Aprendizagem Espectral em Modelos Ocultos de Markov

Jonas Rocha Lima Amaro

Instituto de Matemática Pura e Aplicada

Resumo

Modelos Ocultos de Markov são modelos versáteis para representar processos estocásticos e com isso, muitas perguntas podem ser feitas a cerca do processo partindo dos parâmetros do modelo. Neste trabalho, o leitor será introduzido à abordagem discreta de Modelos Ocultos de Markov e também à uma forma eficiente de resolver dois problemas: Calcular probabilidades de sequências; e calcular probabilidade da próxima observação dada a sequência de observações que o antecede. Finalmente, apresentaremos estudos comparativos que trazem em média uma redução de XX& no tempo a execução de rotinas se comparada à implementação mais comum.

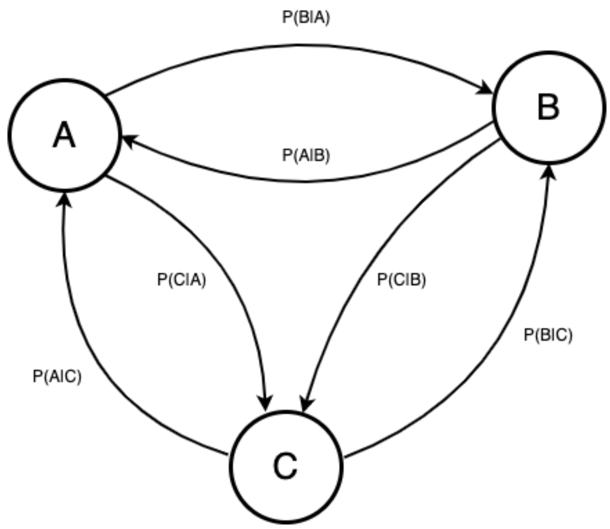

Figura 1: *Diagrama de estados.*

Introdução

Cadeia de Markov

Uma *Cadeia de Markov* é um processo estocástico no qual a probabilidade do próximo evento depende apenas do evento anterior. Neste trabalho focaremos apenas em modelos de tempo e estado discretos.

por um conjunto de estados E, $|E| = n \in \mathbb{N}$ e uma matriz transição $T \in \mathbb{R}^{n \times n}$ que relaciona cada estado de partida a uma probabilidade para o estado de chegada. É, por tanto, uma representação de fenômenos em séries de tamanhos variados de forma discreta cuja a probabilidade do estado seguinte só depende do estado atual

$$P(E_{t_{i+1}}|E_{t_1}, \ldots, E_{t_i}) = P(E_{t_{i+1}}|E_{t_i})$$

Por exemplo, considere um processo que cria sequências aleatórias de letras

$$ABCABACCACAB$$
$$BACABACAAC$$
$$BBABAAAACCACABABABAC$$

Para recuperar os estados, observe que, há no total que 20 ocorrências da letra A, 11 de B, e 11 de C, calculando cada probabilidade

$$P(A|A) = 4/20$$
$$P(B|A) = 8/20$$
$$P(C|A) = 8/20$$
$$P(A|B) = 8/10$$
$$P(B|B) = 1/10$$
$$P(C|B) = 1/10$$
$$P(A|C) = 7/9$$
$$P(B|C) = 0/9$$
$$P(C|C) = 2/9$$

Por tanto, a estimativa da matriz transição que criou tais sequências é representado por

$$\begin{pmatrix} \frac{4}{20} & \frac{8}{20} & \frac{8}{20} \\ \frac{8}{10} & \frac{1}{10} & \frac{1}{10} \\ \frac{7}{9} & \frac{0}{9} & \frac{2}{9} \end{pmatrix}$$

De posse desta matriz é possível descobrir o estado estacionário deste processo, ou seja, estimar a distribuição dos estados após quando a quantidade de observações vai ao infinito. Digamos Há também a possibilidade de expandir o modelo adicionando mais estados na dependência do estado seguinte, como Bishop[1] discute, mas isso vem com o custo de mais variáveis para se calcular. A medida que se adiciona 1 estado na dependência, se multiplica a quantidade de parâmetros por n, a quantidade de estados. Este nível de detalhamento pode tornar o modelo impraticável quando esta expansão se torna muito grande.

Modelo Oculto de Markov

Aprendizagem Espectral

Experimentos

Discussões

Referências

[1] Christopher M. Bishop. *Pattern recognition and machine learning/*. Textbook for graduates. New York: Springer, c2006. Pp. 607–610. URL: `http://www.loc.gov/catdir/enhancements/fy0818/2006922522-t.html`.