# Sensoriamento Espectral Cooperativo Baseado em Autovalores para Rádios Cognitivos

João Scudeler Neto & Dayan Adionel Guimarães

Resumo - Diante do cenário de escassez espectral resultante da política de alocação fixa adotada pelos órgãos regulatórios, pesquisas foram feitas e notou-se que, embora a maior parte do espectro de frequência já esteja alocada, uma considerável subutilização existe. Neste contexto surgiu o conceito de rádio cognitivo, que pode vir a gerar uma ampla gama de novas soluções e oportunidades em comunicações sem fio. Dentre as funcionalidades de um rádio cognitivo, o sensoriamento espectral é uma das principais. Graças a ela é possível explorar a subutilização do espectro de maneira oportunista. As técnicas de sensoriamento mais comuns e os desafios referentes à sua implementação são abordados neste artigo. Entre as mais recentes e promissoras técnicas encontra-se o sensoriamento cooperativo com decisão centralizada e baseado em autovalores, enfoque principal do trabalho.

Palavras chave - Sensoriamento cooperativo, detecção por autovalores, rádio cognitivo, sensoriamento espectral.

Abstract – The scenario of spectrum scarcity resulting from the fixed allocation policy adopted by regulatory agencies has motivated research efforts which demonstrated that, although most of the frequency spectrum is already allocated, significant under-utilization exists. In this context emerged the concept of cognitive radio, which may bring new solutions and opportunities in wireless communications. Among its functionalities, spectrum sensing is one of the most important. Thanks to spectrum sensing, it is possible to exploit the underutilized spectrum opportunistically. The most common sensing techniques available in the literature and the challenges associated with their implementation will be discussed here. Among the most recent and promising techniques, the eigenvalue-based centralized cooperative spectrum sensing is the main focus of this work.

*Keywords* - Cognitive radio, spectrum sensing, cooperative spectrum sensing, eigenvalue-based detection.

# I. INTRODUÇÃO

A lista de sistemas que envolvem transmissões e recepções sem fio é muito extensa e a cada dia que passa se torna ainda maior. A fim de coordenar a operação desses sistemas, há órgãos governamentais que regulamentam o uso do espectro

 $Manuscrito\ recebido\ em\ 20/11/2011;\ revisado\ em\ XX/11/2011.$ 

J. Scudeler Neto (jscudeler\_neto@yahoo.com.br) e D. A. Guimarães (dayan@inatel.br) são colaboradores do Instituto Nacional de Telecomunicações - Inatel. Av. João de Camargo, 510 - Santa Rita do Sapucaí - MG - Brasil - 37540-000.

de frequência. No Brasil essa tarefa fica por conta da ANATEL (Agencia Nacional de Telecomunicações).

A política de alocação espectral vigente é conhecida como política de alocação fixa. Para cada tipo de serviço é destinada uma banda de frequências e sua utilização normalmente é vinculada ao pagamento de uma licença de uso. Porém, como o espectro é limitado, observa-se que em determinadas regiões e faixas de frequência não há mais espaço para alocar novos serviços, ou a disputa pelo que resta é muito acirrada. Além disso, os serviços para os quais as bandas já foram alocadas estão demandando maiores taxas de transmissão.

É possível atingir maior eficiência espectral, com a qualidade de serviço desejada, através do uso de esquemas de modulação mais eficientes e da implementação de códigos corretores de erros mais robustos. Entretanto, o avanço da tecnologia nesta direção já foi tamanho que ganhos expressivos são mais difíceis de serem alcançados hoje em dia. Outra solução para atender ao requisito de maiores taxas de transmissão seria o aumento da banda de frequência alocada, o que também esbarra na limitação de espectro supracitada.

Diante do cenário de escassez espectral, resultante da política de alocação fixa vigente, pesquisas foram feitas e um interessante fato foi constatado: embora a maior parte das faixas de frequência já esteja alocada, grande subutilização pode ser percebida, ao se levar em conta diferentes regiões de cobertura e diferentes instantes de observação [1-3].

Neste contexto surge o conceito de rádio cognitivo (CR -Cognitive Radio) [4, 5], uma evolução ou generalização do conceito de rádio definido por software (SDR - Software-Defined Radio) [6, 7]. Trata-se de uma revolucionária tecnologia que permite explorar a subutilização do espectro, promovendo um compartilhamento deste entre os usuários primários (aqueles que possuem licença de operação em uma determinada banda de frequência) e os usuários secundários (aqueles que não possuem licença de operação). Um CR que faça parte de uma rede secundária é capaz de realizar acesso dinâmico e oportunista ao espectro de frequências, tomando por base o conhecimento das variáveis que tem influência na adaptação de seu funcionamento ao ambiente ou rede primária em que se insere (daí o termo "cognitivo"). Isto é feito buscando maximizar a qualidade dos serviços oferecidos pela rede primária com pouca ou nenhuma interferência na rede primária. Portanto, os rádios cognitivos representam uma das mais promissoras soluções para o problema de escassez e congestionamento do espectro de frequências em sistemas de comunicação sem fio. O conceito de rádio cognitivo encontra vasto campo de aplicação não somente nas redes de comunicação sem fio de uso comercial e civil, mas também em sistemas táticos de uso militar, em redes de comunicação sem fio para segurança pública e em redes de comunicação sem fio para aplicações médicas, para citar alguns exemplos [8].

No Brasil, com a proliferação na implantação das redes de TV Digital, rádios cognitivos também encontrarão aplicação no uso oportunista dos chamados espaços brancos de TV (TV white spaces) por sistemas implementados segundo o primeiro padrão para rádios cognitivos recentemente publicado, o IEEE 802.22 [9, 10]. Nele é prevista a operação de redes sem fio regionais (WRAN – Wireless Regional Area Network), de maneira oportunista, nas faixas alocadas para serviços de radiodifusão de sinais de TV e para dispositivos licenciados de baixa potência, tais como microfones sem fio. Dentre as principais aplicações operando sob o padrão IEEE 802.22 está o acesso à Internet em banda larga em áreas remotas.

A Figura 1 ilustra o princípio de operação de um CR funcionando como usuário secundário [11]. A primeira e uma das mais importantes tarefas que um CR deve desempenhar é o sensoriamento espectral, cujo objetivo é identificar oportunidades de transmissão, estas sendo correspondentes às partes do espectro temporariamente fora de uso e conhecidas como lacunas espectrais (dos termos em Inglês white spaces ou spectrum holes). Uma vez detectada uma oportunidade, é possível que tal rádio inicie sua transmissão de maneira oportunista. Quando a banda de frequência de interesse é acessada pelo usuário primário, a operação do rádio cognitivo é transferida para outra lacuna disponível ou seus parâmetros de transmissão (como potência ou esquema de modulação, por exemplo) são alterados a fim de não interferir no usuário licenciado que está entrando em operação. Tal forma de operação de um rádio cognitivo representa uma das principais técnicas na direção de solução do problema de escassez espectral.

