



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS

ESTUDO DAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DE UM ROBÔ MÓVEL

Autor: Jônatas Ribeiro Tonholo

Professor Orientador: Ramon da Cunha Lopes

Resumo

O presente trabalho faz uma análise da função de transferência de um robô móvel utilizado para a tarefa de guarda noturno. O objetivo é estudar sua função de transferência conhecer as entradas e saídas da planta, a função temporal e no domínio da frequência, a representação do sistema no espaço de estados contínuo.

1 INTRODUÇÃO

À medida que a tecnologia evolui ela pode e é utilizada para aumentar a segurança das pessoas, e protegê-las. Diante das constantes evoluções da robótica, criou-se o modelo de um robô móvel para que ele fizesse o trabalho de vigia noturno, que nunca dorme e não coloca a vida de outras pessoas em risco.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Dorf, Richard C. em seu livro *Sistemas de Controle Modernos*. Página 311, P.32, propõe um problema relacionado ao assunto proposto neste trabalho, Robô Móvel, e sua função de transferência será aproveitada para ser analisada. A equação (i) representa a função de transferência citada:

$$G(s) = \frac{K(s+1)(s+5)}{s(s+1.5)(s+2)} \quad (i)$$

Neste trabalho, fixaremos o valor de K em 15, para podermos analisar o comportamento do sistema em malha aberta e fechada, quando é alimentado por uma Rampa unitária, um Degrau unitário e um Impulso unitário. A equação (ii) apresenta a função de transferência de malha aberta do sistema quando K=15:

$$G(s) = \frac{15s^2 + 90s + 75}{s^3 + 3.5s^2 + 3s} \quad (ii)$$

Ao fecharmos a malha de controle, com alimentação unitária, obteve-se a equação (iii):

$$G_{mf}(s) = \frac{15s^2 + 90s + 75}{s^3 + 18.5s^2 + 93s + 75} \quad (iii)$$

3 DESENVOLVIMENTO E RESULTADOS

3.1 Malha do sistema

Utilizando a equação (ii) montou-se o diagrama de blocos utilizando o software Simulink®. A figura 1 apresenta o diagrama de blocos para a função de transferência de um robô móvel:

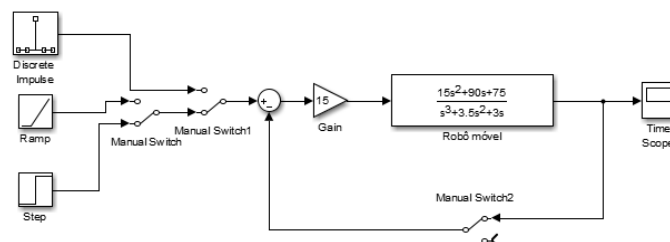


Figura 1 - Planta da malha do robô móvel

Esta simulação abrange a resposta da planta ao Impulso unitário, Rampa unitária, Degrau unitário tanto para malha aberta, quanto para fechada, e sua saída é observada em um osciloscópio. Para avaliar cada situação, basta alterar a posição dos switches.

3.2 Identificação das entradas e saídas

Analisando um possível comportamento do robô para a tarefa de guarda noturno, sua entrada seria as coordenadas de seu trajeto e a saída do sistema seria a rotação do motor para deslocar o robô pelo trajeto.

3.3 Resposta da planta de malha aberta

Utilizando o Matlab®, foi utilizada a equação (ii) e observado o comportamento da planta aos estímulos de um Impulso Unitário, um Degrau Unitário e uma Rampa Unitária.

