# UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ DIRETORIA DE PESQUISA E PÓS GRADUAÇÃO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

JÔNATAS TRABUCO BELOTTI

IMPLEMENTAÇÃO REDE NEURAL PERCEPTRON

**RELATÓRIO** 

PONTA GROSSA 2017

#### JÔNATAS TRABUCO BELOTTI

# IMPLEMENTAÇÃO REDE NEURAL PERCEPTRON

Relatório apresentado como requisito parcial à obtenção de nota na disciplina de Fundamentos de Redes Neurais Artificiais do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná–Campus Ponta Grossa.

Professor: Prof. Dr. Sérgio Okida

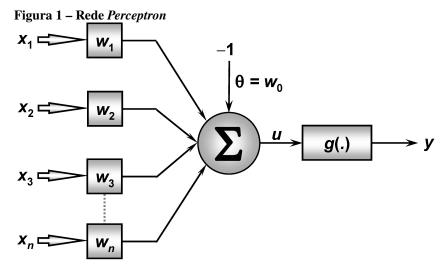
## **SUMÁRIO**

| 1 INTRODUÇÃO   | 3  |
|--|----|
| 1.1 ESTUDO DE CASO                                     | 3  |
| 2 DESENVOLVIMENTO ESTUDO DE CASO                       | 5  |
| 2.1 IMPLEMENTAÇÃO E TESTE                              | 5  |
| 2.1.1 Inicialização dos pesos sinápticos               | 5  |
| 2.1.2 Ajuste dos pesos sinápticos                      | 6  |
|  | 8  |
| 2.1.4 Generalização                                    | 9  |
| 2.2 TREINAMENTO  |    |
| 2.3 EXECUÇÃO   |    |
| 2.4 DISCUSSÕES   |    |
| 3 CONCLUSÃO  | 13 |
| REFERÊNCIAS  | 14 |
| APÊNDICE A - Implementação da classe <i>Perceptron</i> | 15 |
| ANEXO A - CONJUNTO DE TREINAMENTO                      | 20 |

## 1 INTRODUÇÃO

A rede neural mais simples conhecida é a *Perceptron*, idealizada por Rosenblatt (1958), seu proposito era implementar um modelo computacional baseado no funcionamento da retina (da Silva; SPATTI; FLAUZINO, 2010).

O *Perceptron* é constituído por apenas 1 neurônio artificial que recebe todos os sinais de entrada e devolve uma única saída. A Imagem 1 ilustra a arquitetura de uma rede *Perceptron*.



Fonte: da Silva, Spatti e Flauzino (2010).

Na Figura 1 é possível ver os sinais de entrada  $\{x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n\}$ , os pesos sinápticos  $\{w_0, w_1, w_2, w_3, \ldots, w_n\}$  sendo que o peso sináptico  $w_0$  é referente ao limiar de ativação  $(\theta)$ , o limiar de ativação denotado por  $\theta$ , o combinador linear denotado por  $\Sigma$ , o potêncial de ativação denotado por  $w_0$ , a função de ativação  $w_0$ , e por fim o sinal de saída da rede  $w_0$ .

Este relatório tem como objetivo descrever o desenvolvimento do projeto prático 3.6 do livro Redes neurais artificias para engenharia e ciências aplicadas de da Silva, Spatti e Flauzino (2010), o projeto consiste na implementação, treinamento e teste de uma rede neural do tipo *Perceptron* para a classificação de amostras de óleo.

#### 1.1 ESTUDO DE CASO

O projeto prático 3.6 do livro Redes neurais artificias para engenharia e ciências aplicadas de da Silva, Spatti e Flauzino (2010), propões o desenvolvimento de uma rede neural Perceptron para a classificação de amostras de óleo. As amostras de óleo podem ser classificadas em duas classes de pureza  $\{P_1 \ e \ P_2\}$ , essa classificação se da pela medição de três propriedades físico-químicas do óleo representadas por  $\{x_1, x_2 \ e \ x_3\}$ .

O livro trás o conjunto de treinamento da rede, aqui apresentado no Anexo A, e define

o valor -1 para óleo pertencente a classe  $P_1$  e o valor 1 para óleo pertencente a classe  $P_2$ .

