UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DIRETORIA DE PESQUISA E PÓS GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

JÔNATAS TRABUCO BELOTTI

IMPLEMENTAÇÃO PROJETO PRÁTICO 7.8: REDE DE *HOPFIELD*

RELATÓRIO

PONTA GROSSA
2017

JÔNATAS TRABUCO BELOTTI

IMPLEMENTAÇÃO PROJETO PRÁTICO 7.8: REDE DE *HOPFIELD*

Relatório apresentado como requisito parcial à obtenção de nota na disciplina de Fundamentos de Redes Neurais Artificiais do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná– Campus Ponta Grossa.

Professor: Prof. Dr. Sérgio Okida

PONTA GROSSA
2017

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

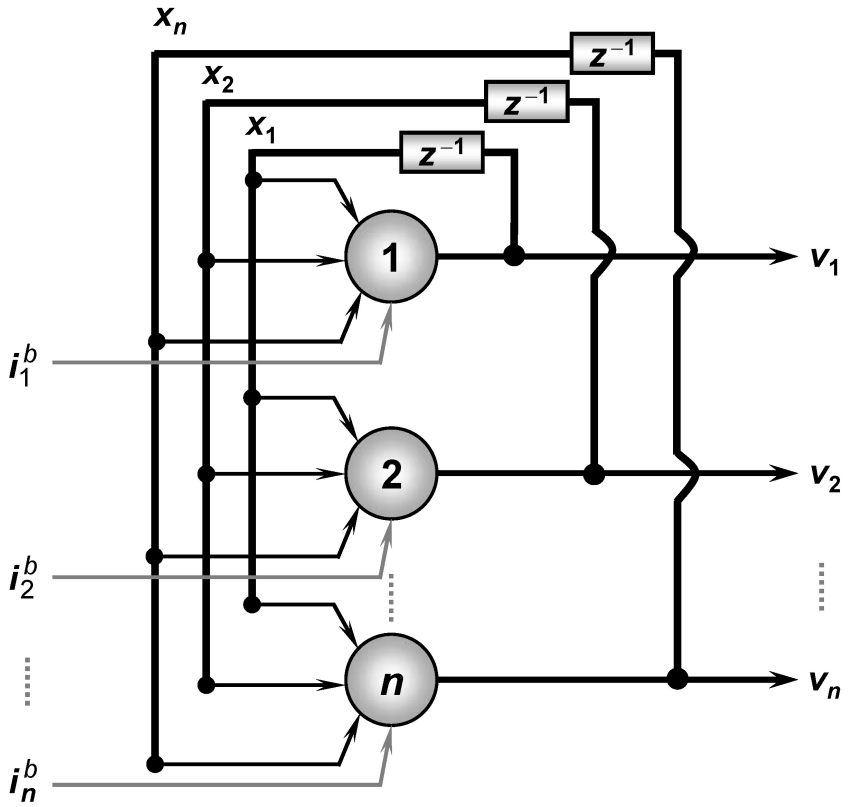
Uma rede neural artificial recorrente é uma rede onde as saídas de uma camada neural podem ser utilizadas como entradas para a rede, ou seja, existe uma realimentação. Tem-se como exemplo de uma rede neural artificial recorrente a rede de *Hopfield*, possuindo uma realimentação global todas as saídas da rede são reutilizadas como entradas para todos os neurônios da rede (SILVA; SPATTI; FLAUZINO, 2010).

Segundo Silva, Spatti e Flauzino (2010) as principais características das redes de *Hopfield* são:

- Comportamento tipicamente dinâmico;
- Capacidade de memorizar relacionamentos;
- Possibilidade de armazenamento de informações;
- Facilidade de implementação em hardware analógico.

A Figura 1 apresenta a arquitetura originalmente proposta para a rede de *Hopfield*.

Figura 1 – Arquitetura rede *Hopfield*



Fonte: (SILVA; SPATTI; FLAUZINO, 2010).

Como pode ser visto na Figura 1 originalmente a arquitetura proposta para a rede de *Hopfield* é constituída de apenas 1 camada neural, onde existe uma realimentação global entre

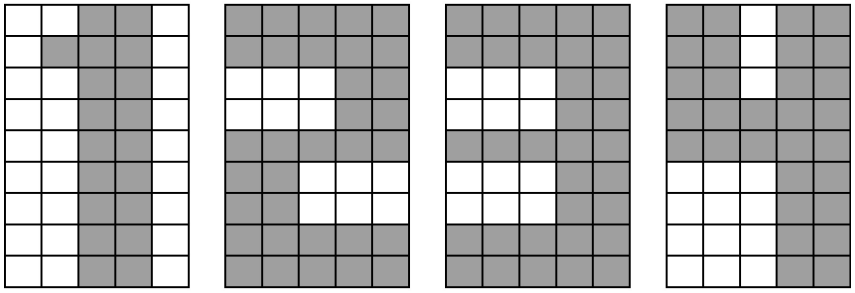
seus neurônios, ou seja, todas as saídas da rede realimentam todas as suas entradas. Ainda analisando a Figura 1 nota-se a presença do operador z^{-1}, operador esse que representa um atraso temporal de 1 unidade, dessa forma as saídas da rede serão utilizadas como entradas para a próxima execução.

Esse relatório tem como objetivo descrever o desenvolvimento do Projeto Prático 7.8 do livro Redes neurais artificias para engenharia e ciências aplicadas de Silva, Spatti e Flauzino (2010). O projeto consiste na implementação de uma rede neural artificial de *Hopfield* para ser utilizada na recuperação de imagens que sofreram ruído na transmissão.

1.1 ESTUDO DE CASO

O projeto prático 7.8 do livro Redes neurais artificias para engenharia e ciências aplicadas de Silva, Spatti e Flauzino (2010) apresenta um sistema de transmissão de imagens por meio de um *link* de comunicação. As imagens são codificadas por 45 *bits* para poderem serem enviadas, ao serem recebidas pelo sistema de recepção a informação é decodificada visando recuperar fielmente a imagem enviada. A Figura 2 mostra as 4 imagens que são transmitidas pelo sistema de transmissão de imagens.

Figura 2 – Imagens transmitidas pelo sistema



Fonte: (SILVA; SPATTI; FLAUZINO, 2010).

Durante a transmissão as imagens são corrompidas por ruídos, transformando-as em representações incompletas ou distorcidas das imagens transmitidas. Com o objetivo de resolver esse problema, pretende-se implementar uma rede neural de *Hopfield* para realizar a recuperação das imagens recebidas visando obter as imagens com o maior grau de fidelidade em relação as imagens envidas possível.

O livro determina que a rede neural de *Hopfield* desenvolvida deve conter 45 neurônios, a matriz de pesos $\mathbf{W}$ deve ser definida por meio do método do produto externo e todos os neurônios deveram possuir função de ativação do tipo sinal. Também é definido que cerca de 20% dos *pixels* de cada imagem é corrompido na transmissão da imagem.