3.3.1 Impulso Unitário

A figura 2 apresenta o comportamento da planta, quando recebe de entrada um Impulso Unitário:

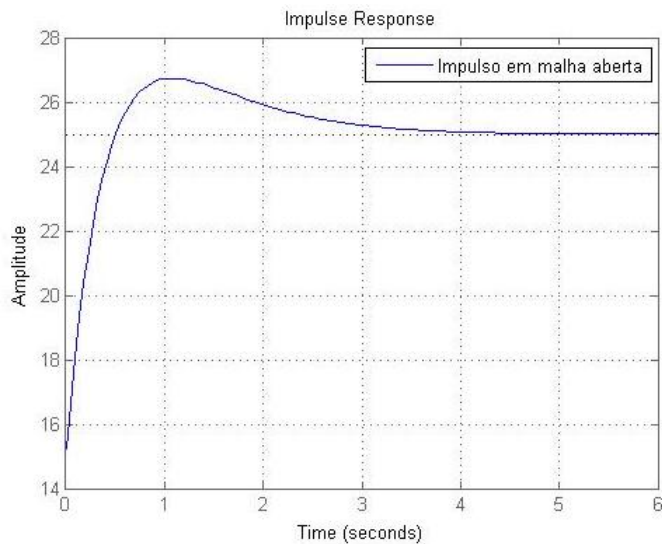


Figura 2 - Resposta da planta ao Impulso Unitário

Através da análise da reação da planta com malha aberta ao Impulso Unitário, pôde-se observar que o sistema se estabiliza, mas com um erro de posição de 2600%. O tempo de estabilização é até razoável, aproximadamente 4.5 segundos.

3.3.2 Degrau Unitário

A figura 3 apresenta o comportamento da planta, quando recebe de entrada um Degrau Unitário:

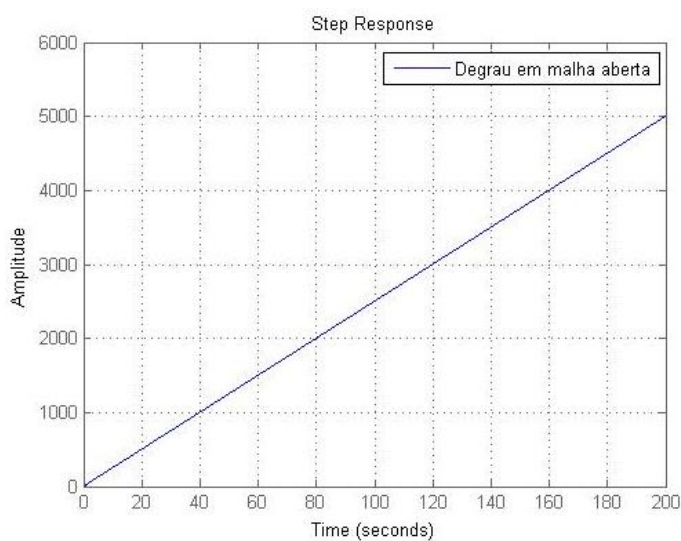


Figura 3 - Resposta da planta ao Degrau Unitário

Através da análise da reação da planta com malha aberta ao Degrau Unitário, pôde-se observar que o sistema é instável, e não se acomoda.

3.3.3 Rampa Unitária

A figura 4 apresenta o comportamento da planta, quando recebe de entrada um Rampa Unitária:

