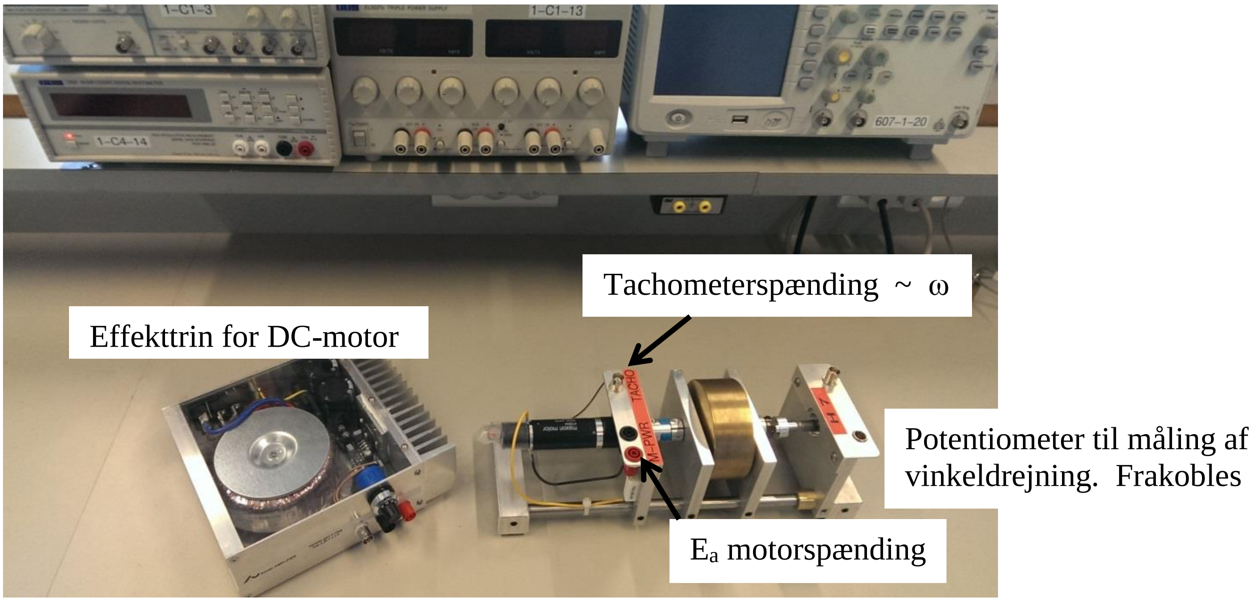
Øvelse 2

Modulering af DC-motorstand

Jonas Lind	201507296
Tais Hjortshøj	201509128
Marcus Andersen	201508863

Øvelsesobjektet

Øvelsesobjektet består af en færdigmonteret motorstand (se billedet): Motor med tachometer, gear og ekstra inertibelastning er monteret samlet, og udgør reguleringsobjektet.
Tillige bruges et storagescope, funktionsgenerator og Effekttrin for DC-motor.



Formål

- At underbygge forståelsen fra lærebogens gennemgang af motormodellen
- Ud fra motorens model, at arbejde med blokdiagrammer.
- Ved måling i laboratoriet, at få bestemt modellen for en DC-motor med belastning.
- Ved direkte at måle de enkelte parametre i motorens model, ud fra et stepresponse og ved hjælp af frekvensresponse (Bodeplot)
- At indøve brugen af Matlab
- At indøve brugen af samspillet mellem teori, måling og simulering.

Generelt om motoren

Jvf. lærebogens gennemgang af motorens model.

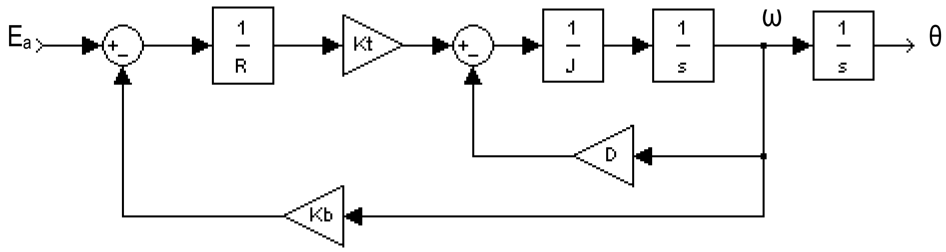
Når motoren er i sin **stationære** tilstand, dvs. hverken under opstart eller nedbremsning gælder følgende 2 stationære ligninger:

$E_a = R_a I_a + K_b \omega$
$T_m = K_t I_a$

Dynamisk gælder følgende ligning.

$$\frac{\theta_m(s)}{E_a(s)} = \frac{\frac{K_t}{R_a J_m}}{s\left(s + \frac{1}{J_m}\left(D_m + \frac{K_t K_b}{R_a}\right)\right)}$$

Nedenfor er vist et blokdiagram svarende til denne model med (L_a = 0).



