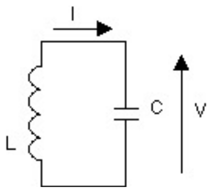
La ecuación diferencial que se cumple en un oscilador armónico es la siguiente:

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + w_0^2 y(t) = 0 \longrightarrow \frac{d^2y(t)}{dt^2} = -w_0^2 y(t)$$

El Voltage en un circuito LC sin pérdidas, por ejemplo, cumple esta ecuación.



Condensador: $I(t) = C\dfrac{dV(t)}{dt}$, Inductancia: $V(t) = -LC\dfrac{dI(t)}{dt}$

$$V(t) = -LC\frac{d^2V(t)}{dt^2} \longrightarrow L\frac{d^2t}{dt^2} = -\frac{1}{C}V(t)$$

Otro ejemplo sería el movimiento armónico simple de un muelle o resorte:

Ley de Newton: $F = ma = m\dfrac{dv(t)}{dt} = m\dfrac{d^2y(t)}{dt^2} = -ky(t)$, (Ley de Hooke: $F = -ky$)

Las únicas funciones reales cuya segunda derivada es la misma función con signo opuesto son el seno y el coseno. Así, la solución generales la siguiente:

$$y(t) = Acos(w_0 t + \phi) + \frac{1}{w_0}\frac{dy(0)}{dt}sin(w_0 t + \phi)$$

$$\beta = \frac{dy(0)}{dt} \;,\; w_0 = 2\pi f_0$$

$$y(t) = Acos(w_0 t + \phi) + \frac{\beta}{w_0}sin(w_0 t + \phi)$$

Condiciones iniciales:

$\phi = 0$, Fase inicial

$y(\phi) = A$, Amplitud máxima

$$\frac{dy(0)}{dt} = 0$$

Solución específica aplicando las condiciones iniciales:

$$y(t) = Acos(w_0 t + \phi)$$

Solución gráfica (ecuación de onda) mediande el software "Grapher" (MacOS):

$$y'' = -y \;,\; y(\phi) = 1, \; y' = 0$$