2 DESENVOLVIMENTO DO PROJETO

A rede neural de *Hopfield* proposta na Seção 1.1 foi desenvolvida na linguagem Java, a classe *Hopfield* é a responsável por implementar o funcionamento da rede, seu código fonte está disponível no Apêndice A. Com o objetivo de facilitar o acesso ao código fonte, o mesmo juntamente com o programa já compilado foram disponibilizados em um repositório do *GitHub*[1] que pode ser acessado pelo link <https://github.com/jonatastbelotti/redeHopfield>.

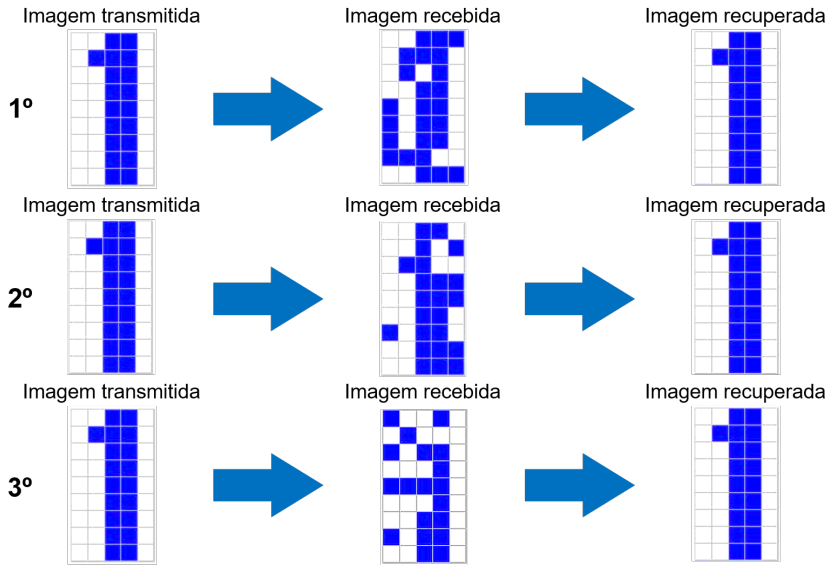
2.1 EXECUÇÃO DA REDE

Os pesos sinápticos da rede foram definidos por meio do método do produto externo, conforme mencionado na Seção 1.1, e estão disponíveis no Apêndice B.

Visando testar o funcionamento da rede foram simulados 12 situações de transmissão, 3 com cada imagem apresentada na Figura 2. Para cada simulação foram escolhidos 20% dos *pixels* da imagem de forma aleatória para terem os seus valores trocados, gerando assim o ruído oriundo da transmissão das imagens pelo *link* de comunicação.

A Figura 3 mostra as 3 simulações realizadas para a imagem 1, nela é possível ver a imagem original que foi transmitida, a imagem recebida pelo sistema de recepção contendo o ruído gerado e por fim a imagem final recuperada pela rede de *Hopfield*.

Figura 3 – Recuperações imagem 1



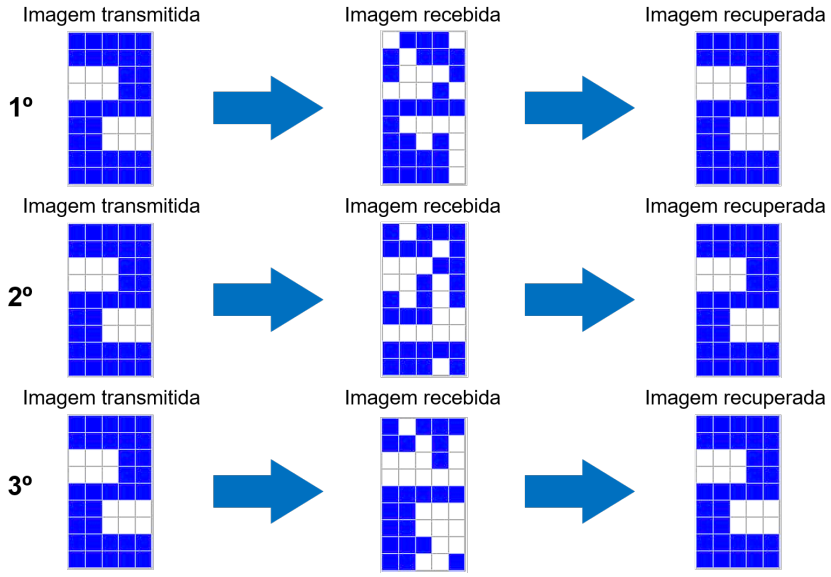
Fonte: Autoria própria.

Verifica-se que mesmo com a imagem ruidosa recebida tendo sido diferente todas as vezes a rede de *Hopfield* foi capaz de recuperar a primeira imagem originalmente transmitida com perfeição em todas as 3 simulações realizadas.

[1] No repositório do GitHub o caminho para acessar a classe Hopfield é ’./redeHopfield/src/Modelo/Hopfield.java’.

A próxima simulação foi realizada com a segunda imagem 2. A Figura 4 mostra as 3 simulações de transmissão realizadas para a imagem 2, nela é possível ver a imagem original que foi transmitida, a imagem recebida pelo sistema de recepção contendo o ruído gerado e por fim a imagem final recuperada pela rede de *Hopfield*.

Figura 4 – Recuperações imagem 2

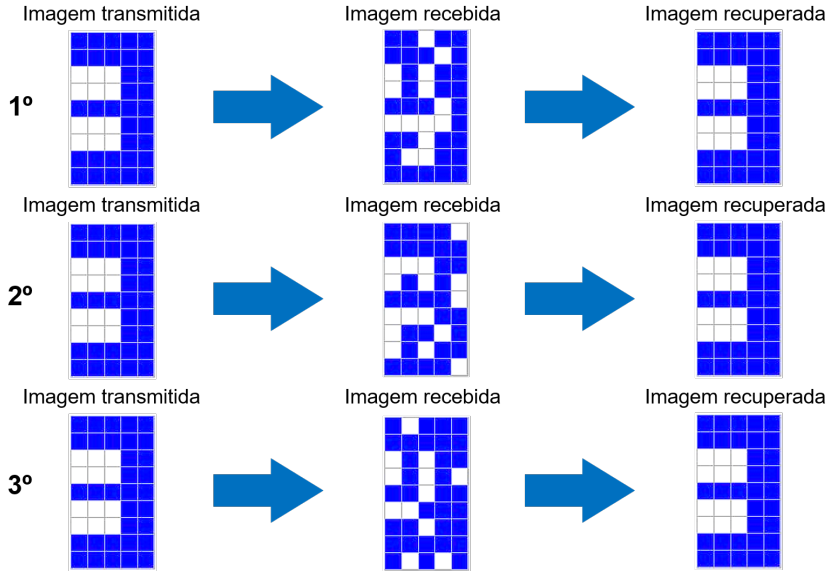


Fonte: Autoria própria.

Analisando a Figura 4 nota-se que a imagem ruidosa recebida pelo sistema de recepção foi diferente nas 3 transmissões, entretanto, a rede de *Hopfield* foi capaz de recuperar a imagem original com perfeição todas as vezes.