Também é descrita a arquitetura que a rede deve ter, possuindo três sinais de entrada  $\{x_1, x_2 \in x_3\}$  com seus respectivos pesos sinápticos  $\{w_1, w_2 \in w_3\}$ , sendo os sinais de entrada referentes as três propriedades físico-químicas do óleo. Além disso a rede deve possuir um limiar de ativação  $\theta$  de valor -1 com um peso sináptico  $w_0$  associado a ele, um combinador linear  $\sum$ , o potencial de ativação u, uma função de ativação g(.) e por fim um sinal de saída y que pode assumir os valores de 1 ou -1. A Figura 2 mostra detalhadamente a arquitetura que a rede deve ter.

 $X_1 = w_1$   $X_2 = w_2$   $X_3 = w_3$   $W_3$   $W_3$ 

Figura 2 - Arquitetura proposta rede Perceptron

Fonte: da Silva, Spatti e Flauzino (2010).

Para o treinamento da rede é especificado a utilização do algoritmo supervisionado de Hebb para a classificação de padrões com uma taxa de aprendizagem de 0,01.

#### 2 DESENVOLVIMENTO ESTUDO DE CASO

Esse capítulo apresenta o desenvolvimento do estudo de caso proposto na Seção 1.1, apresentando a implementação da rede na Seção 2.1, o treinamento na Seção 2.2, a execução da rede na Seção 2.3 e a discussão dos resultados obtidos na Seção 2.4.

#### 2.1 IMPLEMENTAÇÃO E TESTE

A rede neural Perceptron foi implementada na linguagem Java, visando facilitar o acesso ao código fonte o mesmo, juntamente com um arquivo contendo o conjunto de dados de treinamento foram disponibilizados em um repositório do *GitHub* que pode ser acessado pelo link <a href="https://github.com/jonatastbelotti/RedePerceptron">https://github.com/jonatastbelotti/RedePerceptron</a>.

A rede neural foi implementada através da classe *Perceptron*, que é apresentada no Apêndice A. As Seções 2.1.1, 2.1.2, 2.1.3 e 2.1.4 trazem a explicação detalhada dos principais métodos da classe.

#### 2.1.1 Inicialização dos pesos sinápticos

Incialmente os pesos sinápticos da rede são números aleatórios gerados entre 0 e 1, no Código 1 nota-se, entre as linhas 14 e 17, que o construtor vazio da classe *Perceptron* inicia o valor dos pesos sinápticos através do método *random.nextDouble()*, método esse que gera números aleatórios entre 0 e 1.

Código 1 - Construtor da classe Perceptron

```
public class Perceptron {
  private final double PASSO_APRENDIZAGEM = 0.01;

private double peso0;
  private double peso1;

private double peso2;
  private double peso3;

private double ultimaResposta;
  private int numEpocasTreinamento;

public Perceptron() {
  Random random = new Random();
```

```
this.peso0 = random.nextDouble();
this.peso1 = random.nextDouble();
this.peso2 = random.nextDouble();
this.peso3 = random.nextDouble();
this.ultimaResposta = 0.0;
this.numEpocasTreinamento = 0;
}
```

#### 2.1.2 Ajuste dos pesos sinápticos

O processo de treinamento é implementado na classe *Perceptron* pelo método treinar-Rede, que recebe como parâmetro o arquivo contendo os dados de treinamento e através do algoritmo supervisionado de Hebb atualiza os pesos sinápticos a cada iteração até que não haja mais erro de classificação. O Código 2 apresenta a implementação em Java do método treinar-Rede.

Analisando o código, podemos verificar que o laço que compreende as linhas 18 à 65 realiza várias épocas de treinamento enquanto houver erro de classificação. As linhas 22 a 40 são responsáveis por lerem cada linha do arquivo com os dados de treinamento e retirarem os respectivos sinais de entrada e a saída esperada. Na linha 43 é realizado o cálculo que gera o potencial de ativação. Nessa mesma linha o potencial de ativação já é inserido na função de ativação gerando assim a saída da rede.

Na linha 45 a saída da rede é comparada com a saída esperada para essa entrada, se os valores forem iguais nada é feito, entretanto se os valores forem diferentes, nas linhas 46 a 49 os pesos sinápticos são ajustados.