Ofte udelades den sidste integrationsblok, og motoren betragtes som en hastighedsgiver med overføringsfunktionen:

$$G_\omega(s) = \frac{\omega(s)}{E_a(s)} = \frac{K_m}{s + \alpha_m} = \frac{K_{vm}}{1 + \tau_m s} \text{ hvor } \alpha_m = \frac{1}{\tau_m} \quad \text{og} \quad \tau_m \text{ er motortidskonstanten}$$

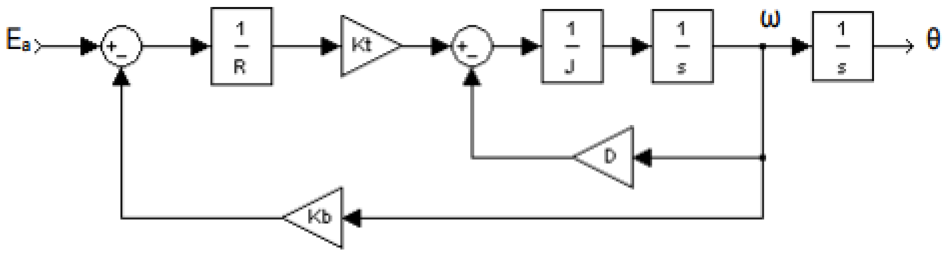
Forberedelse

a) Bestem overføringsfunktionen: $G_\omega(s) = \dfrac{\omega(s)}{E_a(s)}$ samt $G_\theta(s) = \dfrac{\theta(s)}{E_a(s)}$

ud fra blokdiagrammet ovenfor, og sammenlign med bogens udtryk.

K_t = N-m-A (newton-meters/ampere)
K_b = V-s/rad (volt-seconds/radian)

Finder først ω(s) og θ(s) udfra:



Ved hjælp af blokdiagram manipulation kan følgende ligninger opstilles:

$$\omega(s) = \frac{\left(\frac{1}{R}\cdot Kt\cdot \frac{\left(\frac{1}{J}\cdot\frac{1}{s}\right)}{1+\left(\frac{1}{J}\cdot\frac{1}{s}\right)\cdot D}\right)}{1+\left(\frac{1}{R}\cdot Kt\cdot \frac{\left(\frac{1}{J}\cdot\frac{1}{s}\right)}{1+\left(\frac{1}{J}\cdot\frac{1}{s}\right)\cdot D}\right)\cdot Kb}\cdot E_a$$

$$\theta(s) = \frac{\left(\frac{1}{R}\cdot Kt\cdot \frac{\left(\frac{1}{J}\cdot\frac{1}{s}\right)}{1+\left(\frac{1}{J}\cdot\frac{1}{s}\right)\cdot D}\right)}{1+\left(\frac{1}{R}\cdot Kt\cdot \frac{\left(\frac{1}{J}\cdot\frac{1}{s}\right)}{1+\left(\frac{1}{J}\cdot\frac{1}{s}\right)\cdot D}\right)\cdot Kb}\cdot \frac{1}{s}\cdot Ea$$

Overføringsfunktionen for $G_\theta(s)$ er lig med det ovenstående divideret med $E_a(s)$. Det kan simplificeres og omskrives så det ligner bogens svar:

$$G_\theta(s) = \frac{\left(\frac{1}{R}\cdot Kt\cdot\frac{\left(\frac{1}{J}\cdot\frac{1}{s}\right)}{1+\left(\frac{1}{J}\cdot\frac{1}{s}\right)\cdot D}\right)}{1+\left(\frac{1}{R}\cdot Kt\cdot\frac{\left(\frac{1}{J}\cdot\frac{1}{s}\right)}{1+\left(\frac{1}{J}\cdot\frac{1}{s}\right)\cdot D}\right)\cdot Kb}\cdot\frac{1}{s} \xrightarrow{simplify} G_\theta(s) = \frac{Kt}{D\cdot R\cdot s+s\cdot Kb\cdot Kt+J\cdot R\cdot s^2}$$

$$G_\theta(s) = \frac{Kt}{J\cdot R\cdot s\left(s+\frac{D}{J}+\frac{Kb\cdot Kt}{J\cdot R}\right)}$$

