.15}{\omega_{\theta m}} \leq T \leq \frac{0.5}{\omega_{\theta m}}$.
 - Sample intervallet T medfører en forsinkelse af signalet på $\frac{T}{2}$.
- Bodeplot og steprespons.
- Fasemarginen er mindre ved den lave samplingsfrekvens i forhold til den høje samplingsfrekvens.

Indsættelse af tidsforsinkelse = 0.8 ms. (side 4-5)

- Beregning af fasebidrag.
- Forventet reaktion af systemet.

Design analog lead-regulator der kompenserer for tidsforsinkelse. (side 5-6)

- Beregninger via Analysis and Design Procedure.
- Tidsforsinkelsen er ikke medtaget for lead-regulatoren da den ikke bidrager med forstærkning.
- Fasemargin hævet til $\theta_m = 40.5^\circ$.

Beregning af digital lead-regulator. (side 8-9)

- Størst anbefalede og 10 gange mindre.
- Bestemmelse af overføringsfunktion $G_0(z)$ samt beregning af overføringsfunktionerne.
- Steprespons for begge samplingsfrekvenser.

Praktisk for Øvelse 5 med samme opstilling af systemet som i Øvelse 3. Dog er der tilføjet en PSoC der udgør den digitale regulator og "Processens" tidsforsinkelse, T_D .

- Højeste og laveste sample frekvens indflydelse på systemet. (side 11)
 - Ved laveste samplefrekvens fås %OS = 68 %
 - Ved højeste samplefrekvens fås %OS = 48 %.
- Indflydelse af tidsforsinkelse på processen. (side 12)
 - Systemet bliver ustabilt ved $K_p = 42$.
 - Forstærkningen sænkes indtil systemet er netop stabilt, $K_p \approx 32$, ca. 150 Hz.
 - Systemet bliver ustabilt ved $\omega_{\theta m} = 1300 \text{ rad s}^{-1}$.
 - Den målte frekvens hvor systemet begynder at oscillere er lidt under fasemarginfrekvensen $\omega = 150 \text{ Hz} \cdot 2\pi \approx 950 \text{ rad s}^{-1}$.
- Virkningen af den digitale lead-regulator ved steprespons. (side 14)
 - Den lave samplingfrekvens benyttes, da forstærkningen ikke kan realiseres på udstyret.
 - %OS ligger lavere end forberedelserne.

6 Øvelse 6 - DC-motoren som positionsservo med digital Lag-regulator

Formål med Øvelse 6 er at opbygge et digitalt reguleringssystem, hvor motorstanden indgår samt er der nu også tilføjes en tidsforsinkelse. Der ses på hvorledes tidsforsinkelser og valg af samplingfrekvens påvirker reguleringssystemer.

Forberedelse for Øvelse 6 undersøges virkningen ved både den højest og lavest anbefalede samplingsfrekvens iflg. Åstrøm og Wittenmark. Herefter undersøges lag-regulatorens forventede påvirkning af stationære- og dynamiske egenskaber. Til sidst beregnes den digitale lag-regulator ved en bilineær transformation.

Overføringsfunktion er givet og fasemargin og fasemarginfrekvens undersøges med matlab.

PSoC sættes ind efter controlbox og indvirkning af samplingsfrekvenser, Åstrøm og Wittenmark (side 3)

- Udregning af højest og lavest samplingfrekvens $\frac{0.15}{\omega_{\theta m}} \leq T \leq \frac{0.5}{\omega_{\theta m}}$.
 - Sample intervallet T medfører en forsinkelse af signalet på $\frac{T}{2}$.
- Bodeplot og steprespons.
- Fasemarginen er mindre ved den lave samplingsfrekvens i forhold til den høje samplingsfrekvens.

Indsættelse af tidsforsinkelse og beregning af fasebidrag. (side 5)

- Fasebidraget er lille da systemet har lille båndbredde, $\theta_m = 0.69^\circ$.
- Derfor ingen grund til at medregne tidsforsinkelse.

Indsættelse af lag-regulator og dens påvirkning på systemet. (side 6)

- Overføringsfunktion givet.
- Regulator ikke designet rigtigt da faseboble er 5 gange under fasemarginfrekvensen.
 - Anbefaling er 10 gange under fasemarginfrekvensen.
 - Giver et større negativt fasebidrag, $\theta_m \approx 9^\circ$.

Simulering med ramperespons med højst anbefalede samplingsfrekvens (side 7-8)

- Er et type 1 system så ved steprespons vil fejl = 0.
- Beregning af den stationære fejl teoretisk og sammenligning med simuleringen.
 - $K_v = \lim_{s \rightarrow 0} (s \cdot G_c(s) \cdot G(s))$

Praktisk for Øvelse 6 er at se påvirkningen af tidsforsinkelsen ved højeste og laveste samplingsfrekvens.

System koblet op som analog, uden PSOC og kontrol af %OS < 5 %. (side 9)

Indflydelse af samplingsfrekvenser på systemet. (side 9-10)

- Større samplingsfrekvens = mindre %OS.

Digitale lag-regulator indsat, med rampeinput. (side 10-11)

- De stationære egenskaber er væsentligt forbedret med lag-regulatoren.
 - Mindre stationær fejl, medfører lidt større oversving.