Código 2 - Método treinarRede classe Perceptron

```
public boolean treinarRede(ArquivoDadosTreinamento
      arquivoTreinamento) {
       FileReader arq;
2
       BufferedReader lerArq;
4
       String linha;
       String[] vetor;
       int i;
6
       int acertou;
       int maiorAcerto = 0;
8
       boolean erro = true;
       double entrada1;
10
       double entrada2;
       double entrada3;
12
```

```
double saidaEsperada;
14
       this.numEpocasTreinamento = 0;
16
       try {
         while (erro) {
18
           this.numEpocasTreinamento++;
           acertou = 0;
20
           erro = false;
           arq = new FileReader(arquivoTreinamento.getCaminhoCompleto
22
           lerArq = new BufferedReader(arq);
24
           linha = lerArq.readLine();
           if (linha.contains("x1")) {
26
             linha = lerArq.readLine();
           }
28
           while (linha != null) {
30
             vetor = linha.split("\\s+");
             i = 0;
32
             if (vetor[0].equals("")) {
34
               i = 1;
             }
36
             entrada1 = Double.parseDouble(vetor[i++].replace(",", "."
38
                ));
             entrada2 = Double.parseDouble(vetor[i++].replace(",", "."
             entrada3 = Double.parseDouble(vetor[i++].replace(",", "."
40
             saidaEsperada = Double.parseDouble(vetor[i].replace(",",
                "."));
42
             this.ultimaResposta = funcaoDegrauBipolar((entrada1 *
                this.peso1) + (entrada2 * this.peso2) + (entrada3 *
                this.peso3) + (-1.0 * this.peso0));
44
             if (this.ultimaResposta != saidaEsperada) {
               peso0 = peso0 + (PASSO_APRENDIZAGEM * (saidaEsperada -
46
                  this.ultimaResposta) * -1.0);
```

```
peso1 = peso1 + (PASSO_APRENDIZAGEM * (saidaEsperada -
                   this.ultimaResposta) * entrada1);
               peso2 = peso2 + (PASSO_APRENDIZAGEM * (saidaEsperada -
48
                   this.ultimaResposta) * entrada2);
               peso3 = peso3 + (PASSO_APRENDIZAGEM * (saidaEsperada -
                  this.ultimaResposta) * entrada3);
               erro = true;
50
             } else {
               acertou++;
52.
             }
54
             linha = lerArq.readLine();
           }
56
           arq.close();
58
           if (acertou > maiorAcerto) {
60
             maiorAcerto = acertou;
             Comunicador.addLog("Epoca" + this.numEpocasTreinamento +
62.
                 " acertou " + acertou + " ("+peso0+"; "+peso1+"; "+
                peso2+"; "+peso3+")");
           }
64
         }
66
         Comunicador.addLog("Fim do treinamento.");
       } catch (FileNotFoundException ex) {
68
         return false;
       } catch (IOException ex) {
70
         return false;
72
       return true;
74
     }
```

#### 2.1.3 Função degrau bipolar

Como foi definido na Seção 1.1, a saída da rede deve ser -1 para óleo pertencente a classe  $P_1$  e 1 para óleo pertencente a classe  $P_2$ , dessa forma a função de ativação utilizada foi a função degrau bipartido, que segue o funcionamento:

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{se} & x < 0, \\ 0 & \text{se} & x = 0, \\ 1 & \text{em} & x > 0 \end{cases}$$

Na implementação em Java da rede *Perceptron* a função de ativação do tipo degrau bipartido foi implementada pelo método funcaoDegrauBipolar que pode ser visto no Código 3.

Código 3 - Método funcaoDegrauBipolar da classe Perceptron

```
private double funcaoDegrauBipolar(double valor) {
       if (valor == 0.0) {
2
         return 0.0;
       }
4
       if (valor < 0.0) {
6
         return -1.0;
       }
8
       if (valor > 0.0) {
10
         return 1.0;
       }
12
       return 0.0;
14
  }
```

Perceba que este método foi invocado na linha 43 do Códgo 2.

#### 2.1.4 Generalização

A etapa de generalização da rede foi implementada através do método classificar, que é apresentado no Código 4. Nele verifica-se que a linha 6 é responsável por gerar o potencial de ativação e aplica-lo a função de ativação, gerando assim a saída da rede. Por fim nas linhas 8 a 13 a saída da rede é verificada para imprimir a classificação correspondente.

#### Código 4 - Método classificar da classe Perceptron

```
public String classificar(double valor1, double valor2, double
    valor3) {
    String resposta;

resposta = "";
```

```
this.ultimaResposta = funcaoDegrauBipolar((valor1 * this.peso1)
6
           + (valor2 * this.peso2) + (valor3 * this.peso3) + (-1.0 *
          this.peso0));
8
       if (this.ultimaResposta == -1.0) {
         resposta = "Classe P1";
       }
10
       if (this.ultimaResposta == 1.0) {
         resposta = "Classe P2";
12
       }
14
       return resposta;
     }
16
```

#### 2.2 TREINAMENTO

Com a finalidade de testar a rede neural desenvolvida a mesma foi treinada 5 vezes com o conjunto de treinamento contido no Anexo Anexo A. Em cada treinamento o número de épocas necessárias para treinar a rede foi anotado, assim como o vetor contendo os pesos sinápticos inicias e finais. O resultado dos 5 treinamentos podem ser visto nos dados da Tabela 1.