Dette stemmer overens med bogens svar:

$$G_{\theta Bogens}(s) = \frac{\frac{Kt}{R\cdot J}}{s\left(s+\frac{1}{J}\cdot\left(D+\frac{Kt\cdot Kb}{R}\right)\right)} \xrightarrow{simplify} G_{\theta Bogens}(s) = \frac{Kt}{J\cdot R\cdot s\left(s+\frac{D}{J}+\frac{Kb\cdot Kt}{J\cdot R}\right)}$$

Overføringsfunktionen for $G\omega(s)$ er næsten den samme men har ikke noget facit i bogen:

$$G_\omega(s) = \frac{\left(\frac{1}{R}\cdot Kt\cdot\frac{\left(\frac{1}{J}\cdot\frac{1}{s}\right)}{1+\left(\frac{1}{J}\cdot\frac{1}{s}\right)\cdot D}\right)}{1+\left(\frac{1}{R}\cdot Kt\cdot\frac{\left(\frac{1}{J}\cdot\frac{1}{s}\right)}{1+\left(\frac{1}{J}\cdot\frac{1}{s}\right)\cdot D}\right)\cdot Kb} \xrightarrow{simplify} G_\omega(s) = \frac{Kt}{D\cdot R+Kb\cdot Kt+J\cdot R\cdot s}$$

$$G_\omega(s) = \frac{Kt}{J\cdot R\cdot\left(\frac{D}{J}+\frac{Kb\cdot Kt}{J\cdot R}+s\right)}$$

b) I øvelsen anvendes en DC-motoren af typen skalrotor-motor. Fabrikatet er Maxon og er påmonteret et tachometer til at måle omdrejningstallet på motorakslen samt et gear med udvekslingen 24:1, hvor den langsomtgående aksel er udgangsakslen.
Klip fra databladet findes nedenfor.

Bestem blokdiagrammets parametre i SI-enheder ud fra databladets punkt: 1, 2, 3, 10, 12 og 16.

1 Nominal voltage	24 V
2 No load speed	5190 rpm
3 No load current	14,4 mA
10 Terminal resistance	17,73 Ω
12 Torque constant	43,9 mN/A
16 Rotor inertia	10,5 gcm^2

Væskefriktionskoefficienten D bestemmes ud fra pkt.2+3+12, idet det forudsættes at no-load betyder, at kun motorens egen væskefriktion er til stede, og data gælder ved nominel spænding. (Brug de to stationære ligninger).

De 6 værdier aflæses og D beregnes udfra de to stationære sætninger:

$Vn := 24\ V$ $\quad rpm := 5190$ $\quad \omega := \frac{rpm}{60} \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{rad}{s} = 543.496\ \frac{rad}{s}$ $\quad Ia := 14.4\ mA$ $\quad Ra := 17.73\ \Omega$

$Kt := 43.9 \cdot 10^{-3}\ \frac{N \cdot m}{A}$ $\quad J := 10.5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-4}\ kg \cdot m^2$ $\quad Kb := Kt = 0.044\ \frac{V \cdot s}{rad}$

$$Ea := Ra \cdot Ia + Kb \cdot \omega = 24.115\ V$$

$$Tm := Kt \cdot Ia = \left(6.322 \cdot 10^{-4}\right)\ N \cdot m$$

$$T_m = K_t \cdot I_a = D_{ms} \cdot \omega$$

$$D_m = \frac{K_t \cdot I_a}{\omega} = 1.16 \cdot 10^{-6}\ N \cdot m \cdot \frac{s}{rad}$$

c) Vis at $G_\omega(s) \approx \dfrac{2358}{s+105}\ \left[\frac{rad}{Vs}\right]$

Disse værdier indsættes i overføringsfunktionen.

$$G_\omega(s) := \frac{Kt}{J \cdot R \cdot \left(\frac{D}{J} + \frac{Kb \cdot Kt}{J \cdot R} + s\right)}$$

Mathcad kan ikke regne med enheder og de indsættes derfor manuelt.

$$G_\omega(s) := \frac{43.9 \cdot 10^{-3}}{10.5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-4} \cdot 17.73 \cdot \left(\frac{1.151 \cdot 10^{-6}}{10.5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-4}} + \frac{0.0439 \cdot 0.0439}{10.5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-4} \cdot 17.73} + s\right)} \rightarrow \frac{0.0439}{0.0000186165 \cdot s + 0.00194761723}$$

Mathcad kan ikke regne med enheder og de indsættes i stedet manuelt.