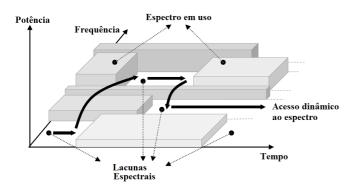


Fig. 1. Princípio de operação de um Rádio Cognitivo.

Pouco mais de dez anos se passaram desde que o conceito de rádio cognitivo foi proposto. Neste ínterim, várias técnicas de sensoriamento espectral foram propostas na literatura especializada, dentre elas podendo ser citadas a detecção de energia, a detecção por filtro casado e a detecção por atributos ou propriedades cicloestacionárias do sinal. Entre as mais recentes e promissoras técnicas estão aquelas baseadas em autovalores, enfoque principal deste artigo. Sua principal vantagem reside na implementação de complexidade relativamente baixa e na não necessidade de conhecimento de

parâmetros do sinal transmitido ou do canal, por isto sendo classificadas como técnicas cegas de sensoriamento.

O restante deste artigo está organizado da seguinte maneira: a Seção II apresenta diferentes métodos de identificação de oportunidades de transmissão, destacando o motivo pelo qual o sensoriamento espectral pode ser o método mais atrativo. Na Seção III são abordados os maiores desafios que devem ser observados ao se implementar o sensoriamento espectral. Na Seção IV são apresentadas as técnicas mais comuns de sensoriamento espectral. O conceito de sensoriamento cooperativo é então apresentado na Seção V. A técnica de sensoriamento espectral cooperativo baseada em autovalores é abordada na Seção VI. Os comentários finais estão presentes na Seção VII.

#### II. IDENTIFICAÇÃO DE OPORTUNIDADES DE TRANSMISSÃO

A fim de determinar quais bandas do espectro estão disponíveis para uso secundário, há três métodos que merecem destaque [12]: registro em banco de dados, sinais balizadores e sensoriamento espectral. No método de registro em banco de dados os usuários primários armazenam em um servidor centralizado as informações relevantes de seus estados, como, por exemplo, as posições em que se encontram, as potências irradiadas e os tempos estimados de conexão. Através de uma conexão com a Internet, os usuários secundários acessam tais informações, analisando-as a fim de determinar lacunas espectrais e, por consequência, oportunidades de transmissão. No método de sinais balizadores, em vez de serem armazenadas em um banco de dados, as informações relevantes dos usuários primários são transmitidas na interface aérea. Basta aos usuários secundários monitorarem um canal de controle padronizado a fim de determinar quais porções do espectro eletromagnético podem ser utilizadas. O grande problema destes dois métodos reside no fato de que os sistemas legados (aqueles já implementados seguindo os moldes de alocação fixa do espectro de frequência padrão) não foram projetados prevendo a interação entre usuários primários e secundários, havendo a necessidade de serem modificados a fim de se estabelecer compatibilidade. Outro aspecto em desfavor desses métodos é o alto custo de implementação decorrente da necessidade dos sistemas primários serem equipados com dispositivos de geoposicionamento (ou geo-localização) como, por exemplo, o GPS (Global Posiotining System).

No método de sensoriamento espectral, para determinar as lacunas espectrais os usuários secundários monitoram diretamente a banda de interesse, através de técnicas especificas como as que foram citadas na Seção I (e que serão apresentadas com mais detalhes nas Seções IV e VI), dispensando a necessidade da participação dos usuários de sistemas legados. Isto pode o tornar o sensoriamento espectral mais atrativo que os métodos de registro em banco de dados e de sinais balizadores.

# III. DESAFIOS QUANTO À IMPLEMENTAÇÃO DO SENSORIAMENTO ESPECTRAL

O objetivo desta seção consiste em discorrer sobre dois dos principais desafios que devem ser observados ao se implementar o sensoriamento espectral [7] [12] [13].

#### A. Requisitos de Hardware

Os sistemas de comunicação existentes atualmente foram projetados para operar dentro de uma determinada faixa de frequência e com sinais bem conhecidos. Como consequência, é possível desenvolver receptores ótimos com complexidade relativamente baixa. Porém, em sistemas que utilizam rádio cognitivo, quanto maior a banda sensoriada e quanto mais rápido for o processamento das informações coletadas, mais oportunidades de transmissão poderão ser encontradas. Para tal propósito há a necessidade de dispositivos (antenas e amplificadores, por exemplo) que operem em faixas largas e conversores analógico-digitais de alta resolução, acompanhados de processadores de alta velocidade.

## B. Duração e Frequência do Sensoriamento

As técnicas de sensoriamento espectral devem ser capazes de identificar as transmissões dos usuários primários dentro de certo limite de tempo que é dependente da aplicação almejada na rede secundária e do tipo de sistema primário. Nesse processo há dois parâmetros temporais de suma importância: o tempo de detecção do canal e o período de sensoriamento. O tempo de detecção representa uma relação de compromisso entre a confiabilidade do teste de hipótese em questão (canal ocupado ou livre) e o número de oportunidades identificadas. Tem-se mais certeza sobre o resultado da classificação quanto à ocupação de um determinado canal quando se tem mais tempo para o sensoriamento [13]. À medida que esse tempo vai sendo reduzido, piora-se a qualidade da classificação. Por outro lado, tem-se mais tempo para que outras bandas sejam sensoriadas.

A freqüência (ou periodicidade) do sensoriamento espectral, ou seja, quantas vezes ele é executado em um intervalo de tempo, tem impacto direto na interferência nos usuários primários. Uma vez encontrado um canal livre, um usuário secundário inicia sua transmissão. Porém, deve executar o sensoriamento frequentemente a fim de identificar um possível retorno de atividade do usuário primário. Se o tempo entre um sensoriamento e outro é grande, corre-se o risco do retorno do usuário primário não ser percebido, resultando em transmissão simultânea do usuário primário e do usuário secundário, caracterizando assim um cenário de interferência.

A escolha da duração e da periodicidade de sensoriamento representa um grande desafio no projeto de técnicas de sensoriamento espectral. Seus valores dependem, entre outras coisas, das características dos sinais primários observados. A condição de atividade e inatividade na transmissão de um sinal de TV, por exemplo, muda pouco ao longo do tempo. Assim, o tempo total gasto com o sensoriamento pode ser maior. No padrão IEEE 802.22, por exemplo, recomenda-se um tempo de

detecção menor que 2 segundos com uma periodicidade de 30 segundos [10].