Analisando a Tabela 1 é possível verificar que a média do número de épocas necessárias para treinar a rede é de aproximadamente 400 épocas.

#### 2.3 EXECUÇÃO

Para cada um dos 5 treinamentos descritos na Seção 2.2 a rede *Perceptron* foi testada na classificação das amostras de óleo para que os resultados obtidos em cada treinamento pudessem ser comparados. Os resultados obtidos na classificação mediante cada treinamento pode ser visto na Tabela 2.

Note que para a mesma amostra de óleo todos os treinamentos apresentaram a mesma classificação, não havendo divergência entre os resultados.

Tabela 1 – Resultados do treinamento da rede

| Treinamento | Vetor de pesos iniciais |                |                |                | Vetor de pesos finais |                |                |                | Nº épocas                               |
|-------------|-------------------------|----------------|----------------|----------------|-----------------------|----------------|----------------|----------------|---|
|             | $\mathbf{w_0}$          | $\mathbf{w_1}$ | $\mathbf{w_2}$ | $\mathbf{w_3}$ | $\mathbf{w_0}$        | $\mathbf{w_1}$ | $\mathbf{w_2}$ | $\mathbf{w_3}$ | type type type type type type type type |
| T(1)        | 0.546383366             | 0.914173290    | 0.4531600950   | 0.831476594    | -2.91361663           | 1.426099290    | 2.402110095    | -0.678903405   | 351                                     |
| T(2)        | 0.805904511             | 0.2463353299   | 0.56257503     | 0.2327497693   | -3.014095488          | 1.463087329    | 2.443543031    | -0.720236230   | 391                                     |
| T(3)        | 0.896602871             | 0.808698103    | 0.4878806631   | 0.2303045852   | -3.083397128          | 1.56789210     | 2.483794663    | -0.735089414   | 428                                     |
| T(4)        | 0.3882159565            | 0.626372812    | 0.1246781379   | 0.1962799425   | -3.13178404           | 1.6000948      | 2.514918137    | -0.745256057   | 421                                     |
| T(5)        | 0.600485862             | 0.52229995     | 0.485077395    | 0.953812771    | -3.05951413           | 1.55214595     | 2.468979395    | -0.730609228   | 408                                     |

Fonte: Autoria própria.

Tabela 2 – Amostras de óleo para validar a rede *Perceptron* 

| Amostra | $x_1$   | $x_2$   | $x_3$  | y T(1) | y T(2) | y T(3) | y T(4) | <i>y</i> T(5) |
|---------|---------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|---------------|
| 1       | -0,3665 | 0,0620  | 5,9891 | $P_1$  | $P_1$  | $P_1$  | $P_1$  | $P_1$         |
| 2       | -0,7842 | 1,1267  | 5,5912 | $P_2$  | $P_2$  | $P_2$  | $P_2$  | $P_2$         |
| 3       | 0,3012  | 0,5611  | 5,8234 | $P_2$  | $P_2$  | $P_2$  | $P_2$  | $P_2$         |
| 4       | 0,7757  | 1,0648  | 8,0677 | $P_2$  | $P_2$  | $P_2$  | $P_2$  | $P_2$         |
| 5       | 0,1570  | 0,8028  | 6,3040 | $P_2$  | $P_2$  | $P_2$  | $P_2$  | $P_2$         |
| 6       | -0,7014 | 1,0316  | 3,6005 | $P_2$  | $P_2$  | $P_2$  | $P_2$  | $P_2$         |
| 7       | 0,3748  | 0,1536  | 6,1537 | $P_1$  | $P_1$  | $P_1$  | $P_1$  | $P_1$         |
| 8       | -0,6920 | 0,9004  | 4,4058 | $P_2$  | $P_2$  | $P_2$  | $P_2$  | $P_2$         |
| 9       | -1,3970 | 0,7141  | 4,9263 | $P_1$  | $P_1$  | $P_1$  | $P_1$  | $P_1$         |
| 10      | -1,8842 | -0,2805 | 1,2548 | $P_1$  | $P_1$  | $P_1$  | $P_1$  | $P_1$         |

Fonte: Autoria própria.