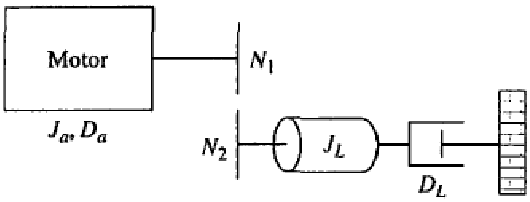
$$G_\omega(s) := \frac{\frac{0.0439}{0.0000186165}}{s + \frac{0.00194761723}{0.0000186165}} \xrightarrow{float,3} \frac{2358.0}{s + 105.0}$$

d) Hvorledes genfindes værdierne i $G_\omega(s)$ i et stepresponse.

- $G_\omega(s) = K \cdot \frac{a}{s+a}$
- $a = \frac{1}{\tau} = 105$
- $K = \frac{2358}{105} = \frac{786}{35} \approx 22{,}45714$
- τ findes ved 63% ved step.
- K er DC gain

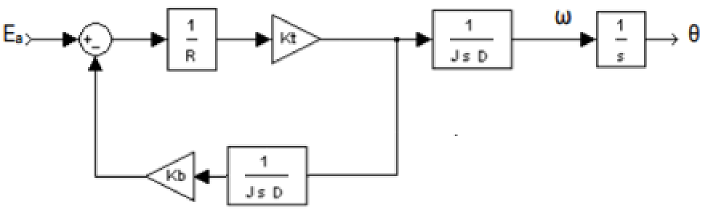
Supplerende spørgsmål

a) Såfremt motorakslen belastes med et inertimoment J_b og en væskefriktion på D_b gennem en gearing på: N_{last} / $N_{motor} = \theta_L / \theta_m = N_2 / N_1 = 1{:}24$, hvilke parametre i blokdiagrammet ovenfor vil da ændres og hvor meget.

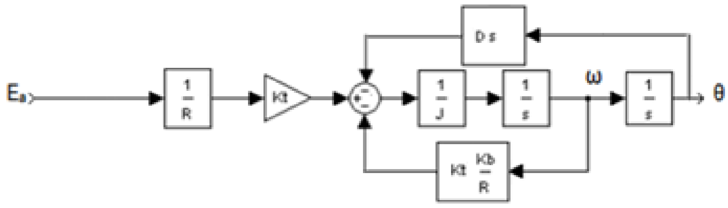


$$D = D_a + D_b\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \qquad J = J_a + J_b\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2$$

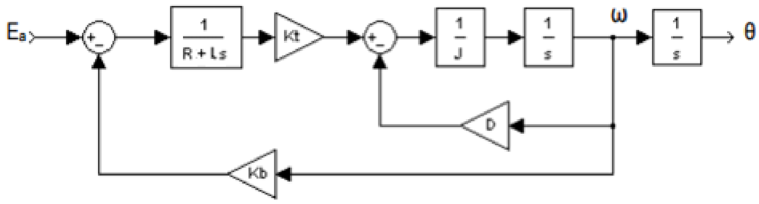
b) Kan blokdiagrammet ændres, så afgreningen der går til K_b tages ud lige efter K_t-blokken?



c) Tegn blokdiagrammet om, så udgangen af Kb-blokken går til det midterste sumpunkt og afgreningen til D-blokken hentes fra θ.



d) Hvordan ændres motorens blokdiagram, hvis selvinduktion, L_a, tages med?
- Blokken 1/R bliver til $1/R+L_a$ s da spolen sidder i serie med modstanden.



Øvelsen

I får udleveret den færdigmonteret motorstand, der består af:

- DC-motoren af typen: Maxon, datablad bagest.
- Den anvendte gearing er på $N_{last} / N_{motor} = \theta_L / \theta_m = N_2 / N_1 = 1:24$
- Direkte på motorakslen er påmonteret et tachometer, der afgiver en tilnærmet jævnspænding proportional med omdrejningstallet, datablad vedlagt.

I denne 1.del tilsluttes potentiometeret til vinkelmåling **ikke**, fjern sammenkoblingen ved at skubbe flangen væk.

Opgaven er nu at identificere motorstandens parametre.
Pas på at målingerne er taget under lineære forhold, dvs. uden at noget af det anvendte udstyr er gået i mætning.
Indekset **ms** står for **m**otor**s**tand.

1. Mål motorens ankermodstand, R_a, ved en strøm – spændingsmåling (DC) og med rotoren fastholdt i forskellige stillinger. Målingen foretages ved halv max. kontinuert strøm. Hvorfor virker denne måling ikke når motoren "kører"?