Outro fator que é afetado pela duração e pela periodicidade de sensoriamento é a eficiência de transmissão do rádio. Na arquitetura convencionalmente adotada, toda vez que o usuário secundário executa o sensoriamento espectral sua transmissão é interrompida, já que não é possível sensoriar e transmitir ao mesmo tempo. Desta maneira, quanto maior o tempo gasto com o sensoriamento espectral, menor será o tempo remanescente para transmissão, caracterizando uma menor eficiência e consequente redução na vazão (throughput) do usuário secundário. Como solução para tal problema, em [13] é proposta uma arquitetura com dois rádios: um somente para sensoriar e outro somente para transmitir. Nesta arquitetura não há redução na eficiência de transmissão, mas é nitidamente observado um maior custo de implementação e um aumento do consumo de energia.

#### IV. TÉCNICAS DE SENSORIAMENTO ESPECTRAL

O objetivo desta seção é apresentar uma visão geral sobre as técnicas mais comuns de sensoriamento espectral presentes na literatura, as quais podem ser estudadas de forma mais aprofundada a partir das referências [12-30].

# A. Sensoriamento por Filtro Casado

A fim de se ter uma detecção do sinal transmitido de forma ótima, torna-se necessário que, no momento da decisão, as amostras do sinal recebido apresentem a maior relação sinalruído (SNR – Signal-to-Noise Ratio) possível, o que se consegue com o uso da detecção por filtro casado. Neste tipo de abordagem requer-se que o sinal recebido seja efetivamente demodulado a fim de se decidir sob a presença ou ausência do sinal primário. Desta maneira, um rádio cognitivo que empregue tal técnica para fins de sensoriamento espectral deve ter um perfeito conhecimento a priori das características do sinal transmitido, como formato do pulso de transmissão, tipo e ordem da modulação empregada, bem como do canal de comunicação, além da necessidade do estabelecimento de sincronismo de portadora para detecção coerente [31].

A principal vantagem de se empregar um filtro casado com a finalidade de sensoriar o espectro de frequências é a necessidade de um pequeno tempo de processamento da informação coletada para se atingir uma detecção com alta probabilidade de acerto [7]. Sua principal desvantagem, caso o sensoriamento seja executado em uma faixa de frequência que contenha vários tipos de sinais primários, reside no fato de que o circuito final do rádio cognitivo se tornaria muito complexo, já que é requerido um receptor casado dedicado para cada tipo de sinal primário analisado.

# B. Sensoriamento Baseado em Cicloestacionariedade

Como mencionado na Seção IV-B, quando há um perfeito conhecimento do sinal analisado e do canal, o filtro casado representa um detector ótimo. Porém, na prática dificilmente tem-se tal conhecimento. No entanto, alguns atributos são intrínsecos ao sinal do sistema primário e podem ser explorados para fins de sensoriamento espectral. Por exemplo, ao se sensoriar uma faixa alocada para radiodifusão de sinais

de TV, embora não se conheça com precisão o sinal a ser analisado, algumas de suas características básicas, como tipo de modulação ou frequência da portadora empregada são amplamente conhecidos em decorrência do processo de padronização imposto pelo órgão regulador do espectro de frequência. Neste contexto podem ser empregados detectores de cicloestacionariedade, sobre o que se discorre em seguida com o auxílio de alguns conceitos matemáticos indispensáveis.

Em geral os sinais de sistemas de comunicação exibem alguma periodicidade em seus parâmetros estatísticos, decorrentes, entre outras coisas, da presença de sinais que possuem periodicidadede, tais como aqueles encontrados em processos de modulação por portadoras senoidais, amostragem ou codificação por sequências de espalhamento espectral. Tais sinais são ditos cicloestacionários e sua análise pode ser baseada na correspondente função de autocorrelação, que é periódica com período denotado por  $T_0$ , permitindo ser representada pela série de Fourier [15], ou seja,

$$R_y(t,\tau) = E\left[y(t+\tau)y(t)\right] = \sum_{\alpha} R_y^{\alpha}(\tau)e^{j2\pi\alpha t}, \tag{1}$$

onde E[x] é o valor esperado de x, y(t) representa o sinal analisado e as freqüências  $\{n/T_0\}$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ , denotadas por  $\alpha$  são conhecidas como frequências cíclicas. O termo  $R_y^{\alpha}(\tau)$  é conhecido como função de autocorrelação cíclica e representa a correlação ao longo do tempo entre as componentes de frequência do sinal espaçadas por  $\alpha$  e calculada entre as amostras de y(t) distanciadas por  $\tau$  no eixo do tempo, ou seja,

$$R_{y}^{\ \alpha}(\tau) = E\Big[y(t)y(t+\tau)e^{-j2\pi\alpha t}\Big], \tag{2}$$

onde a correlação temporal entre as componentes espectrais de y(t) distanciadas por  $\alpha$  é obtida graças ao termo  $e^{-j2\pi\alpha t}$  que, de acordo com as propriedades da transformada de Fourier, representa um deslocamento de  $\alpha$  no domínio da freqüência. Em caráter informativo, em [14] pode-se encontrar uma lista com alguns tipos de sinais e suas respectivas frequências cíclicas.

Na ausência do sinal primário, a função de autocorrelação cíclica torna-se

$$R_{y}^{\alpha}(\tau) = 0 , \forall \alpha \neq 0.$$
 (3)

Então se conclui que, além de ser possível detectar a presença do usuário primário analisando a função de autocorrelação do sinal no canal monitorado, consegue-se também distinguir o tipo do sinal sensoriado, já que diferentes sinais apresentam diferentes frequências cíclicas ou diferentes formatos de função de autocorrelação cíclica. Esta é a principal vantagem da técnica de sensoriamento espectral baseada em cicloestacionariedade. Seu ponto negativo é o alto tempo requerido para detecção, que decorre do tempo necessário para se estimar a função de autocorrelação e processá-la na busca pelas características ou parâmetros de interesse ao processo de sensoriamento, de identificação do sinal primário ou a ambos.

#### C. Sensoriamento por Detecção de Energia

Uma das desvantagens das técnicas de sensoriamento anteriormente consiste da necessidade conhecimento total ou parcial das características dos sinais a serem detectados e do canal de comunicação entre o transmissor primário e o rádio cognitivo. Considerando a operação de um rádio cognitivo em um cenário onde não se tem nenhuma informação a priori sobre essas características, tais técnicas tornam-se impraticáveis. Para estes casos, uma alternativa simples para determinar a presença de um sinal consiste em utilizar um detector de energia. Um receptor equipado com tal funcionalidade mede a energia presente em uma faixa de freqüências de interesse durante um intervalo de observação e compara o resultado da medição com um limiar pré-estabelecido que depende da potência de ruído na entrada do receptor. Caso o valor medido esteja abaixo do limiar considera-se o canal como livre, representando uma oportunidade de transmissão para o usuário secundário. Caso o valor medido esteja acima do limiar, considera-se o canal como ocupado.

