INSTITUTO FEDERAL
Paraná
*Campus Assis Chateaubriand*

PÁTRIA AMADA
BRASIL
GOVERNO FEDERAL

DISCIPLINA

# PRÉ-CÁLCULO

Curso Superior de Tecnologia em

## Automação Industrial

**Instituto Federal do Paraná**
Campus Assis Chateaubriand

**Prof. Jonatan Ismael Eisermann**
jonatan.eisermann@ifpr.edu.br

Material Didático

**2026**

# Sumário

# Capítulo 1

# Teoria de Conjuntos

## 1.1 Conjuntos

Um *conjunto* é uma coleção de objetos chamados elementos. Usamos $a \in A$ para dizer que $a$ pertence a $A$, e $a \notin A$ para dizer que não pertence.

**Observação:** Quando um conjunto não possui elementos, ele é chamado de *conjunto vazio* e representado pelo símbolo $\emptyset$ ou $\{\}$.

**Exemplo**

**Exemplo não numérico:** Seja $F$ o conjunto das frutas:

$$F = \{\text{maçã, banana, uva, laranja}\}.$$

Podemos afirmar que:

- banana $\in F$ (banana pertence ao conjunto $F$);
- batata $\notin F$ (batata não pertence ao conjunto $F$).

**Exemplo**

**Exemplo numérico:** Seja $A = \{1, 2, 3, 4\}$.

$$2 \in A \quad \text{e} \quad 5 \notin A.$$

## 1.2 Subconjuntos

Dizemos que um conjunto $A$ é *subconjunto* de um conjunto $B$ quando todos os elementos de $A$ também pertencem a $B$. Nesse caso, escrevemos $A \subset B$ (lê-se: "$A$ está contido em $B$"ou "$A$ é subconjunto de $B$"). Equivalentemente, também podemos escrever $B \supset A$ (lê-se: "$B$ contém $A$").

**Exemplo**

**Exemplo:** Considere os conjuntos:

$$A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{1, 2, 3, 4, 5\}.$$

Todos os elementos de $A$ (1, 2 e 3) estão em $B$. Portanto:

$$A \subset B \quad \text{ou} \quad B \supset A.$$

**Propriedades:**

- Todo conjunto é subconjunto de si mesmo: $A \subset A$;
- O conjunto vazio é subconjunto de qualquer conjunto: $\emptyset \subset A$, para qualquer conjunto $A$;
- Se $A \subset B$ e $B \subset A$, então $A = B$ (conjuntos iguais).

## 1.3 Operações Fundamentais

Para manipular conjuntos, utilizamos operações lógicas. Imagine dois conjuntos $A$ e $B$:

- **União ($A \cup B$):** É a junção de todos os elementos de ambos os conjuntos sem repetições.

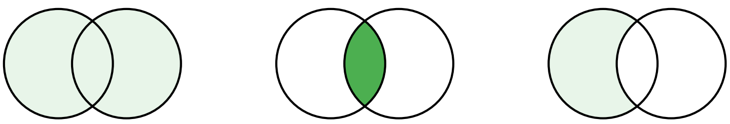
  *Exemplo:* $A = \{\text{Azul, Verde}\}$ e $B = \{\text{Verde, Amarelo}\}$.
  $A \cup B = \{\text{Azul, Verde, Amarelo}\}$

- **Interseção ($A \cap B$):** Apenas os elementos que pertencem aos dois ao mesmo tempo.

  *Exemplo:* Usando as cores acima:
  $A \cap B = \{\text{Verde}\}$

- **Diferença ($A - B$):** Elementos que são exclusivos de $A$, retirando tudo o que for de $B$.

  *Exemplo:* Usando as cores acima:
  $A - B = \{\text{Azul}\}$



$A \cup B$ $\quad$ $A \cap B$ $\quad$ $A - B$

**Atividade 1**

Dados $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $B = \{4, 5, 6, 7\}$, determine:

$A \cup B =$ ____________________________________

$A \cap B =$ ____________________________________

$A - B =$ ____________________________________

## 1.4 Conjuntos Numéricos

**Definição**

- **Naturais ($\mathbb{N}$):** $\{0, 1, 2, \dots\}$
- **Inteiros ($\mathbb{Z}$):** $\{\dots, -1, 0, 1, \dots\}$
- **Racionais ($\mathbb{Q}$):** Frações e dízimas periódicas.
- **Irracionais ($\mathbb{I}$):** Decimais infinitos não periódicos ($\pi$, $\sqrt{2}$).
- **Reais ($\mathbb{R}$):** ($\mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$).