A Figura 5 mostra as 3 simulações de transmissão realizadas para a imagem 3, nela é possível ver a imagem original que foi transmitida, a imagem recebida pelo sistema de recepção contendo o ruído gerado e por fim a imagem final recuperada pela rede de *Hopfield*.

Figura 5 – Recuperações imagem 3

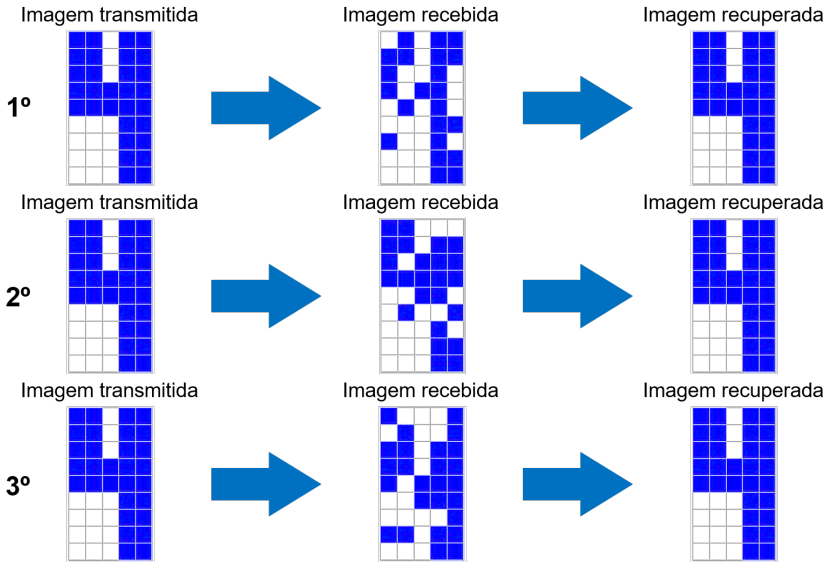


Fonte: Autoria própria.

Na simulações realizadas para a imagem 3 (Figura 5) verifica-se que a imagem recebida pelo sistema de recepção contendo o ruido foi diferente nas 3 transmissões realizadas, mas, mesmo assim, a rede de *Hopfield* foi capaz de recuperar a imagem originalmente transmitida com perfeição.

A Figura 6 mostra as 3 simulações de transmissão realizadas para a imagem 4, nela é possível ver a imagem original que foi transmitida, a imagem recebida pelo sistema de recepção contendo o ruído gerado e por fim a imagem final recuperada pela rede de *Hopfield*.

Figura 6 – Recuperações imagem 4



Fonte: Autoria própria.

Da mesma forma como ocorreu nas outras 3 simulações (imagens 1, 2 e 3), verifica-se que a imagem recebida pelo sistema de recepção foi diferente nas 3 simulações de transmissão realizadas, mas novamente isso não prejudicou a recuperação da imagem realizada pela rede de *Hopfield*, já que a rede recuperou as imagens com perfeição todas as vezes.

2.2 AUMENTO DO RUÍDO

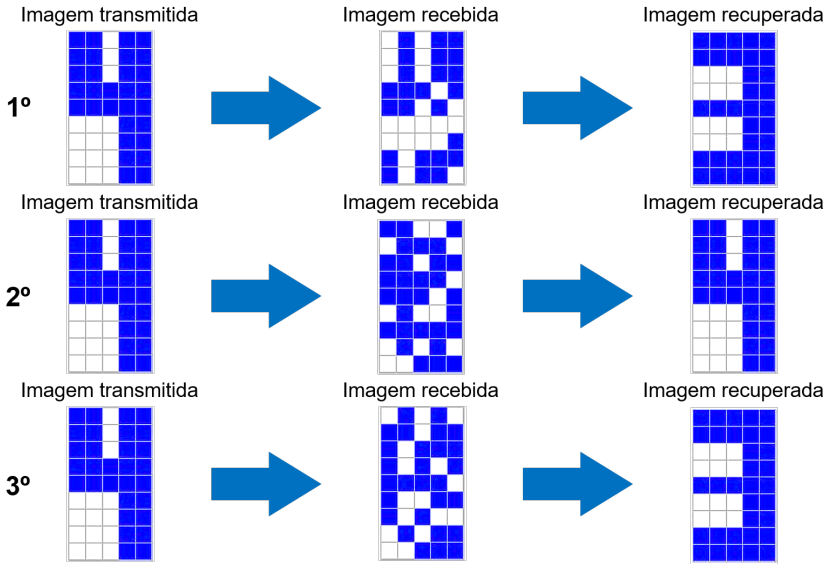
A rede de *Hopfield* desenvolvida procura dentre os padrões assimilados em sua memória associativa aquele que mais se assimila com a entrada recebida, dessa forma se a imagem recebida pela rede em nada se assemelha a nenhum dos padrões assimilados pela rede a mesma não será capaz de identificar de qual imagem se trata. Nota-se então, que o ruído presente na imagem é determinante para a operação da rede, visto que o ruído modifica a imagem originalmente transmitida fazendo com que a mesma fique diferente.

Com o objetivo de verificar o impacto que a porcentagem de ruído presente na imagem tem sobre a recuperação realizada pela rede de *Hopfield* foram realizadas mais 6 simulações de transmissão para a imagem 4, 3 simulações foram realizadas para uma porcentagem de ruído de

30% e outras 3 simulações com uma taxa de ruído de 50%.

A Figura 7 mostra as 3 simulações de transmissão realizadas para a imagem 4 com uma taxa de ruído de 30%.

Figura 7 – Recuperações imagem 30% de ruído

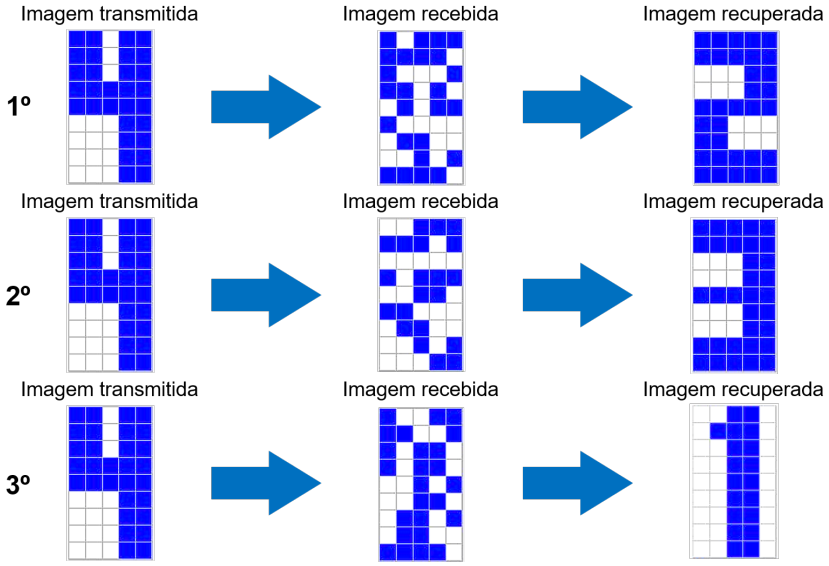


Fonte: Autoria própria.