- Ud fra stationær ligning

$$R_a = \frac{E_a}{I_a} = \frac{5V}{290mA} = 17{,}24\Omega$$

2. Indstil ankerspænding til E_a = 5 Vdc.
   Mål sluthastigheden ved med et stopur, at bestemme den langsomtgående aksels omdrejningstal.
   - Sammenlign værdien med tachometerets værdi (omsætningsforholdet).
   - Mål ankerstrømmen I_a

$$I_a = 17mA$$

Vi sætter motoren i gang med at køre og tæller den til at køre 45 omdrejninger i minuttet.

$$\omega = 45\,rpm = \frac{45}{60s} 2\pi = 4{,}71 \frac{rad}{s}\ 24 = 113{,}09 \frac{rad}{s}$$

Tachometeret har en udgangsspænding pr. 1000 rpm = 0,52V. Aflæst i datablad

Tachometerets vinkelfrekvens pr. volt kan udregnes herved.

$$\frac{\omega_{tacho}}{V} = \frac{\frac{1000}{60} 2\pi}{0{,}52V} = 201{,}38 \frac{\frac{rad}{s}}{V}$$

Tachometerets udgangsspænding måles til 0,560V. Herved kan vinkelfrekvensen udregnes.

$$\omega_{tacho} = 201 \frac{\frac{rad}{s}}{V}\ 0{,}56V = 112{,}78 \frac{rad}{s}$$

Ved at indsætte i de stationære ligninger, kan $K_b = K_t$ beregnes.

D_{ms}, der udtrykker væskefriktionskoefficienten for hele motorstanden, beregnes ved at antage, at væskefriktion er den eneste belastning, så det udviklede moment $T_m = K_t I_a = D_{ms}\omega$

$$E_a = R_a I_a + K_b \omega$$

$$K_b = \frac{E_a - I_a R_a}{\omega} = \frac{5V - 17mA\ 17{,}24\Omega}{113{,}08\frac{rad}{s}} = 0{,}042\ N\frac{m}{A}$$

K_t er i databladet angivet til 43,9 mN m/A.

$$K_b = K_t$$

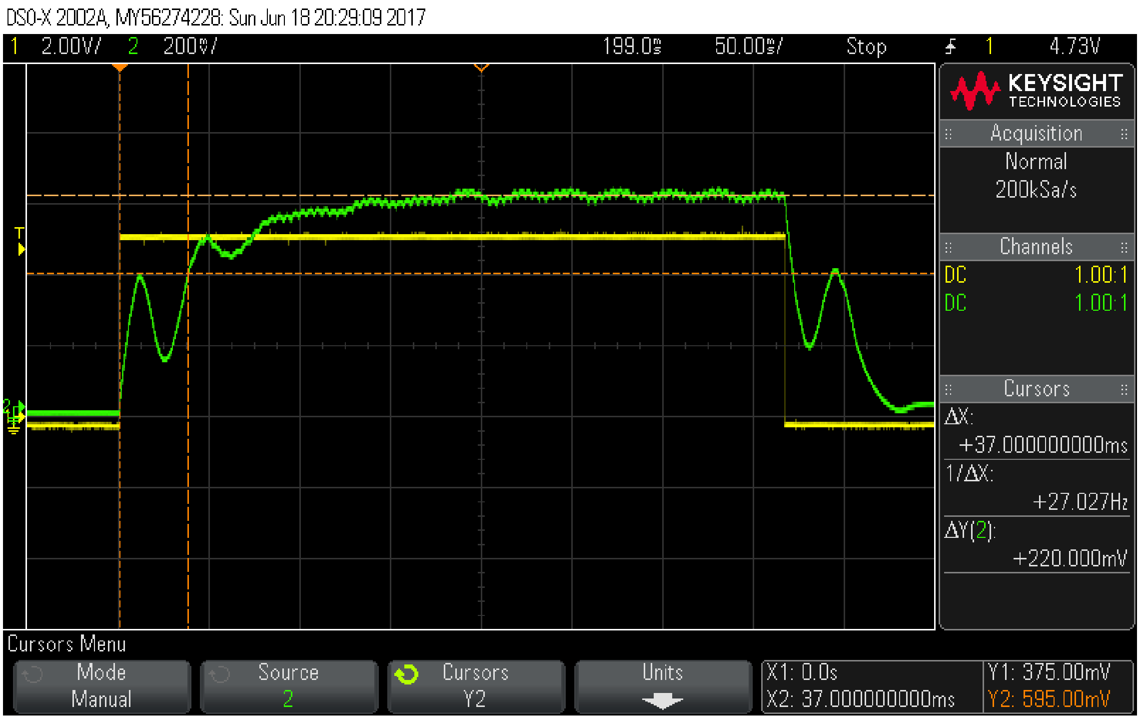
Torque kan udregnes udfra torquekonstanten K_t.