A principal vantagem da técnica de sensoriamento por detecção de energia é a sua baixa complexidade de implementação, o que pode ser notado lembrando-se que, se um sinal é amostrado, a energia contida em tais amostras corresponde simplesmente à soma dos quadrados de seus valores. Sua principal desvantagem é a alta sensibilidade quanto à incerteza sobre a potência do ruído no canal monitorado (que está hora ocupado, hora em desuso). A fim de diminuir esta incerteza, sugere-se em [32] que a potência do ruído seja medida em um canal de referência sobre o qual se sabe antecipadamente que está desocupado.

## V. SENSORIAMENTO COOPERATIVO

A Figura 2 apresenta um cenário de compartilhamento espectral entre uma rede de rádios cognitivos (rede secundária) e uma rede primária. O sensoriamento pode ser feito de forma independente por cada rádio cognitivo ou pode ser feito de forma cooperativa. Na primeira, como o nome sugere, cada rádio cognitivo colhe amostras do sinal recebido do sistema primário e, usando uma das várias técnicas existentes (por exemplo aquelas abordadas anteriormente), decide pelo estado de ocupação do canal através de um teste de hipóteses. Caso decida por canal desocupado, passa a disputar por ele com outros rádios cognitivos que eventualmente possam ter tomado a mesma decisão. Este tipo de sensoriamento sofre grande influência do canal de comunicação entre os transmissores primários (PUs) e os rádios cognitivos (CRs): suponha que um determinado rádio cognitivo esteja em uma situação de sombra de cobertura (shadowing), como por exemplo em uma depressão topográfica, e que não esteja ao alcance do sinal de um transmissor primário. Ele pode erroneamente decidir utilizar um canal que de fato pode estar sendo ocupado pelo sistema primário, causando neste uma forte interferência. Outro problema comum neste cenário é a incerteza do terminal: na Figura 2 percebe-se que o rádio cognitivo CR3 está fora do alcance da rede primária. Portanto, ele pode

decidir usar um canal que está na verdade ocupado, também causando forte interferência em terminais da rede primária que estejam na sua proximidade (em T3, por exemplo, neste caso).

Os problemas do sombreamento e da incerteza do terminal podem ser drasticamente minimizados com o uso do sensoriamento cooperativo. Nele, vários rádios cognitivos monitoram o canal de interesse e reportam suas medidas ou suas decisões individuais a um centro de fusão (FC - Fusion Center), que pode ser outro CR ou a estação-base (BS - Base Station) da rede secundária. A decisão final sobre o estado de ocupação de um canal é tomada no FC e é difundida em seguida aos CRs que, a partir deste momento, disputarão acesso ao canal. A difusão de informações entre o centro de fusão e os rádios cognitivos é feita através de um canal de controle dedicado. Esta forma de cooperação configura o que se conhece como sensoriamento espectral cooperativo com decisão centralizada. Nos casos em que os rádios cognitivos envolvidos no processo reportam ao centro de fusão suas decisões individuais, cabe ao centro de fusão a combinação lógica das decisões individuais para posterior decisão final. Em outros casos, como exemplo no sensoriamento baseado em autovalores que será apresentado na próxima seção, as medidas coletadas pelos rádios cognitivos são reportadas ao centro de fusão. Este então processará tais medidas para então tomar a decisão final.

Há também a decisão distribuída, a qual ocorre de maneira iterativa enquanto informações são trocadas entre os CRs que estão cooperando. Nesta última busca-se, por exemplo, uma decisão por consenso entre os CRs que estão cooperando [19].

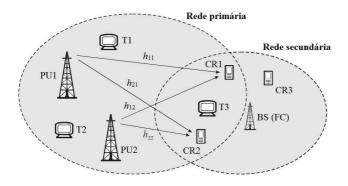


Fig. 2. Compartilhamento espectral entre rede primária e secundária.

# VI. SENSORIAMENTO BASEADO EM AUTOVALORES

Dentre as mais recentes técnicas de sensoriamento espectral encontra-se a detecção cooperativa baseada nos autovalores da matriz de covariância do sinal recebido [23-30]. Assim como no caso da detecção de energia, tais técnicas são classificadas como técnicas cegas, por não necessitarem de informação *a priori* sobre os sinais recebidos, tornando-se então atrativas para implementação em rádios cognitivos.

# A. Fundamentos

Ainda com relação à Figura 2, considere que as amostras a serem transmitidas pelos p transmissores primários durante um intervalo de sensoriamento estão dispostas em uma matriz  $\mathbf{X}$  de ordem  $p \times n$ . Seja  $\mathbf{H}$  uma matriz de ordem  $m \times p$  onde cada

elemento pertencente a  $\{h_{ij}\}, i = 1, 2, ..., m, j = 1, 2, ..., p,$ representa o ganho de canal existente entre o transmissor primário j e o rádio cognitivo i, tipicamente modelado como um processo aleatório Gaussiano complexo, de média nula e segundo momento unitário. Finalmente, seja V a matriz de ruído de ordem  $m \times n$ , onde cada elemento complexo  $v_{ij}$ representa a amostra de ruído considerada pelo i-ésimo receptor cognitivo no j-ésimo instante de amostragem, tipicamente modelado como um ruído AWGN complexo (Additive White Gaussian Noise) de média nula e potência  $\sigma_v^2$ Durante cada período de sensoriamento existem duas hipóteses: a hipótese  $H_0$  considera que a matriz  $\mathbf{X}$  é nula, ou seja, não há a presença do sinal primário na banda de frequências sensoriada. A hipótese  $H_1$  considera que a matriz X é não nula, ou seja, há a presença do sinal primário na banda de frequências sensoriada. Sob as duas hipóteses, define-se então a matriz Y de ordem  $m \times n$ , representativa do conjunto de amostras disponível ao centro de fusão, como

$$H_0: \mathbf{Y} = \mathbf{V}$$
  

$$H_1: \mathbf{Y} = \mathbf{H}\mathbf{X} + \mathbf{V},$$
(4)

onde cada linha desta matriz corresponde às amostras coletadas por cada um dos m rádios cognitivos que participam do processo de sensoriamento cooperativo.

A matriz de covariância de **Y** é definida por:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{Y}} = E \left[ \mathbf{Y} \mathbf{Y}^{\dagger} \right], \tag{5}$$

onde  $(.)^{\dagger}$  significa conjugado transposto. Sob a hipótese  ${\cal H}_0$  tem-se

$$\mathbf{R}_{\mathbf{Y}} \, = \, E \Big[ \mathbf{Y} \mathbf{Y}^\dagger \, \Big] = \, E \Big[ \mathbf{V} \mathbf{V}^\dagger \, \Big] = \, \sigma_v^2 \mathbf{I}_m, \tag{6}$$

onde  $\mathbf{I}_m$  é uma matriz identidade de ordem m.