Note que diferentemente das simulações apresentadas na Seção 2.1 onde a taxa de ruído era de 20%, agora com o ruído em 30% a rede de *Hopfield* recuperou com perfeição apenas a imagem da 2º transmissão, sendo que nas outras 2 transmissões a rede recuperou a imagem 3 para a transmissão da imagem 4.

A Figura 8 mostra as 3 simulações de transmissão realizadas para a imagem 4 com uma taxa de ruído de 50%.

Figura 8 – Recuperações imagem 50% de ruído



Fonte: Autoria própria.

Mais uma vez, analisando os resultados apresentados na Figura 8, verifica-se que a rede

de *Hopfield* não foi bem sucedida na recuperação das imagens, dessa vez todas as 3 imagens transmitidas foram recuperadas de maneira errada.

Analisando os resultados apresentados na Seção 2.1 e as figuras 7 e 8 verifica-se que o ruído presente na imagem recebida é determinante para o sucesso ou não da recuperação da imagem pela rede de *Hopfield*, de modo que quanto maior o ruído menor é a chance da rede recuperar de forma correta a imagem enviada. Com as simulações apresentadas na Seção 2.1 e nessa seção é possível determinar que até 20% de ruído não é capaz de prejudicar a recuperação das imagens realizada pela rede de *Hopfield*, a partir de 30% de ruído a recuperação da imagem pela rede fica comprometida, sendo que com 30% a rede ainda acerta em alguns casos, já a partir de 50% de ruído as chances da rede recuperar a imagem corretamente são praticamente inexistentes.

3 CONCLUSÃO

Concluí-se que a rede de *Hopfield* desenvolvida para ser utilizada na recuperação de imagens ruidosas recebidas por um sistema de recepção de imagens atenderá a todas as necessidades do sistema desde que a taxa de ruído presente nas imagens recebidas não seja maior que 20%. Com taxas de ruído maiores que 20% o desempenho da rede de *Hopfield* é reduzido, quanto maior a porcentagem de ruído menor a chance da rede recuperar a imagem corretamente, sendo que a partir de 50% de ruído a chance da rede ter sucesso na recuperação das imagens é quase nula.

REFERÊNCIAS

SILVA, Ivan Nunes da; SPATTI, Danilo Hernane; FLAUZINO, Rogério Andrade. **Redes Neurais Artificiais Para Engenharia e Cincias Aplicadas - Curso Pratico**. 1. ed. São Paulo: ARTLIBER, 2010. ISBN 978-85-88098-53-4.

APÊNDICE A - IMPLEMENTAÇÃO DA CLASSE *HOPFIELD* EM JAVA

```
1  package Modelo;
2
   import Controle.Comunicador;
4  import Controle.Tabelas;
   import java.util.ArrayList;
6  import java.util.List;

8  /**
    *
10  * @author Jônatas Trabuco Belotti [jonatas.t.belotti@hotmail.com]
    */
12 public class Hopfield {

14   private final int NUM_ENTRADAS = Tabelas.NUM_LINHAS * Tabelas.
        NUM_COLUNAS;
     private final int NUM_NEURONIOS = NUM_ENTRADAS;
16
     private List<int[][]> listaImagens;
18   private int entrada[];
     private int saida[];
20   private double pesos[][];
     private double matrizIdentidade[][];
22
     public Hopfield() {
24     entrada = new int[NUM_ENTRADAS];
       saida = new int[NUM_ENTRADAS];
26     pesos = new double[NUM_NEURONIOS][NUM_NEURONIOS];
       matrizIdentidade = new double[NUM_NEURONIOS][NUM_NEURONIOS];
28
       //Selecionando o conjunto de treinamento
30     listaImagens = new ArrayList<>();
       listaImagens.add(Tabelas.tab1);
32     listaImagens.add(Tabelas.tab2);
       listaImagens.add(Tabelas.tab3);
34     listaImagens.add(Tabelas.tab4);
     }
36
     public boolean treinar() {
```

```
38      Comunicador.iniciarLog("Iniciando treinamento da rede Hopfield"
           );

40      //Iniciando os pesos sinapticos com 0 e criando matriz
           identidade
        for (int linha = 0; linha < NUM_NEURONIOS; linha++) {
42        for (int coluna = 0; coluna < NUM_NEURONIOS; coluna++) {
            pesos[linha][coluna] = 0D;
44          matrizIdentidade[linha][coluna] = 0D;

46          if (linha == coluna) {
              matrizIdentidade[linha][coluna] = 1D;
48          }
          }
50      }

52      //ATUALIZANDO OS PESOS SINAPTICOS
        //Parcela 1
54      for (int[][] matriz : listaImagens) {
          recuperarEntradas(matriz);
56
          for (int linha = 0; linha < NUM_NEURONIOS; linha++) {
58          for (int coluna = 0; coluna < NUM_NEURONIOS; coluna++) {
              pesos[linha][coluna] += entrada[linha] * entrada[coluna];
60          }
          }
62      }

64      for (int linha = 0; linha < NUM_NEURONIOS; linha++) {
          for (int coluna = 0; coluna < NUM_NEURONIOS; coluna++) {
66          pesos[linha][coluna] /= (double) NUM_ENTRADAS;
          }
68      }

70      //Parcela 2
        for (int linha = 0; linha < NUM_NEURONIOS; linha++) {
72        for (int coluna = 0; coluna < NUM_NEURONIOS; coluna++) {
            pesos[linha][coluna] -= matrizIdentidade[linha][coluna] *
               ((double) listaImagens.size() / (double) NUM_ENTRADAS);
74        }
        }
76
```

```
      Comunicador.adicionarLog("Fim do teinamento");
78    imprimirPesos();

80    return true;
    }
82
    public void executar() {
84    int[] v_anterior;
      int[] v_atual;
86    double valorParcial;

88    v_anterior = new int[NUM_ENTRADAS];
      v_atual = new int[NUM_ENTRADAS];
90    recuperarEntradas(Tabelas.getTabelaRuido());
      copiarVetor(entrada, v_atual);
92
      //Enquanto a saida atual for diferente da anterior
94    do {
        copiarVetor(v_atual, v_anterior);
96
        for (int neuronio = 0; neuronio < NUM_NEURONIOS; neuronio++)
           {
98        valorParcial = 0D;

100       for (int entrada = 0; entrada < NUM_ENTRADAS; entrada++) {
            valorParcial += pesos[neuronio][entrada] * (double)
               v_anterior[entrada];
102       }

104       v_atual[neuronio] = funcaSinal(valorParcial);
        }
106   } while (!vetoresIguais(v_anterior, v_atual));

108   copiarVetor(v_atual, saida);
      Tabelas.setTabelaRecuperadaVetor(saida);
110 }

112 private int funcaSinal(double valor) {
      if (valor >= 0D) {
114     return 1;
      }
116
```

```
      return -1;
118   }

120   private void recuperarEntradas(int[][] matriz) {
      int i;
122
      entrada = new int[NUM_ENTRADAS];
124   i = 0;

126   for (int linha = 0; linha < matriz.length; linha++) {
        for (int coluna = 0; coluna < matriz[linha].length; coluna++)
            {
128       if (i < entrada.length) {
            entrada[i++] = matriz[linha][coluna];
130       }
        }
132   }
    }
134
    private void imprimirPesos() {
136   String texto;

138   Comunicador.adicionarLog("Pesos sinapticos:");

140   for (int linha = 0; linha < NUM_NEURONIOS; linha++) {
        texto = String.format("N%d: ", linha + 1);
142
        for (int coluna = 0; coluna < NUM_NEURONIOS; coluna++) {
144       texto += String.format("%f ", pesos[linha][coluna]);
        }
146
        Comunicador.adicionarLog(texto);
148   }
    }
150
    private boolean vetoresIguais(int[] v_anterior, int[] v_atual) {
152   if (v_anterior == null || v_atual == null) {
        return false;
154   }

156   if (v_anterior.length != v_atual.length) {
        return false;
```

```
158       }
160       for (int i = 0; i < v_anterior.length; i++) {
            if (v_anterior[i] != v_atual[i]) {
162           return false;
            }
164       }
166       return true;
      }
168
      private void copiarVetor(int[] vetorOrigem, int[] vetorDestino) {
170       for (int i = 0; i < vetorOrigem.length; i++) {
            vetorDestino[i] = vetorOrigem[i];
172       }
      }
174
  }
```