$$T_m = K_t I_a$$

Hvorved vi kan udregne væskefriktionskoefficienten.

$$D_{ms} = \frac{T_m}{\omega} = \frac{0{,}42N\frac{m}{A}17mA}{113{,}08\frac{rad}{s}} = 6{,}26\ \mu Nm\frac{s}{rad}$$

3. Bestem motorstandens overføringsfunktion $G_{ms}(s)$ ved at optage et passende stepresponse, f.x. med E_a = 5 V. Brug storagescope, effektforstærker og firkantgenerator til målingerne.



Bestem K_{ms} , α_{ms} og τ_{ms} for motorstanden.

$$\tau_{ms} = 37ms$$

$$a_{ms} = \frac{1}{\tau_{ms}} = 27{,}03$$

DC-forstærkningen kan findes.

$$K_{DC} = \frac{\omega}{E_a} = \frac{113{,}08\, rad/s}{5V} = 22{,}62$$

Hvorved vi nu kan finde motorstandskonstanten K_{ms}.

$$K_{ms} = K_{DC} * a_{ms} = 22{,}62 * 27{,}03 = 611{,}42$$

Motorstandens overføringsfunktion $G_{ms}(s)$ kan nu opskrives.

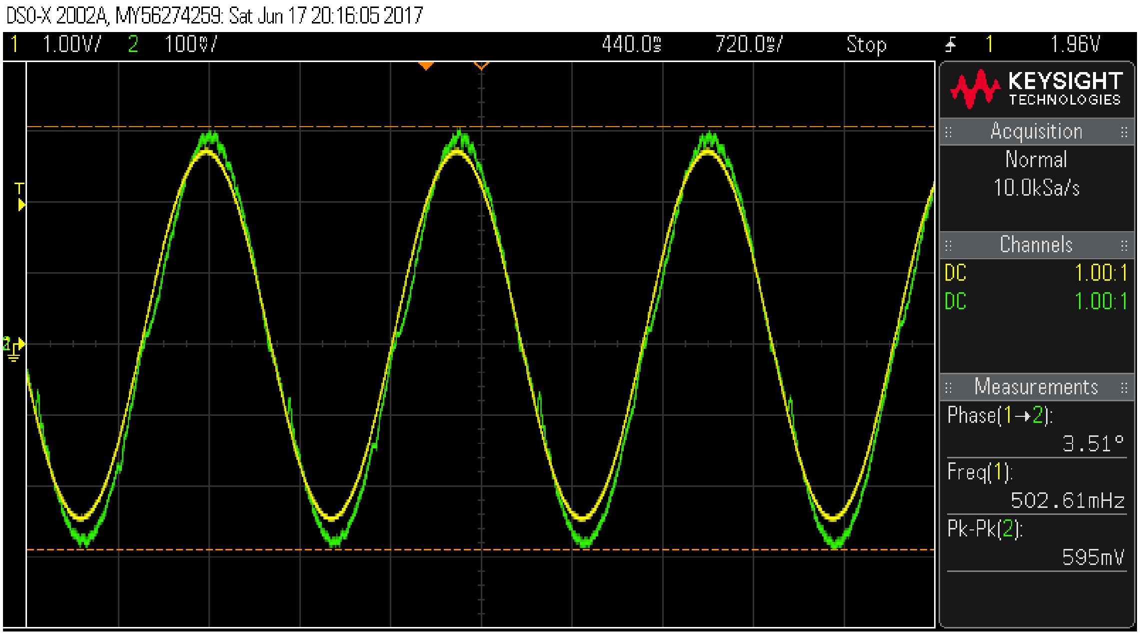
$$G_{ms}(s) = \frac{K_{ms}}{s + a_{ms}} = \frac{611{,}42}{s + 27{,}03}$$

Bestem derefter inertimomentet J_{ms} ud fra τ_{ms}'s definition i lign. (2-153)

$$a_{ms} = \frac{1}{J_{ms}}\left(D_{ms} + \frac{K_t K_b}{R_a}\right)$$

$$J_{ms} = \frac{1}{a_{ms}}\left(D_{ms} + \frac{K_t K_b}{R_a}\right) = 3{,}95\ 10^{-6}\ kg\ m^2$$

4. For at undersøge om K_{ms} og α_{ms} er korrekte, identificeres –3dB-punktet på en amplitude- og fasekarakteristik ved brug af funktionsgenerator, effektforstærker og storagescope.
Bemærk at scopets fase-måling er noget usikker pga. kurveformen (Measurement).