A fim de determinar os autovalores de  $\mathbf{R}_{\mathbf{Y}}$ , utiliza-se a seguinte equação característica:

$$\det[\mathbf{R}_{\mathbf{Y}} - \lambda \mathbf{I}] = 0, \tag{7}$$

onde  $\det(\mathbf{Z})$  é o determinante da matriz  $\mathbf{Z}$ ,  $\lambda$  representa os autovalores de  $\mathbf{R}_{\mathbf{Y}}$  e  $\mathbf{I}$  é uma matriz identidade de mesma ordem que  $\mathbf{R}_{\mathbf{Y}}$ . Desta maneira, sob a hipótese  $H_0$  chega-se ao seguinte resultado:

$$\lambda_i = \sigma_v^2, \quad 1 \le i \le m \quad \text{sob} \quad H_0. \tag{8}$$

Sob a hipótese  $H_1$  tem-se:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{Y}} = E[\mathbf{Y}\mathbf{Y}^{\dagger}] = E[(\mathbf{H}\mathbf{X} + \mathbf{V})(\mathbf{H}\mathbf{X} + \mathbf{V})^{\dagger}]$$
$$= E[(\mathbf{H}\mathbf{X} + \mathbf{V})((\mathbf{H}\mathbf{X})^{\dagger} + \mathbf{V}^{\dagger})]. \tag{9}$$

Usando a propriedade  $(AB)^{\dagger} = B^{\dagger}A^{\dagger}$  obtém-se

$$\mathbf{R}_{\mathbf{Y}} = E \left[ \left( \mathbf{H} \mathbf{X} + \mathbf{V} \right) \left( \mathbf{X}^{\dagger} \mathbf{H}^{\dagger} + \mathbf{V}^{\dagger} \right) \right]$$

$$= E \left[ \mathbf{H} \mathbf{X} \mathbf{X}^{\dagger} \mathbf{H}^{\dagger} + \mathbf{H} \mathbf{X} \mathbf{V}^{\dagger} + \mathbf{V} \mathbf{X}^{\dagger} \mathbf{H}^{\dagger} + \mathbf{V} \mathbf{V}^{\dagger} \right].$$
(10)

Da propriedade  $E[A+B+\cdots] = E[A] + E[B] + \cdots$ , tem-se

$$\mathbf{R}_{\mathbf{Y}} = E \left[ \mathbf{H} \mathbf{X} \mathbf{X}^{\dagger} \mathbf{H}^{\dagger} + \mathbf{H} \mathbf{X} \mathbf{V}^{\dagger} + \mathbf{V} \mathbf{X}^{\dagger} \mathbf{H}^{\dagger} + \mathbf{V} \mathbf{V}^{\dagger} \right]$$

$$= E \left[ \mathbf{H} \mathbf{X} \mathbf{X}^{\dagger} \mathbf{H}^{\dagger} \right] + E \left[ \mathbf{H} \mathbf{X} \mathbf{V}^{\dagger} \right] + E \left[ \mathbf{V} \mathbf{X}^{\dagger} \mathbf{H}^{\dagger} \right] + E \left[ \mathbf{V} \mathbf{V}^{\dagger} \right]$$
(11)

Fazendo uso da propriedade E[aA] = aE[A], tem-se

$$\mathbf{R}_{\mathbf{Y}} = \mathbf{H}E \left[ \mathbf{X} \mathbf{X}^{\dagger} \right] \mathbf{H}^{\dagger} + \mathbf{H}E \left[ \mathbf{X} \mathbf{V}^{\dagger} \right] + \mathbf{H}^{\dagger}E \left[ \mathbf{V} \mathbf{X}^{\dagger} \right] + \sigma_{v}^{2} \mathbf{I}_{m}.$$
(12)

Da propriedade E[AB] = E[A]E[B] para variáveis aleatórias A e B independentes, pode-se escrever

$$\mathbf{R}_{\mathbf{Y}} = \mathbf{H}E \left[ \mathbf{X} \mathbf{X}^{\dagger} \right] \mathbf{H}^{\dagger} + \mathbf{H}E \left[ \mathbf{X} \right] E \left[ \mathbf{V}^{\dagger} \right]$$

$$+ \mathbf{H}^{\dagger}E \left[ \mathbf{V} \right] E \left[ \mathbf{X}^{\dagger} \right] + \sigma_{v}^{2} \mathbf{I}_{m}.$$
(13)

Mas como o ruído tem média nula, E[V] = 0, o que leva a

$$\mathbf{R}_{\mathbf{Y}} = \mathbf{H}E \left[ \mathbf{X} \mathbf{X}^{\dagger} \right] \mathbf{H}^{\dagger} + \sigma_{v}^{2} \mathbf{I}_{m}, \tag{14}$$

onde o termo  $E[\mathbf{X}\mathbf{X}^{\dagger}]$  representa a matriz de covariância do sinal analisado isoladamente. Denominando-se esta matriz de  $\mathbf{\Sigma}$ , tem-se

$$\mathbf{R}_{\mathbf{V}} = \mathbf{H} \mathbf{\Sigma} \mathbf{H}^{\dagger} + \sigma_{\mathbf{u}}^{2} \mathbf{I}_{\mathbf{w}}. \tag{15}$$

Neste caso, seja  $\lambda_1 > \lambda_2 > ... > \lambda_m$  os autovalores de  $\mathbf{R}_{\mathbf{Y}}$  e  $\rho_1 > \rho_2 > ... > \rho_m$  os autovalores de  $\mathbf{H} \mathbf{\Sigma} \mathbf{H}^{\dagger}$ . Então, finalmente,

$$\lambda_i = \rho_i + \sigma_v^2, \ 1 \le i \le m \ \text{sob } H_1. \tag{16}$$

A partir expressões (8) e (16) observa-se que com base na diferença dos autovalores da matriz de covariância do sinal recebido sob as hipóteses  $H_0$  e  $H_1$  é possível detectar a presença do sinal do usuário primário na banda de frequência sensoriada. Considere, por exemplo, uma variável de decisão (ou estatística de teste) dada pela relação entre o máximo e o mínimo autovalor da matriz de covariância do sinal recebido. Se esta variável de decisão for observada sob a hipótese  $H_0$ ter-se-á  $\lambda_{\text{max}}/\lambda_{\text{min}} = 1$ , enquanto que sob  $H_1$  ter-se-á  $\lambda_{\text{max}}/\lambda_{\text{min}} >$ 1. Outras estatísticas de teste envolvendo os autovalores da matriz de covariância do sinal recebido são apresentadas a seguir. Vale ressaltar que a determinação de uma dada estatística de teste e a análise do desempenho do sensoriamento espectral que a utiliza são assuntos que envolvem: (i) teoria da detecção e estimação [33-37] e (ii) teoria de matrizes aleatórias [38-43]. Entretanto, tais assuntos estão fora do escopo deste artigo, principalmente devido ao espaço que seria necessário para abordá-los minimamente.