APÊNDICE B - PESOS OBTIDOS PELO MÉTODO DO PRODUTO EXTERNO

N1: 0,000000 0,088889 0,000000 0,044444 0,088889 0,088889 0,044444 0,000000
0,044444 0,088889 0,000000 0,000000 -0,088889 0,044444 0,088889 0,000000
0,000000 -0,044444 0,044444 0,088889 0,088889 0,088889 0,044444 0,044444
0,088889 0,000000 0,000000 -0,088889 0,000000 0,044444 0,000000 0,000000
-0,088889 0,000000 0,044444 0,044444 0,044444 0,000000 0,044444 0,088889
0,044444 0,044444 0,000000 0,044444 0,088889

N2: 0,088889 0,000000 0,000000 0,044444 0,088889 0,088889 0,044444 0,000000
0,044444 0,088889 0,000000 0,000000 -0,088889 0,044444 0,088889 0,000000
0,000000 -0,044444 0,044444 0,088889 0,088889 0,088889 0,044444 0,044444
0,088889 0,000000 0,000000 -0,088889 0,000000 0,044444 0,000000 0,000000
-0,088889 0,000000 0,044444 0,044444 0,044444 0,000000 0,044444 0,088889
0,044444 0,044444 0,000000 0,044444 0,088889

N3: 0,000000 0,000000 0,000000 0,044444 0,000000 0,000000 0,044444 0,088889
0,044444 0,000000 -0,088889 -0,088889 0,000000 0,044444 0,000000 -0,088889
-0,088889 -0,044444 0,044444 0,000000 0,000000 0,000000 0,044444 0,044444
0,000000 0,000000 0,000000 0,000000 0,000000 -0,044444 0,000000 0,000000
0,000000 0,000000 -0,044444 0,044444 0,044444 0,088889 0,044444 0,000000
0,044444 0,044444 0,088889 0,044444 0,000000

N4: 0,044444 0,044444 0,044444 0,000000 0,044444 0,044444 0,088889 0,044444
0,088889 0,044444 -0,044444 -0,044444 -0,044444 0,088889 0,044444 -0,044444
-0,044444 0,000000 0,088889 0,044444 0,044444 0,044444 0,088889 0,088889
0,044444 -0,044444 -0,044444 -0,044444 0,044444 0,000000 -0,044444 -0,044444
-0,044444 0,044444 0,000000 0,000000 0,000000 0,044444 0,088889 0,044444
0,000000 0,000000 0,044444 0,088889 0,044444

N5: 0,088889 0,088889 0,000000 0,044444 0,000000 0,088889 0,044444 0,000000
0,044444 0,088889 0,000000 0,000000 -0,088889 0,044444 0,088889 0,000000
0,000000 -0,044444 0,044444 0,088889 0,088889 0,088889 0,044444 0,044444
0,088889 0,000000 0,000000 -0,088889 0,000000 0,044444 0,000000 0,000000
-0,088889 0,000000 0,044444 0,044444 0,044444 0,000000 0,044444 0,088889
0,044444 0,044444 0,000000 0,044444 0,088889

N6: 0,088889 0,088889 0,000000 0,044444 0,088889 0,000000 0,044444 0,000000
0,044444 0,088889 0,000000 0,000000 -0,088889 0,044444 0,088889 0,000000
0,000000 -0,044444 0,044444 0,088889 0,088889 0,088889 0,044444 0,044444
0,088889 0,000000 0,000000 -0,088889 0,000000 0,044444 0,000000 0,000000
-0,088889 0,000000 0,044444 0,044444 0,044444 0,000000 0,044444 0,088889
0,044444 0,044444 0,000000 0,044444 0,088889

N7: 0,044444 0,044444 0,044444 0,088889 0,044444 0,044444 0,000000 0,044444

0,088889 0,044444 -0,044444 -0,044444 -0,044444 0,088889 0,044444 -0,044444
-0,044444 0,000000 0,088889 0,044444 0,044444 0,044444 0,088889 0,088889
0,044444 -0,044444 -0,044444 -0,044444 0,044444 0,000000 -0,044444 -0,044444
-0,044444 0,044444 0,000000 0,000000 0,000000 0,044444 0,088889 0,044444
0,000000 0,000000 0,044444 0,088889 0,044444

N8: 0,000000 0,000000 0,088889 0,044444 0,000000 0,000000 0,044444 0,000000
0,044444 0,000000 -0,088889 -0,088889 0,000000 0,044444 0,000000 -0,088889
-0,088889 -0,044444 0,044444 0,000000 0,000000 0,000000 0,044444 0,044444
0,000000 0,000000 0,000000 0,000000 0,000000 -0,044444 0,000000 0,000000
0,000000 0,000000 -0,044444 0,044444 0,044444 0,088889 0,044444 0,000000
0,044444 0,044444 0,088889 0,044444 0,000000

N9: 0,044444 0,044444 0,044444 0,088889 0,044444 0,044444 0,088889 0,044444
0,000000 0,044444 -0,044444 -0,044444 -0,044444 0,088889 0,044444 -0,044444
-0,044444 0,000000 0,088889 0,044444 0,044444 0,044444 0,088889 0,088889
0,044444 -0,044444 -0,044444 -0,044444 0,044444 0,000000 -0,044444 -0,044444
-0,044444 0,044444 0,000000 0,000000 0,000000 0,044444 0,088889 0,044444
0,000000 0,000000 0,044444 0,088889 0,044444

N10: 0,088889 0,088889 0,000000 0,044444 0,088889 0,088889 0,044444 0,000000
0,044444 0,000000 0,000000 0,000000 -0,088889 0,044444 0,088889 0,000000
0,000000 -0,044444 0,044444 0,088889 0,088889 0,088889 0,044444 0,044444
0,088889 0,000000 0,000000 -0,088889 0,000000 0,044444 0,000000 0,000000
-0,088889 0,000000 0,044444 0,044444 0,044444 0,000000 0,044444 0,088889
0,044444 0,044444 0,000000 0,044444 0,088889