## 1.5 Intervalos Reais

Agora vamos estudar subconjuntos de $\mathbb{R}$ que possuem uma propriedade importante: eles contêm todos os números reais entre dois extremos. Diferentemente dos conjuntos finitos que vimos até aqui (como $\{1, 2, 3, 4\}$), representar um *intervalo real* listando seus elementos um a um não faz sentido, pois entre dois números reais quaisquer existem infinitos outros números. Por exemplo, no intervalo de 0 a 1 existem infinitos números como 0,1, 0,01, 0,001, entre tantos outros.

Para representar intervalos reais, podemos utilizar duas notações equivalentes:

- **Notação de intervalos:** utiliza colchetes e parênteses para indicar se os extremos estão incluídos ou não.
- **Notação de conjuntos:** utiliza chaves e uma condição, no formato $\{x \in \mathbb{R} \mid \text{condição}\}$.

**Definição**

- **Intervalo Fechado** $[a, b]$**:** Inclui os extremos $a$ e $b$.

$$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$$

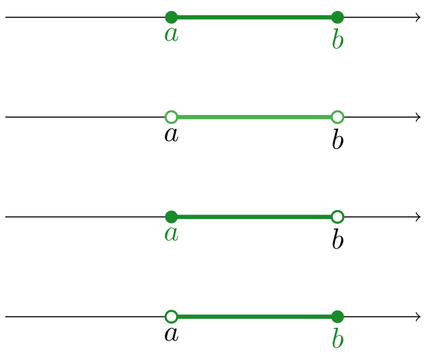
- **Intervalo Aberto** $(a, b)$ **ou** $]a, b[$**:** Exclui os extremos $a$ e $b$.

$$]a, b[ = (a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$$

- **Intervalo Entreaberto:** Inclui apenas um dos extremos.

$$[a, b[ = [a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$$

$$]a, b] = (a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$$




$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$

$]a, b[= (a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$

$[a, b[= [a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$

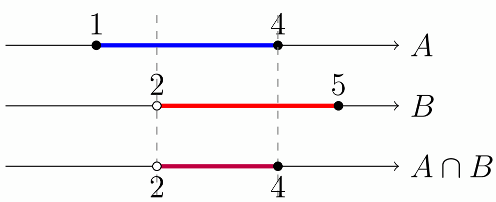
$]a, b] = (a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$

## 1.6 Operações com Intervalos

Para resolver operações com intervalos reais, desenhamos as retas paralelas e analisamos a sobreposição.

**Exemplo**

Determine $A \cap B$ para $A = [1, 4]$ e $B = ]2, 5]$.



**Atividade 2**

Seja $A = [0, 5]$ e $B = [2, 8]$. Determine $A \cup B$ e represente graficamente.

**Atividade 3**

Determine $C \cap D$ sendo $C = ]-1, 4]$ e $D = [2, 6[$.

**Atividade 4**

Determine a diferença $A - B$, sendo $A = [1, 5]$ e $B = [3, 6]$.

## 1.7 Exercícios

**1.** Considere os conjuntos $A = \{0, 1, 2, 3, 5, 8\}$, $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ e $C = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 4\}$. Determine:

(a) $A \cap B$

(b) $(A \cup C) \cap B$

(c) $A - (B \cap C)$

**2.** Classifique como Verdadeiro $(V)$ ou Falso $(F)$:

(a) ( ) $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$

(b) ( ) $0,333\cdots \in \mathbb{I}$

(c) ( ) $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$

(d) ( ) $\mathbb{Z} \cap \mathbb{I} = \emptyset$

**3.** Represente graficamente e na notação de conjuntos os seguintes intervalos:

(a) $[-2, 3]$

(b) $]0, 5]$

(c) $(-\infty, 2[$

**4.** Dados os intervalos $I = [1, 5]$ e $J = ]2, 7[$, determine:

(a) $I \cup J$

(b) $I \cap J$

(c) $I - J$

**5.** Se $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x \leq 4\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x < 6\}$, determine o conjunto $(A \cup B) - (A \cap B)$.