## B. Variáveis e Algoritmo de Decisão

Na prática não se conhece a real matriz de covariância do sinal recebido definida em (5), somente sendo possível obter uma estimativa através de média amostral, ou seja,

$$\widehat{\mathbf{R}_{\mathbf{Y}}} = \frac{1}{n} \mathbf{Y} \mathbf{Y}^{\dagger}, \tag{17}$$

donde pode-se inferir que uma melhor estimativa de  $\mathbf{R}_{\mathbf{Y}}$  é obtida com o aumento do número n de amostras coletadas por cada rádio cognitivo. A partir dos autovalores de tal matriz é possível definir as três variáveis de decisão mais conhecidas no cenário de detecção por autovalores, considerando-se um transmissor primário (p = 1) como exemplo:

$$T_{RLRT} = \frac{\lambda_{\text{max}}}{\sigma_v^2} \tag{18}$$

$$T_{ERD} = \frac{\lambda_{\text{max}}}{\lambda_{\text{min}}} \tag{19}$$

$$T_{GLRT} = \frac{\lambda_{\text{max}}}{\frac{1}{m} \operatorname{tr}(\widehat{\mathbf{R}_{\mathbf{Y}}})}$$
 (20)

Em (18) tem-se a variável de decisão para o teste de Roy de máxima raiz (RLRT, Roy's Largest Root Test) [27], também conhecido no contexto de sensoriamento espectral como detecção de energia com combinação cega (BCED, Blindly Combined Energy Detection) [24,25] ou detecção por máximo autovalor (MED, Maximum Eigenvalue Detection) [26]. Em (19) tem-se a variável de decisão para a detecção por razão de autovalores (ERD, Eigenvalue Ratio Detection) [27], também conhecida como detecção por máximo-mínimo autovalor (MMED, Maximum Minimum Eigenvalue Detection) [28, 29]. Finalmente, em (20) tem-se a variável de decisão para uma versão o teste de razão de verossimilhança generalizado (GLRT, Generalized Likelihood Ratio Test) [27], onde tr(R) é o traço da matriz R. Em [27] pode-se verificar que o teste GLRT pode ser interpretado como uma solução para o teste de Roy de máxima raiz quando não se conhece perfeitamente a potência do ruído.

Qualquer uma das variáveis de decisão T apresentadas em (18), (19) ou (20) é então comparada com o limiar de decisão  $\gamma$  (ou limiar de detecção  $\gamma$ ). Se  $T > \gamma$  considera-se que o sinal primário está presente na banda de frequência sensoriada; caso contrário considera-se que o sinal primário não está presente.

# C. Métricas de Desempenho e o Limiar de Decisão

Devido à natureza aleatória do sinal, ao se classificar um canal como livre ou ocupado não há certeza sobre o resultado, mas sim uma probabilidade associada a esta classificação. Existem dois importantes parâmetros utilizados para análise de desempenho de qualquer algoritmo de teste de hipóteses binário em geral, e de sensoriamento espectral em particular: a probabilidade de falso alarme ( $P_{\rm fa}$ ) ou probabilidade de falso

positivo  $(P_{fp})$  e a *probabilidade de detecção*  $(P_d)$ , que é o complemento da chamada probabilidade de falso negativo  $(P_{fn})$ , ou seja  $P_d = 1 - P_{fn}$ . A probabilidade de falso alarme representa a probabilidade de se decidir que o sinal primário está presente, dado que de fato ele não está presente na banda de frequência sensoriada, ou seja,

$$P_{fa} = \Pr[T > \gamma | H_0] = \int_{\gamma}^{\infty} f_0(t) dt, \qquad (21)$$

onde  $f_0(t)$  representa a função densidade de probabilidade da variável de decisão T utilizada, sob a hipótese  $H_0$ . A probabilidade de detecção representa a probabilidade de se decidir que o sinal primário está presente, dado que ele realmente está presente na banda sensoriada, ou seja,

$$P_{d} = \Pr\left[T > \gamma \middle| H_{1}\right] = \int_{\gamma}^{\infty} f_{1}(t)dt, \tag{22}$$

onde  $f_1(t)$  representa a função densidade de probabilidade da variável de decisão T utilizada, sob a hipótese  $H_1$ .

Deseja-se idealmente o maior valor possível de  $P_d$  e o menor valor possível de  $P_{fa}$ . Altos valores para  $P_d$  são traduzidos em baixa interferência no usuário primário, pois nessa situação o algoritmo empregado seria capaz de detectar com alta probabilidade a presença do usuário primário, diminuindo a chance de haver transmissões simultâneas entre primário e secundário, o que caracterizaria uma situação de interferência. Baixos valores para  $P_{fa}$  são traduzidos em maior eficiência espectral, pois nessa situação, de todas as lacunas espectrais existentes em um dado período, ter-se-ia uma baixa probabilidade do algoritmo empregado classificar erroneamente uma lacuna, possibilitando aproveitamento das oportunidades de transmissão. No entanto, aumentar a  $P_d$  e diminuir  $P_{fa}$  simultaneamente são objetivos conflitantes. A Figura 3 ilustra tal afirmação, onde se observam as seguintes situações: se o valor de γ for aumentado (deslocando  $\gamma$  para a posição 1, por exemplo), diminui-se  $P_{fa}$  e  $P_d$ . Se o valor de  $\gamma$  for diminuído (deslocando-o para a posição 2, por exemplo) aumenta-se  $P_{fa}$  e  $P_d$ . Portanto, o limiar  $\gamma$  é determinado em função de uma relação de compromisso entre  $P_{fa}$  e  $P_d$ . Uma solução consiste em determinar o valor de  $\gamma$  a fim de atender a limites de  $P_{fa}$  e  $P_d$  impostos por norma, por exemplo. O que usualmente se faz é fixar uma  $P_{fa}$  alvo dentro do limite aceitável, buscando maximizar a  $P_d$ , condição de operação que é conhecida como taxa de falso alarme constante (CFAR – Constant False Alarm Rate).

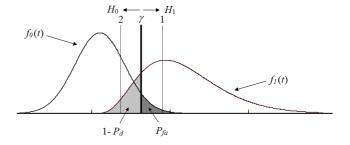


Fig. 3. Distribuições hipotéticas  $f_0(t)$  e  $f_1(t)$ .

Resultados de desempenho de técnicas de sensoriamento espectral são comumente apresentados em curvas que relacionam a probabilidade de falso alarme e a probabilidade de detecção ou a probabilidade de detecção perdida  $P_{md} = P_{fn}$ . Tais curvas são denominadas ROC (*Receiver Operating Characteristic*) e são construídas variando-se o limiar de decisão  $\gamma$  e determinando-se  $P_{fa}$  e  $P_d$  (ou  $P_{md}$ ). A Figura 4 ilustra o aspecto de uma ROC hipotética, apenas com fins didáticos.