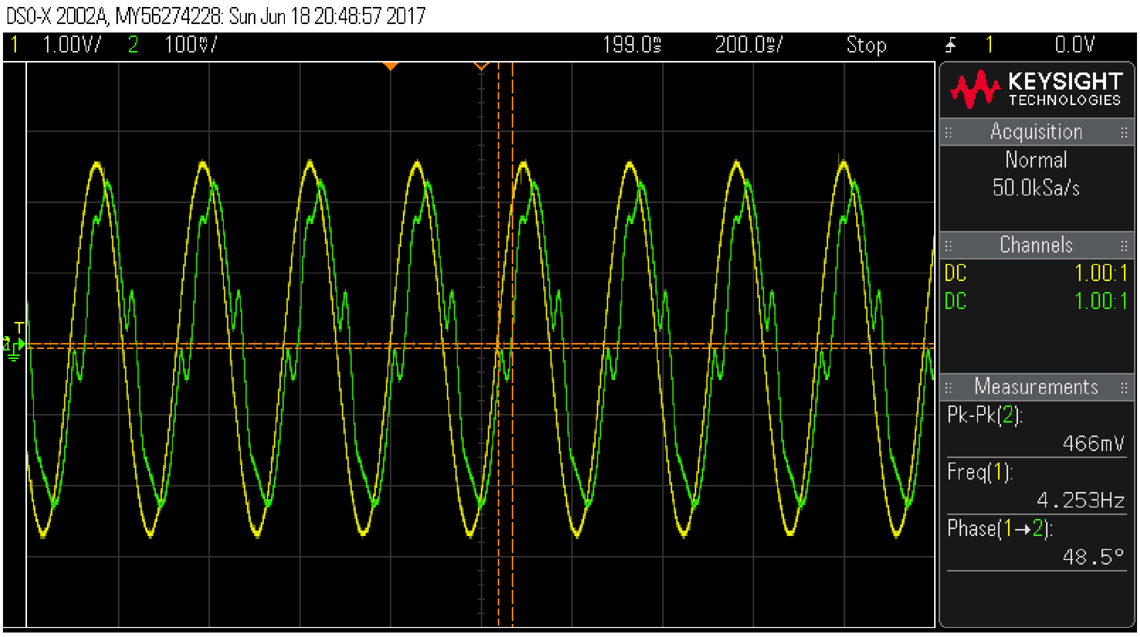


3dB amplituden findes.