N11: 0,000000 0,000000 -0,088889 -0,044444 0,000000 0,000000 -0,044444 -0,088889
-0,044444 0,000000 0,000000 0,088889 0,000000 -0,044444 0,000000 0,088889
0,088889 0,044444 -0,044444 0,000000 0,000000 0,000000 -0,044444 -0,044444
0,000000 0,000000 0,000000 0,000000 0,000000 0,044444 0,000000 0,000000
0,000000 0,000000 0,044444 -0,044444 -0,044444 -0,088889 -0,044444 0,000000
-0,044444 -0,044444 -0,088889 -0,044444 0,000000

N12: 0,000000 0,000000 -0,088889 -0,044444 0,000000 0,000000 -0,044444 -0,088889
-0,044444 0,000000 0,088889 0,000000 0,000000 -0,044444 0,000000 0,088889
0,088889 0,044444 -0,044444 0,000000 0,000000 0,000000 -0,044444 -0,044444
0,000000 0,000000 0,000000 0,000000 0,000000 0,044444 0,000000 0,000000
0,000000 0,000000 0,044444 -0,044444 -0,044444 -0,088889 -0,044444 0,000000
-0,044444 -0,044444 -0,088889 -0,044444 0,000000

N13: -0,088889 -0,088889 0,000000 -0,044444 -0,088889 -0,088889 -0,044444
0,000000 -0,044444 -0,088889 0,000000 0,000000 0,000000 -0,044444 -0,088889
0,000000 0,000000 0,044444 -0,044444 -0,088889 -0,088889 -0,088889 -0,044444
-0,044444 -0,088889 0,000000 0,000000 0,088889 0,000000 -0,044444 0,000000
0,000000 0,088889 0,000000 -0,044444 -0,044444 -0,044444 0,000000 -0,044444

-0,088889 -0,044444 -0,044444 0,000000 -0,044444 -0,088889

N14: 0,044444 0,044444 0,044444 0,088889 0,044444 0,044444 0,088889 0,044444 0,088889 0,044444 -0,044444 -0,044444 -0,044444 0,000000 0,044444 -0,044444 -0,044444 -0,044444 0,000000 0,088889 0,044444 0,044444 0,044444 0,088889 0,088889 0,044444 -0,044444 -0,044444 -0,044444 0,044444 0,000000 -0,044444 -0,044444 -0,044444 0,044444 0,000000 0,000000 0,000000 0,044444 0,088889 0,044444 0,000000 0,000000 0,044444 0,088889 0,044444

N15: 0,088889 0,088889 0,000000 0,044444 0,088889 0,088889 0,044444 0,000000 0,044444 0,088889 0,000000 0,000000 -0,088889 0,044444 0,000000 0,000000 0,000000 -0,044444 0,044444 0,088889 0,088889 0,088889 0,044444 0,044444 0,088889 0,000000 0,000000 -0,088889 0,000000 0,044444 0,000000 0,000000 -0,088889 0,000000 0,044444 0,044444 0,044444 0,000000 0,044444 0,088889 0,044444 0,044444 0,000000 0,044444 0,088889

N16: 0,000000 0,000000 -0,088889 -0,044444 0,000000 0,000000 -0,044444 -0,088889 -0,044444 0,000000 0,088889 0,088889 0,000000 -0,044444 0,000000 0,000000 0,088889 0,044444 -0,044444 0,000000 0,000000 0,000000 -0,044444 -0,044444 0,000000 0,000000 0,000000 0,000000 0,000000 0,044444 0,000000 0,000000 0,000000 0,000000 0,044444 -0,044444 -0,044444 -0,088889 -0,044444 0,000000 -0,044444 -0,044444 -0,088889 -0,044444 0,000000

N17: 0,000000 0,000000 -0,088889 -0,044444 0,000000 0,000000 -0,044444 -0,088889 -0,044444 0,000000 0,088889 0,088889 0,000000 -0,044444 0,000000 0,088889 0,000000 0,044444 -0,044444 0,000000 0,000000 0,000000 -0,044444 -0,044444 0,000000 0,000000 0,000000 0,000000 0,000000 0,044444 0,000000 0,000000 0,000000 0,000000 0,044444 -0,044444 -0,044444 -0,088889 -0,044444 0,000000 -0,044444 -0,044444 -0,088889 -0,044444 0,000000

N18: -0,044444 -0,044444 -0,044444 0,000000 -0,044444 -0,044444 0,000000 -0,044444 0,000000 -0,044444 0,044444 0,044444 0,044444 0,000000 -0,044444 0,044444 0,044444 0,044444 0,000000 0,000000 -0,044444 -0,044444 -0,044444 0,000000 0,000000 -0,044444 -0,044444 -0,044444 0,044444 0,044444 0,000000 -0,044444 -0,044444 0,044444 0,044444 0,000000 -0,088889 -0,088889 -0,044444 0,000000 -0,044444 -0,088889 -0,088889 -0,044444 0,000000 -0,044444

N19: 0,044444 0,044444 0,044444 0,088889 0,044444 0,044444 0,088889 0,044444 0,088889 0,044444 -0,044444 -0,044444 -0,044444 0,088889 0,044444 -0,044444 -0,044444 -0,044444 0,000000 0,000000 0,044444 0,044444 0,044444 0,088889 0,088889 0,044444 -0,044444 -0,044444 -0,044444 0,044444 0,000000 -0,044444 -0,044444 -0,044444 0,044444 0,000000 0,000000 0,000000 0,044444 0,088889 0,044444 0,000000 0,000000 0,044444 0,088889 0,044444

N20: 0,088889 0,088889 0,000000 0,044444 0,088889 0,088889 0,044444 0,000000 0,044444 0,088889 0,000000 0,000000 -0,088889 0,044444 0,088889 0,000000 0,000000 -0,044444 0,044444 0,000000 0,088889 0,088889 0,044444 0,044444

0,088889 0,000000 0,000000 -0,088889 0,000000 0,044444 0,000000 0,000000
-0,088889 0,000000 0,044444 0,044444 0,044444 0,000000 0,044444 0,088889
0,044444 0,044444 0,000000 0,044444 0,088889

N21: 0,088889 0,088889 0,000000 0,044444 0,088889 0,088889 0,044444 0,000000
0,044444 0,088889 0,000000 0,000000 -0,088889 0,044444 0,088889 0,000000
0,000000 -0,044444 0,044444 0,088889 0,000000 0,088889 0,044444 0,044444
0,088889 0,000000 0,000000 -0,088889 0,000000 0,044444 0,000000 0,000000
-0,088889 0,000000 0,044444 0,044444 0,044444 0,000000 0,044444 0,088889
0,044444 0,044444 0,000000 0,044444 0,088889