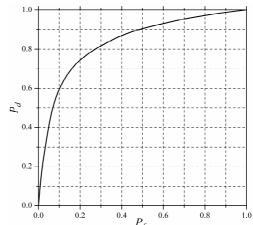


Fig. 4. Típico aspecto de uma curva ROC.

É importante ainda ressaltar que a determinação do limiar de detecção de forma analítica pode ser relativamente simples, como no caso da detecção de energia, mas pode ser muito complexa em técnicas de sensoriamento mais elaboradas. Isto acontece com o sensoriamento baseado em autovalores, onde a determinação do limiar passa pelo conhecimento da distribuição de probabilidades dos autovalores da matriz de covariância. Tal distribuição é determinada com o auxílio da teoria de matrizes aleatórias [38-43] já mencionada ao final da Seção VI-A.

# D. Distribuição dos Autovalores da Matriz de Covariância

A teoria de matrizes aleatórias estuda o comportamento estatístico de matrizes cujas entradas (cada elemento da matriz) são variáveis aleatórias determinadas de acordo com uma distribuição de probabilidade qualquer.

No contexto de sensoriamento espectral por autovalores, sob a hipótese  $H_0$  a matriz de covariância do sinal recebido pode ser considerada uma matriz aleatória do tipo Wishart [44]. A fim de determinar a distribuição dos autovalores de tal

matriz, pode-se optar por uma análise assintótica ou por uma análise não assintótica. Na análise assintótica considera-se que o número de rádios cognitivos que participarão do processo de detecção, bem como o número de amostras coletadas por cada um tende ao infinito [26, 28], com uma relação fixa entre estes números. A análise não assintótica considera um número finito de amostras e rádios cognitivos [25, 30] e é tipicamente mais complexa que a primeira. Entretanto, é mais realista do ponto de vista prático, pois permite levar em conta números realistas de amostras e de rádios cognitivos.

Sob a hipótese  $H_1$  ainda não há solução exata para a distribuição dos autovalores da matriz de covariância do sinal recebido, representando este uma importante desafio para novas pesquisas. A grande dificuldade reside em se ter que levar em conta o comportamento aleatório do canal e o conhecimento das características do sinal, o que transforma cada caso sob análise em um caso específico.

#### VII. COMENTÁRIOS FINAIS

Graças ao sensoriamento espectral, é possível explorar a subutilização de espectro de frequências de maneira oportunista. Através do material apresentado neste artigo, foram agrupados os conceitos fundamentais necessários para compreensão de tal funcionalidade, com um destaque especial para a técnica de sensoriamento cooperativa baseada em autovalores, representando esta uma interessante área de pesquisa relativamente inexplorada.

# REFERÊNCIAS

- M. A. McHenry, P.A. Tenhula and Dan McCloskey, "Chicago Spectrum Occupancy Measurements & Analysis and a Long-term Studies Proposal", shared spectrum co. report, November 2005.
- [2] Federal Communications Commission, "Spectrum policy task force report, FCC 02-155", Nov. 2002.
- [3] M. H. Islam, C. L. Koh, S. W. Oh, X. Qing, Y. Y. Lai, C. Wang, Y. C. Liang, B. E. Toh, F. Chin, G. L. Tan and W. Toh, "Spectrum survey in Singapore: occupancy measurements and analysis," in Proceedings of the 3rd International Conference on Cognitive Radio Oriented Wireless Networks and Communications (CROWNCOM '08), Singapore, May 2008.
- [4] J. Mitola, and G. Q. Maguire, "Cognitive radio: making software radios more personal", IEEE Personal Communications, vol. 6, no. 4, pp. 13-18, 1999.
- [5] S. Haykin, "Cognitive radio: Brain-empowered wireless communications", IEEE J. Sel. Areas Commun., vol. 23, no. 2, pp. 201– 220. Feb. 2005.
- [6] J. Mitola, "Software radios: survey, critical evaluation and future directions," IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine, vol. 8, no. 4, pp. 25–36, Apr. 1993.
- [7] H. Asrlan (Ed.), "Cognitive Radio, Software Defined Radio, and Adaptive Wireless Systems", Springer-Verlag: Dordrecht, The Netherlands, 2007.
- [8] J. Wang, M. Ghosh, and K. Challapali, "Emerging Cognitive Radio Applications: A Survey" (invited article), IEEE Communications Magazine, pp. 74-80, March 2011.
- [9] C. Cordeiro, et al., "IEEE 802.22: The First Worldwide Wireless Standard based on Cognitive Radios", In: Proc. of the IEEE DySPAN, New 2005.
- [10] C. Cordeiro, et al., "Spectrum Sensing for Dynamic Spectrum Access of TV Bands" (invited paper), in 2nd Int. Conference on Cognitive Radio Oriented Wireless Networks and Communications, 2007.
- [11] I. F. Akyildiz, W. Y. Lee, M. C. Vuran, and S. Mohanty, "Next generation/dynamic spectrum access/cognitive radio wireless networks: a survey," Computer Net. Journal, vol. 50, no.13, pp. 2127–2159, 2006.