## 2.4 DISCUSSÕES

## 3 CONCLUSÃO

### REFERÊNCIAS

da Silva, Ivan Nunes; SPATTI, Danilo Hernane; FLAUZINO, Rogério Andrade. **Redes Neurais Artificiais Para Engenharia e Cincias Aplicadas - Curso Pratico**. 1. ed. São Paulo: ARTLIBER, 2010. ISBN 978-85-88098-53-4.

ROSENBLATT, Frank. The perceptron: A probabilistic model for information storage and organization in the brain. **Psychological review**, American Psychological Association, v. 65, n. 6, p. 386, 1958.

#### APÊNDICE A - IMPLEMENTAÇÃO DA CLASSE PERCEPTRON

```
1 package Model;
   import View.Comunicador;
4 import java.io.BufferedReader;
   import java.io.FileNotFoundException;
6 import java.io.FileReader;
   import java.io.IOException;
8 import java.util.Random;
10 /**
12
    * @author Jonatas Trabuco Belotti [jonatas.t.belotti@hotmail.com]
    */
14 public class Perceptron {
16
     private final double PASSO_APRENDIZAGEM = 0.01;
     private double peso0;
18
     private double peso1;
20
     private double peso2;
     private double peso3;
22
     private double ultimaResposta;
     private int numEpocasTreinamento;
24
     public Perceptron() {
26
       Random random = new Random();
28
       this.peso0 = random.nextDouble();
       this.peso1 = random.nextDouble();
30
       this.peso2 = random.nextDouble();
       this.peso3 = random.nextDouble();
32
       this. ultimaResposta = 0.0;
       this.numEpocasTreinamento = 0;
34
     }
36
     public Perceptron (double peso0, double peso1,
      double peso2, double peso3) {
```

```
38
        this.peso0 = peso0;
        this.peso1 = peso1;
        this.peso2 = peso2;
40
        this.peso3 = peso3;
42
        this. ultimaResposta = 0.0;
        this.numEpocasTreinamento = 0;
44
     }
46
     public double getUltimaResposta() {
       return ultimaResposta;
48
     }
50
     public int getNumEpocasTreinamento() {
        return numEpocasTreinamento;
52
     }
54
     public double getPeso0() {
        return peso0;
56
     }
     public double getPeso1() {
58
       return peso1;
60
     }
62
     public double getPeso2() {
       return peso2;
     }
64
66
     public double getPeso3() {
        return peso3;
68
     }
     public boolean treinarRede (ArquivoDadosTreinamento
70
      arquivoTreinamento) {
72
        FileReader arq;
        BufferedReader lerArq;
74
        String linha;
        String[] vetor;
76
        int i;
```

```
int acertou;
78
        int maiorAcerto = 0;
        boolean erro = true:
80
        double entrada1;
        double entrada2:
82
        double entrada3;
        double saidaEsperada;
84
        Comunicador.iniciarLog("Inicio utreinamento u(" + peso0
86
              + "; \_" + peso1 + "; \_" + peso2 + "; \_" + peso3 + ")");
        this.numEpocasTreinamento = 0;
88
        try {
90
          while (erro) {
            this . numEpocasTreinamento++;
92
            acertou = 0;
            erro = false;
94
            arq = new FileReader(arquivoTreinamento.getCaminhoCompleto());
            lerArq = new BufferedReader(arq);
96
            linha = lerArq.readLine();
98
            if (linha.contains("x1")) {
              linha = lerArq.readLine();
100
            }
102
            while (linha != null) {
              vetor = linha.split("\s+");
104
              i = 0;
106
              if (vetor [0]. equals ("")) {
                i = 1;
108
              }
              entrada1 = Double.parseDouble(vetor[i++].replace(",", "."));
110
              entrada2 = Double.parseDouble(vetor[i++].replace(",", "."));
              entrada3 = Double.parseDouble(vetor[i++].replace(",", "."));
112
              saidaEsperada = Double.parseDouble(vetor[i].replace(",", ".")
114
              ultimaResposta = funcaoDegrauBipolar ((entrada1 * this.peso1)
```

```
116
                          + (entrada2 * this.peso2) + (entrada3 * this.peso3)
                               + (-1.0 * this.peso0));
118
               if (this.ultimaResposta != saidaEsperada) {
120
                 peso0 = peso0 + (PASSO_APRENDIZAGEM * (saidaEsperada
                                 - this.ultimaResposta) * -1.0);
                 peso1 = peso1 + (PASSO_APRENDIZAGEM * (saidaEsperada
122
                                - this.ultimaResposta) * entrada1);
124
                 peso2 = peso2 + (PASSO_APRENDIZAGEM * (saidaEsperada
                                 - this.ultimaResposta) * entrada2);
                 peso3 = peso3 + (PASSO_APRENDIZAGEM * (saidaEsperada
126
                                 - this.ultimaResposta) * entrada3);
128
                 erro = true;
               } else {
130
                 acertou++;
               }
132
               linha = lerArq.readLine();
134
             }
136
             arq.close();
138
             if (acertou > maiorAcerto) {
               maiorAcerto = acertou;
140
               Comunicador.addLog("Epoca<sub>\(\sigma\)</sub>" + numEpocasTreinamento
                          + "_{\sqcup}acertou_{\sqcup}" + acertou + "_{\sqcup}(" + peso0 + ";_{\sqcup}"
                               + peso1 + "; " + peso2 + "; " + peso3 + ")");
142
             }
144
           }
146
           Comunicador.addLog("Fimudoutreinamento.");
148
        } catch (FileNotFoundException ex) {
           return false;
150
        } catch (IOException ex) {
           return false;
152
        }
154
        return true;
```

```
}
156
      public String classificar (double valor1, double valor2,
158
        double valor3) {
        String resposta;
160
        resposta = "Semuclassificação";
162
        this.ultimaResposta = funcaoDegrauBipolar((valor1 * this.peso1)
164
              + (valor2 * this.peso2) + (valor3 * this.peso3)
              + (-1.0 * this.peso0));
166
        if (this.ultimaResposta == -1.0) {
          resposta = "Classe_P1";
168
170
        if (this.ultimaResposta == 1.0) {
          resposta = "Classe_P2";
172
        }
174
        return resposta;
      }
176
      private double funcaoDegrauBipolar(double valor) {
        if (valor == 0.0) 
178
          return 0.0;
180
        }
182
        if (valor < 0.0) {
          return -1.0;
184
        }
186
        if (valor > 0.0) {
          return 1.0;
188
        }
190
        return 0.0;
      }
192
    }
```