N22: 0,088889 0,088889 0,000000 0,044444 0,088889 0,088889 0,044444 0,000000
0,044444 0,088889 0,000000 0,000000 -0,088889 0,044444 0,088889 0,000000
0,000000 -0,044444 0,044444 0,088889 0,088889 0,000000 0,044444 0,044444
0,088889 0,000000 0,000000 -0,088889 0,000000 0,044444 0,000000 0,000000
-0,088889 0,000000 0,044444 0,044444 0,044444 0,000000 0,044444 0,088889
0,044444 0,044444 0,000000 0,044444 0,088889

N23: 0,044444 0,044444 0,044444 0,088889 0,044444 0,044444 0,088889 0,044444
0,088889 0,044444 -0,044444 -0,044444 -0,044444 0,088889 0,044444 -0,044444
-0,044444 0,000000 0,088889 0,044444 0,044444 0,044444 0,000000 0,088889
0,044444 -0,044444 -0,044444 -0,044444 0,044444 0,000000 -0,044444 -0,044444
-0,044444 0,044444 0,000000 0,000000 0,000000 0,044444 0,088889 0,044444
0,000000 0,000000 0,044444 0,088889 0,044444

N24: 0,044444 0,044444 0,044444 0,088889 0,044444 0,044444 0,088889 0,044444
0,088889 0,044444 -0,044444 -0,044444 -0,044444 0,088889 0,044444 -0,044444
-0,044444 0,000000 0,088889 0,044444 0,044444 0,044444 0,088889 0,000000
0,044444 -0,044444 -0,044444 -0,044444 0,044444 0,000000 -0,044444 -0,044444
-0,044444 0,044444 0,000000 0,000000 0,000000 0,044444 0,088889 0,044444
0,000000 0,000000 0,044444 0,088889 0,044444

N25: 0,088889 0,088889 0,000000 0,044444 0,088889 0,088889 0,044444 0,000000
0,044444 0,088889 0,000000 0,000000 -0,088889 0,044444 0,088889 0,000000
0,000000 -0,044444 0,044444 0,088889 0,088889 0,088889 0,044444 0,044444
0,000000 0,000000 0,000000 -0,088889 0,000000 0,044444 0,000000 0,000000
-0,088889 0,000000 0,044444 0,044444 0,044444 0,000000 0,044444 0,088889
0,044444 0,044444 0,000000 0,044444 0,088889

N26: 0,000000 0,000000 0,000000 -0,044444 0,000000 0,000000 -0,044444 0,000000
-0,044444 0,000000 0,000000 0,000000 0,000000 -0,044444 0,000000 0,000000
0,000000 -0,044444 -0,044444 0,000000 0,000000 0,000000 -0,044444 -0,044444
0,000000 0,000000 0,088889 0,000000 -0,088889 -0,044444 0,088889 0,088889
0,000000 -0,088889 -0,044444 0,044444 0,044444 0,000000 -0,044444 0,000000
0,044444 0,044444 0,000000 -0,044444 0,000000

N27: 0,000000 0,000000 0,000000 -0,044444 0,000000 0,000000 -0,044444 0,000000

-0,044444 0,000000 0,000000 0,000000 0,000000 -0,044444 0,000000 0,000000
0,000000 -0,044444 -0,044444 0,000000 0,000000 0,000000 -0,044444 -0,044444
0,000000 0,088889 0,000000 0,000000 -0,088889 -0,044444 0,088889 0,088889
0,000000 -0,088889 -0,044444 0,044444 0,044444 0,000000 -0,044444 0,000000
0,044444 0,044444 0,000000 -0,044444 0,000000

N28: -0,088889 -0,088889 0,000000 -0,044444 -0,088889 -0,088889 -0,044444 0,000000
-0,044444 -0,088889 0,000000 0,000000 0,088889 -0,044444 -0,088889 0,000000
0,000000 0,044444 -0,044444 -0,088889 -0,088889 -0,088889 -0,044444 -0,044444
-0,088889 0,000000 0,000000 0,000000 0,000000 -0,044444 0,000000 0,000000
0,088889 0,000000 -0,044444 -0,044444 -0,044444 0,000000 -0,044444 -0,088889
-0,044444 -0,044444 0,000000 -0,044444 -0,088889

N29: 0,000000 0,000000 0,000000 0,044444 0,000000 0,000000 0,044444 0,000000
0,044444 0,000000 0,000000 0,000000 0,000000 0,044444 0,000000 0,000000
0,000000 0,044444 0,044444 0,000000 0,000000 0,000000 0,044444 0,044444
0,000000 -0,088889 -0,088889 0,000000 0,000000 0,044444 -0,088889 -0,088889
0,000000 0,088889 0,044444 -0,044444 -0,044444 0,000000 0,044444 0,000000
-0,044444 -0,044444 0,000000 0,044444 0,000000

N30: 0,044444 0,044444 -0,044444 0,000000 0,044444 0,044444 0,000000 -0,044444
0,000000 0,044444 0,044444 0,044444 -0,044444 0,000000 0,044444 0,044444
0,044444 0,000000 0,000000 0,044444 0,044444 0,044444 0,000000 0,000000
0,044444 -0,044444 -0,044444 -0,044444 0,044444 0,000000 -0,044444 -0,044444
-0,044444 0,044444 0,088889 0,000000 0,000000 -0,044444 0,000000 0,044444
0,000000 0,000000 -0,044444 0,000000 0,044444

N31: 0,000000 0,000000 0,000000 -0,044444 0,000000 0,000000 -0,044444 0,000000
-0,044444 0,000000 0,000000 0,000000 0,000000 -0,044444 0,000000 0,000000
0,000000 -0,044444 -0,044444 0,000000 0,000000 0,000000 -0,044444 -0,044444
0,000000 0,088889 0,088889 0,000000 -0,088889 -0,044444 0,000000 0,088889
0,000000 -0,088889 -0,044444 0,044444 0,044444 0,000000 -0,044444 0,000000
0,044444 0,044444 0,000000 -0,044444 0,000000

N32: 0,000000 0,000000 0,000000 -0,044444 0,000000 0,000000 -0,044444 0,000000
-0,044444 0,000000 0,000000 0,000000 0,000000 -0,044444 0,000000 0,000000
0,000000 -0,044444 -0,044444 0,000000 0,000000 0,000000 -0,044444 -0,044444
0,000000 0,088889 0,088889 0,000000 -0,088889 -0,044444 0,088889 0,000000
0,000000 -0,088889 -0,044444 0,044444 0,044444 0,000000 -0,044444 0,000000
0,044444 0,044444 0,000000 -0,044444 0,000000

N33: -0,088889 -0,088889 0,000000 -0,044444 -0,088889 -0,088889 -0,044444 0,000000
-0,044444 -0,088889 0,000000 0,000000 0,088889 -0,044444 -0,088889 0,000000
0,000000 0,044444 -0,044444 -0,088889 -0,088889 -0,088889 -0,044444 -0,044444
-0,088889 0,000000 0,000000 0,088889 0,000000 -0,044444 0,000000 0,000000
0,000000 0,000000 -0,044444 -0,044444 -0,044444 0,000000 -0,044444 -0,088889