- [12] A. Ghasemi, and E. S. Sousa, "Spectrum Sensing in Cognitive Radio Networks: Requirements, Challenges and Design Trade-offs", IEEE Comm. Magazine, pp. 32-39, April 2008.
- [13] C.S. Shankar, C. Cordeiro and K. Challapali, "Spectrum agile radios: utilization and sensing architectures", Proc. IEEE Int. Symposium on New Frontiers in Dynamic Spectrum Access Networks, p. 160–169, 2005.
- [14] Y. Zeng, Y. C. Liang, A. T. Hoang and R. Zhang, "A Review on Spectrum Sensing for Cognitive Radio: Challenges and Solutions", EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, vol. 2010.
- [15] E. Axell, G. Leus and E. G. Larsson, "Overview of Spectrum Sensing for Cognitive Radio", In: Proc. of the 2nd Int. Workshop on Cognitive Information Processing, 2010.
- [16] A. Sahai and D. Cabric, "A tutorial on spectrum sensing: Fundamental limits and practical challenges", In: Proc. IEEE Int. Symposium on New Frontier in Dynamic Spectrum Access Networks (DySPAN), Baltimore, MD. Nov. 2005.
- [17] L. Bixio, et al., "A Comparison among Cooperative Spectrum Sensing Approaches for Cognitive Radios", in Proceedings of the 2nd International Workshop on Cognitive Information Processing (CIP '10), pp. 168–173, Elba Island, Italy, June 2010.
- [18] L. Bixio, et al., "Comparison among Cognitive Radio Architectures for Spectrum Sensing", EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking, vol. 2011 (2011), ID 749891.
- [19] I.F. Akyildiz, B.F. Lo, R. Balakrishnan, "Cooperative spectrum sensing in cognitive radio networks: a survey", Physical Communication 4, pp. 40-62, 2010
- [20] D.D. Ariananda, M.K. Lakshmanan, H. Nikookar, "A Survey on Spectrum Sensing Techniques for Cognitive Radio", 2nd Int. Workshop on Cognitive Radio and Advanced Spectrum Management (CogART 2009), May 2009.
- [21] M. Subhedar, and G. Birajdar, "Spectrum sensing techniques in cognitive radio networks: a survey", Int. Journal of Next-Generation Networks, vol.3, no.2, June 2011.
- [22] Q.T. Zhang, "Advanced Detection Techniques for Cognitive Radio", In: Proc. of the IEEE ICC 2009.
- [23] Y. Zeng, and Y.-C. Liang, "Eigenvalue-Based Spectrum Sensing Algorithms for Cognitive Radio", IEEE Trans. Comm., vol. 57, no. 6, June 2009.
- [24] Y. Zeng, Y.C. Liang, R. Zhang, "Blindly combined energy detection for spectrum sensing in cognitive radio", IEEE Signal Processing Letters, vol. 15, 2008.
- [25] A. Kortun, T. Ratnarajah, and M. Sellathurai, "Exact Performance Analysis of Blindly Combined Energy Detection for Spectrum Sensing", IEEE 21st Int. Symp. on Personal Indoor and Mobile Radio Comm. (PIMRC), 2010.
- [26] Y. Zeng, C.L. Koh, and Y.-C. Liang, "Maximum Eigenvalue Detection -Theory and Application", In: Proc. of the IEEE ICC 2008.
- [27] B. Nadler, F. Penna, and R. Garello, "Performance of Eigenvalue-based Signal Detectors with Known and Unknown Noise Level", In: Proc. of the IEEE ICC, Kyoto, Japan, June 2011.
- [28] Y. Zeng, and Y.-C. Liang, "Maximum-Minimum Eigenvalue Detection for Cognitive Radio", In: Proc. of the 18th Annual IEEE Int. Symp. on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC), 2007.
- [29] A. Kortun, et al., "On the Performance of Eigenvalue-based Cooperative Spectrum Sensing for Cognitive Radio", IEEE Journal of Selected Topics In Signal Processing, vol. 5, no. 1, February 2011.
- [30] A. Kortun, et al., "On the Performance of Eigenvalue-based Spectrum Sensing for Cognitive Radio", In: Proc. of the IEEE DySPAN, 2010.
- [31] D.A. Guimarães, Digital Transmission: A Simulation-Aided Introduction with VisSim/Comm. Berlin-Heidelberg, Germany: Springer-Verlag, Inc., December 2009.
- [32] P.P.-Hoseini, and N.C. Beaulieu, "Optimal Wideband Spectrum Sensing Framework for Cognitive Radio Systems", IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 59, no. 3, March 2011.
- [33] Song, J. Bae, and S.Y. Kim "Advanced Theory of Signal Detection: Weak Signal Detection in Generalized Observations", Springer-Verlag, 2002.
- [34] H. V. Poor and J. B. Thomas, "Advances in Statistical Signal Processing - vol. 2: Signal Detection", JAI, 1993.

- [35] F. Pascal, et al., "Covariance Structure Maximum-Likelihood Estimates in Compound Gaussian Noise: Existence and Algorithm Analysis", IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 56, no. 1, January 2008.
- [36] P. Bianchi, et al., "Performance Analysis of Some Eigen-Based Hypothesis Tests for Collaborative Sensing", IEEE 15th WS on Statistical Signal Processing, pp. 5-8, 2009.
- [37] T.J. Leen, et al., "GLRT-Based Spectrum Sensing for Cognitive Radio", IEEE Global Telecommunications Conference (Globecom), pp. 1-5, 2008
- [38] R. Vershynin, "How close is the sample covariance matrix to the actual covariance matrix", arXiv: 1004.3484v1 [math.PR], April 2010.
- [39] A. Edelman (Ed.), "Random Matrix Theory", Cambridge University Press: United Kingdom, 2005.
- [40] M. Rudelson, and R. Vershyniny, "Non-asymptotic theory of random matrices: extreme singular values", In: Proc. of the Int. Congress of Mathematicians, Hyderabad, India, 2010.
- [41] A. Bejan, "Largest eigenvalues and sample covariance matrices", M.Sc. Dissertation, University of Warwick, 2005.
- [42] R. Vershynin, "Introduction to the non-asymptotic analysis of random matrices", Monograph, University of Michigan, 2011.
- [43] A. Tulino, and S Verdú, "Random Matrix Theory and Wireless Communications", Now Publishers, Inc., Hanover, MA, USA: Journal of Comm. and Inf. Theory, vol.1-1, 2004.
- [44] Wikipedia Wishart Distribution. Available: http://en.wikipedia.org/wiki/Wishart\_distribution (last access: on August 2011).

João Scudeler Neto nasceu em Santa Rita do Sapucaí, MG, em 07 de novembro de 1983. Possui os títulos: Técnico em Eletrônica (ETE FMC, 1999) e Engenheiro Eletricista (Inatel, 2006). Desde 2010 está cursando o Mestrado em Telecomunicações do Inatel. De 2006 a 2010 atuou em projetos de otimização de redes de telefonia móvel de terceira geração e ministrou cursos pela empresa Ericsson. Atualmente está focado em pesquisas na área de sensoriamento espectral aplicado em Rádio Cognitivo.

Dayan Adionel Guimarães nasceu em Carrancas, MG, em 01 de março de 1969. Possui os títulos: Técnico em Eletrônica (ETE FMC, 1987), Engenheiro Eletricista (Inatel, 1994), Especialista em Engenharia de Comunicação de Dados (Inatel, 2003), Especialista em Administração com ênfase em Gerência de RH (FAI, 1996), Mestre em Engenharia Elétrica (Unicamp, 1998) e Doutor em Engenharia Elétrica (Unicamp, 2003). De 1988 a 1993 desenvolveu sensores e equipamentos para instrumentação industrial e controle e também foi Supervisor de Produção e Supervisor de Engenharia de Produtos na SENSE Sensores e Instrumentos. Desde janeiro de 1995 é Professor do Inatel onde, por oito anos, foi responsável pela estrutura que dá apoio às atividades de ensino prático nas áreas de Telecomunicações, Eletrônica e Eletrotécnica. Suas pesquisas incluem aspectos gerais sobre Transmissão Digital e Comunicação Móvel. Seu mais recente interesse situase na aplicação de técnicas de Otimização Convexa em sistemas de Rádio Cognitivo e Sensoriamento Espectral, assunto de seu programa de Pós-Doutorado na UFSC, realizado em 2010. É membro do Conselho do Mestrado do Inatel, do Corpo Editorial da revista Telecomunicações (Inatel) e do IEICE (Institute of Electronics, Information and Communication Engineers, Japão). Hoje ocupa a posição de Professor Titular do Inatel em regime de dedicação exclusiva por tempo integral.