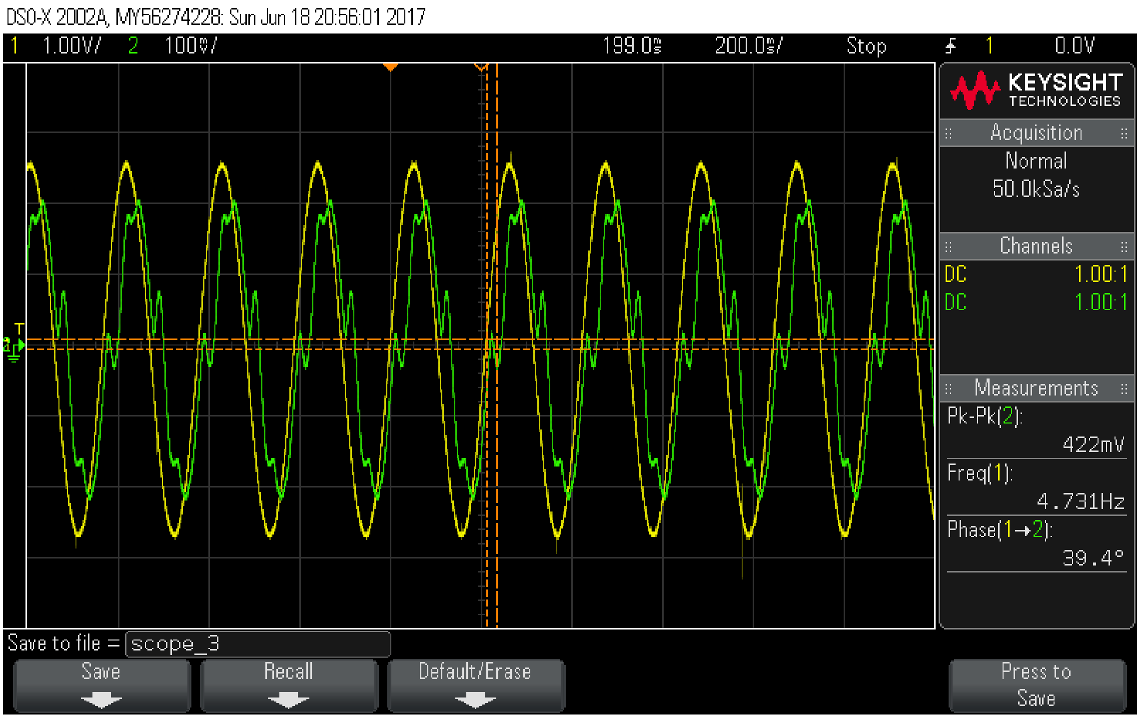
$$\frac{595mV}{\sqrt{2}} = 421mV$$

3dB frekvensen findes ud fra polen.

$$f_{3dB} = \frac{a_{ms}}{2\pi} = \frac{27{,}03}{2\pi} = 4{,}3Hz$$



Fasen ved 3dB frekvensen 4,25 Hz findes til ca. 48 grader.



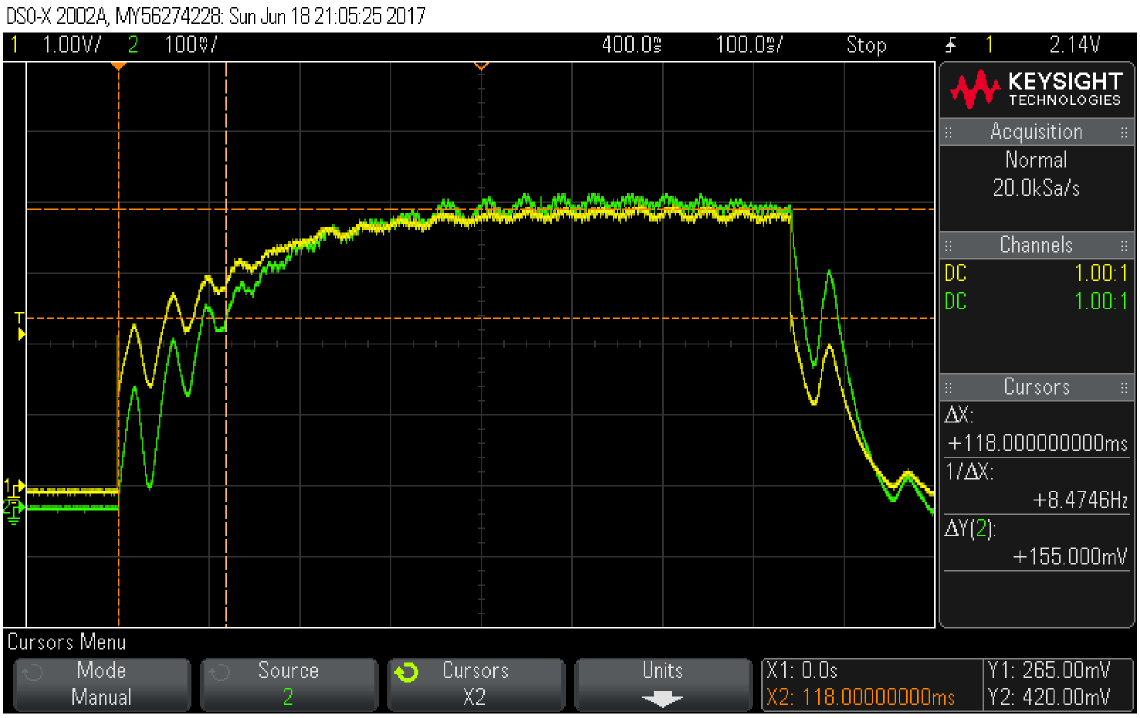
Fasen ved 3dB amplituden 422mV findes til ca. 39 grader.

5. Optag et stepresponse med et step direkte fra funktionsgeneratoren. Hvorfor fås nu et andet resultat, større tidskonstant.

   Modstanden er nu ankermodstanden er serie med 50Ω fra udgangen af funktionsgeneratoren. Dette begrænser strømmen.

$$I = \frac{5V}{17\Omega + 50\Omega} = 74{,}6mA$$

Strømmen måles til 72mA.



$$\tau = 118ms$$

$$a_{ny} = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{118ms} = 8{,}48$$

Hvis vi kigger på overføringsfunktionen G_ω kan det ses at når R bliver større bliver polen mindre.

Den fremkomne model bruges i en MATLAB-simulering, hvor stepresponse og frekvenskarakteristikker beregnes. Resultaterne sammenlignes, og fastlæg et passende model-kompromis, som I mener, repræsenterer opstillingen.