-0,044444 -0,044444 0,000000 -0,044444 -0,088889

N34: 0,000000 0,000000 0,000000 0,044444 0,000000 0,000000 0,044444 0,000000 0,044444 0,000000 0,000000 0,000000 0,000000 0,044444 0,000000 0,000000 0,000000 0,044444 0,044444 0,000000 0,000000 0,000000 0,044444 0,044444 0,000000 -0,088889 -0,088889 0,000000 0,088889 0,044444 -0,088889 -0,088889 0,000000 0,000000 0,044444 -0,044444 -0,044444 0,000000 0,044444 0,000000 -0,044444 -0,044444 0,000000 0,044444 0,000000

N35: 0,044444 0,044444 -0,044444 0,000000 0,044444 0,044444 0,000000 -0,044444 0,000000 0,044444 0,044444 0,044444 -0,044444 0,000000 0,044444 0,044444 0,044444 0,000000 0,000000 0,044444 0,044444 0,044444 0,000000 0,000000 0,044444 -0,044444 -0,044444 -0,044444 0,044444 0,088889 -0,044444 -0,044444 -0,044444 0,044444 0,000000 0,000000 0,000000 -0,044444 0,000000 0,044444 0,000000 0,000000 -0,044444 0,000000 0,044444

N36: 0,044444 0,044444 0,044444 0,000000 0,044444 0,044444 0,000000 0,044444 0,000000 0,044444 -0,044444 -0,044444 -0,044444 0,000000 0,044444 -0,044444 -0,044444 -0,044444 -0,088889 0,000000 0,044444 0,044444 0,044444 0,000000 0,000000 0,044444 0,044444 0,044444 -0,044444 -0,044444 0,000000 0,044444 0,044444 -0,044444 -0,044444 0,000000 0,000000 0,088889 0,044444 0,000000 0,044444 0,088889 0,088889 0,044444 0,000000 0,044444

N37: 0,044444 0,044444 0,044444 0,000000 0,044444 0,044444 0,000000 0,044444 0,000000 0,044444 -0,044444 -0,044444 -0,044444 0,000000 0,044444 -0,044444 -0,044444 -0,044444 -0,088889 0,000000 0,044444 0,044444 0,044444 0,000000 0,000000 0,044444 0,044444 0,044444 -0,044444 -0,044444 0,000000 0,044444 0,044444 -0,044444 -0,044444 0,000000 0,088889 0,000000 0,044444 0,000000 0,044444 0,088889 0,088889 0,044444 0,000000 0,044444

N38: 0,000000 0,000000 0,088889 0,044444 0,000000 0,000000 0,044444 0,088889 0,044444 0,000000 -0,088889 -0,088889 0,000000 0,044444 0,000000 -0,088889 -0,088889 -0,044444 0,044444 0,000000 0,000000 0,000000 0,044444 0,044444 0,000000 0,000000 0,000000 0,000000 0,000000 -0,044444 0,000000 0,000000 0,000000 0,000000 -0,044444 0,044444 0,044444 0,000000 0,044444 0,000000 0,044444 0,044444 0,088889 0,044444 0,000000

N39: 0,044444 0,044444 0,044444 0,088889 0,044444 0,044444 0,088889 0,044444 0,088889 0,044444 -0,044444 -0,044444 -0,044444 0,088889 0,044444 -0,044444 -0,044444 -0,044444 0,000000 0,088889 0,044444 0,044444 0,044444 0,088889 0,088889 0,044444 -0,044444 -0,044444 -0,044444 0,044444 0,000000 -0,044444 -0,044444 -0,044444 0,044444 0,000000 0,000000 0,000000 0,044444 0,000000 0,044444 0,000000 0,000000 0,044444 0,088889 0,044444

N40: 0,088889 0,088889 0,000000 0,044444 0,088889 0,088889 0,044444 0,000000 0,044444 0,088889 0,000000 0,000000 -0,088889 0,044444 0,088889 0,000000 0,000000 -0,044444 0,044444 0,088889 0,088889 0,088889 0,044444 0,044444

0,088889 0,000000 0,000000 -0,088889 0,000000 0,044444 0,000000 0,000000
-0,088889 0,000000 0,044444 0,044444 0,044444 0,000000 0,044444 0,000000
0,044444 0,044444 0,000000 0,044444 0,088889

N41: 0,044444 0,044444 0,044444 0,000000 0,044444 0,044444 0,000000 0,044444
0,000000 0,044444 -0,044444 -0,044444 -0,044444 0,000000 0,044444 -0,044444
-0,044444 -0,088889 0,000000 0,044444 0,044444 0,044444 0,000000 0,000000
0,044444 0,044444 0,044444 -0,044444 -0,044444 0,000000 0,044444 0,044444
-0,044444 -0,044444 0,000000 0,088889 0,088889 0,044444 0,000000 0,044444
0,000000 0,088889 0,044444 0,000000 0,044444

N42: 0,044444 0,044444 0,044444 0,000000 0,044444 0,044444 0,000000 0,044444
0,000000 0,044444 -0,044444 -0,044444 -0,044444 0,000000 0,044444 -0,044444
-0,044444 -0,088889 0,000000 0,044444 0,044444 0,044444 0,000000 0,000000
0,044444 0,044444 0,044444 -0,044444 -0,044444 0,000000 0,044444 0,044444
-0,044444 -0,044444 0,000000 0,088889 0,088889 0,044444 0,000000 0,044444
0,088889 0,000000 0,044444 0,000000 0,044444

N43: 0,000000 0,000000 0,088889 0,044444 0,000000 0,000000 0,044444 0,088889
0,044444 0,000000 -0,088889 -0,088889 0,000000 0,044444 0,000000 -0,088889
-0,088889 -0,044444 0,044444 0,000000 0,000000 0,000000 0,044444 0,044444
0,000000 0,000000 0,000000 0,000000 0,000000 -0,044444 0,000000 0,000000
0,000000 0,000000 -0,044444 0,044444 0,044444 0,088889 0,044444 0,000000
0,044444 0,044444 0,000000 0,044444 0,000000

N44: 0,044444 0,044444 0,044444 0,088889 0,044444 0,044444 0,088889 0,044444
0,088889 0,044444 -0,044444 -0,044444 -0,044444 0,088889 0,044444 -0,044444
-0,044444 0,000000 0,088889 0,044444 0,044444 0,044444 0,088889 0,088889
0,044444 -0,044444 -0,044444 -0,044444 0,044444 0,000000 -0,044444 -0,044444
-0,044444 0,044444 0,000000 0,000000 0,000000 0,044444 0,088889 0,044444
0,000000 0,000000 0,044444 0,000000 0,044444

N45: 0,088889 0,088889 0,000000 0,044444 0,088889 0,088889 0,044444 0,000000
0,044444 0,088889 0,000000 0,000000 -0,088889 0,044444 0,088889 0,000000
0,000000 -0,044444 0,044444 0,088889 0,088889 0,088889 0,044444 0,044444
0,088889 0,000000 0,000000 -0,088889 0,000000 0,044444 0,000000 0,000000
-0,088889 0,000000 0,044444 0,044444 0,044444 0,000000 0,044444 0,088889
0,044444 0,044444 0,000000 0,044444 0,000000