## ANEXO A - CONJUNTO DE TREINAMENTO

| x1      | x2      | <b>x</b> 3 | d       |
|---------|---------|------------|---------|
| -0.6508 | 0.1097  | 4.0009     | -1.0000 |
| -1.4492 | 0.8896  | 4.4005     | -1.0000 |
| 2.0850  | 0.6876  | 12.0710    | -1.0000 |
| 0.2626  | 1.1476  | 7.7985     | 1.0000  |
| 0.6418  | 1.0234  | 7.0427     | 1.0000  |
| 0.2569  | 0.6730  | 8.3265     | -1.0000 |
| 1.1155  | 0.6043  | 7.4446     | 1.0000  |
| 0.0914  | 0.3399  | 7.0677     | -1.0000 |
| 0.0121  | 0.5256  | 4.6316     | 1.0000  |
| -0.0429 | 0.4660  | 5.4323     | 1.0000  |
| 0.4340  | 0.6870  | 8.2287     | -1.0000 |
| 0.2735  | 1.0287  | 7.1934     | 1.0000  |
| 0.4839  | 0.4851  | 7.4850     | -1.0000 |
| 0.4089  | -0.1267 | 5.5019     | -1.0000 |
| 1.4391  | 0.1614  | 8.5843     | -1.0000 |
| -0.9115 | -0.1973 | 2.1962     | -1.0000 |
| 0.3654  | 1.0475  | 7.4858     | 1.0000  |
| 0.2144  | 0.7515  | 7.1699     | 1.0000  |
| 0.2013  | 1.0014  | 6.5489     | 1.0000  |
| 0.6483  | 0.2183  | 5.8991     | 1.0000  |
| -0.1147 | 0.2242  | 7.2435     | -1.0000 |
| -0.7970 | 0.8795  | 3.8762     | 1.0000  |
| -1.0625 | 0.6366  | 2.4707     | 1.0000  |
| 0.5307  | 0.1285  | 5.6883     | 1.0000  |
| -1.2200 | 0.7777  | 1.7252     | 1.0000  |
| 0.3957  | 0.1076  | 5.6623     | -1.0000 |
| -0.1013 | 0.5989  | 7.1812     | -1.0000 |
| 2.4482  | 0.9455  | 11.2095    | 1.0000  |
| 2.0149  | 0.6192  | 10.9263    | -1.0000 |
| 0.2012  | 0.2611  | 5.4631     | 1.0000  |