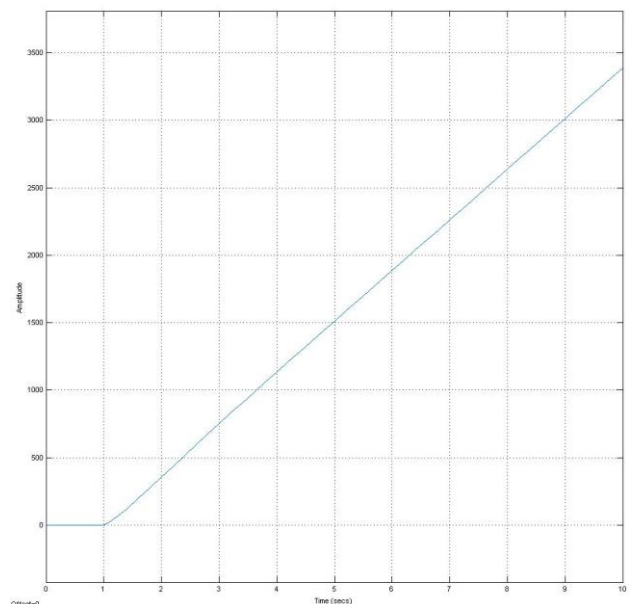


Figura 4 - Resposta da planta ao Rampa Unitária

Através da análise da reação da planta com malha aberta ao Rampa Unitária, pôde-se observar que, assim como acontece com o Degrau Unitário, o sistema é instável, e não se acomoda. Entretanto, neste caso, o sistema leva 1 segundo para responder à Rampa.

3.4 Resposta da planta de malha fechada

Utilizando o Matlab®, foi utilizada a equação (iii) e observado o comportamento da planta aos estímulos de um Impulso Unitário, um Degrau Unitário e uma Rampa Unitária.

3.4.1 Impulso Unitário

A figura 5 apresenta o comportamento da planta, quando recebe de entrada um Impulso Unitário:

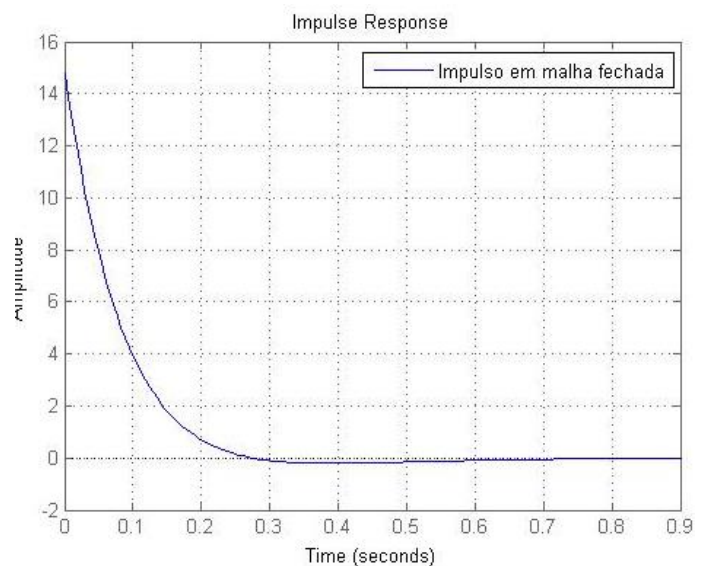


Figura 5 - Resposta da planta ao Impulso Unitário

Analisando o gráfico da figura 5 e o comparando com o da figura 2, pôde-se observar que ao fechar a malha e aplicando um Impulso Unitário, a amplitude da entrada inicia-se em aproximadamente 15 e se estabiliza na posição zero. Isso significa que o sistema é estável, entretanto, ao fechar a malha e aplicando um impulso, a tendência é do robô andar um pouco e logo em seguida parar.

3.4.2 Degrau Unitário

A figura 6 apresenta o comportamento da planta, quando recebe de entrada um Degrau Unitário:

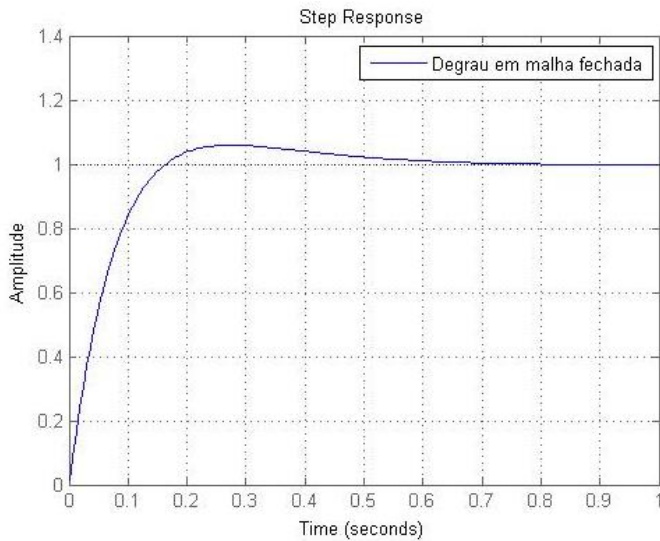
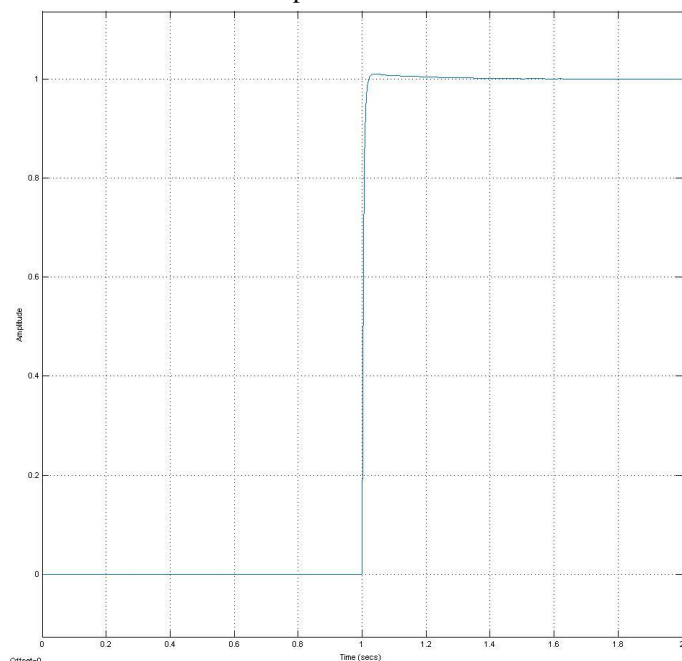


Figura 6 - Resposta da planta ao Degrau Unitário

Analisando o gráfico da figura 6 e o comparando com o da figura 3, pôde-se observar que ao fechar a malha e aplicando um Degrau Unitário o sistema, que antes era instável, estabiliza-se, com um sobre sinal muito baixo e em um tempo de aproximadamente 0.6 segundos.

3.4.3 Rampa Unitária

A figura 7 apresenta o comportamento da planta, quando recebe de entrada uma Rampa Unitária:



Analisando o gráfico da figura 7 e o comparando com o da figura 4, pôde-se observar que ao fechar a malha e aplicando uma Rampa Unitária o sistema, que antes era instável, estabiliza-se, com um sobre sinal muito baixo e em um tempo de aproximadamente 1.2 segundos. Uma observação é que o sistema leva 1 segundo para responder à Rampa Unitária.

3.5 Função no domínio da Frequência

Para obter a função no domínio da frequência, basta fazer $s=j\omega$ nas equações (ii) e (iii). Deste modo podemos avaliar o

comportamento do sistema em relação ao seu ganho e fase, analisando os diagramas de Bode. As equações (iv) e (v) nos dão a função de transferência de malha aberta e fechada no domínio da frequência.

$$G(s) = \frac{-15\omega^2 + j90\omega + 75}{-j\omega^3 - 3.5\omega^2 + j3\omega} \quad (iv)$$

$$G_{mf}(s) = \frac{-15\omega^2 + j90\omega + 75}{-j\omega^3 - 18.5\omega^2 + j93\omega + 75} \quad (v)$$

3.5.1 Diagramas de Bode

A figura 7 apresenta o diagrama de Bode para a função de transferência para a malha aberta, e a figura 8 para malha fechada:

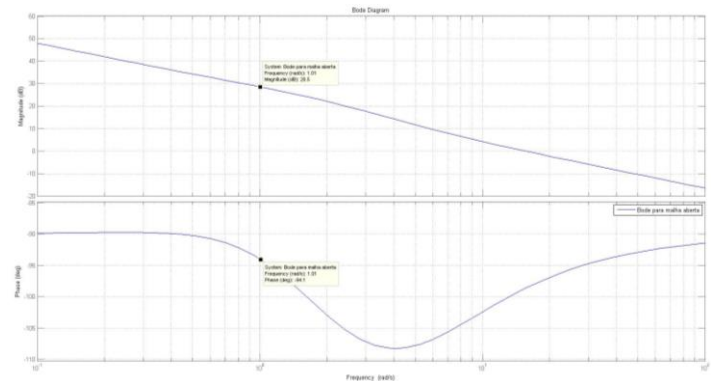


Figura 7 - Diagrama de Bode para $G(j\omega)$

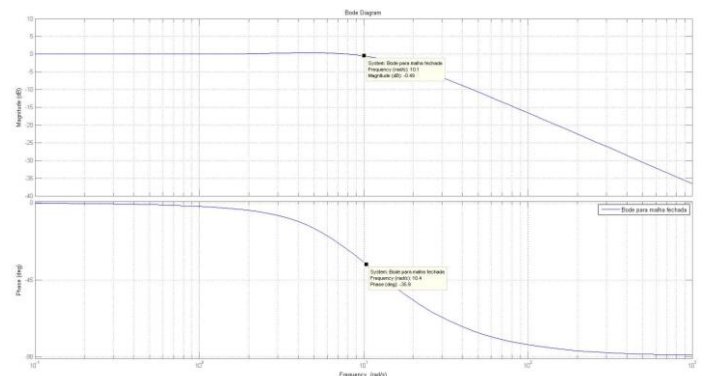


Figura 8 - Diagrama de Bode para $G_{mf}(j\omega)$

3.6 Função no domínio do tempo:

Para obter a função temporal, é necessário obter a Transformada de Laplace inversa de $G(s)$. A equação (vi) nos dá uma igualdade que deve ser observada para obter a função temporal do sistema:

$$G(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{15s^2 + 90s + 75}{s^3 + 3.5s^2 + 3s} \quad (vi)$$

A partir da equação (vi) podemos obter as funções temporais para um impulso unitário (equação (vii)) onde $V_i(s) = 1$, Degrau unitário (equação (viii)), onde $V_i(s) = 1/s$ e Rampa unitária (equação (ix)), onde $V_i(s) = 1/s^2$.

$$V_{o,impulso}(s) = 35e^{-\frac{3t}{2}} - 45e^{-2t} + 25 \quad (vii)$$

$$V_{o,degrau}(s) = -23.33e^{-\frac{3t}{2}} + 22.5e^{-2t} + 25t + 0.83 \quad (viii)$$

$$V_{o,rampa}(s) = 15.56e^{-\frac{3t}{2}} - 11.25e^{-2t} + 12.5t^2 + 0.83t - 4.31 \quad (ix)$$

Todas estas funções foram obtidas através do Matlab®, através do código:

```

Laplace inversa no Matlab

syms s;

k=15;
impulse=1;
step= (1/s);
ramp= (1/(s^2));

num = (k*((s+1)*(s+5)));
den = (s*(s+1.5)*(s+2));

Gsimp = impulse* (num/den);
Gsstep = step* (num/den);
Gsramp = ramp* (num/den);

Gtimp = ilaplace(Gsimp);
Gtstep = ilaplace(Gsstep);
Gtramp = ilaplace(Gsramp);

```

3.7 Representação Espaço de Estados (contínuo)

Para representar o sistema em forma de matriz de espaço de estados, primeiro é necessário montar o diagrama de simulação do sistema. Para isso, é necessário realizar um atraso na planta, conforme a equação (x) apresetada:

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{15s^2 + 90s + 75}{s^3 + 3.5s^2 + 3s} \times \frac{s^{-3}}{s^{-3}} (x)$$

Deste modo obtemos a equação (xi):

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{15s^{-1} + 90s^{-2} + 75s^{-3}}{1 + 3.5s^{-1} + 3s^{-2}} (xi)$$

Utilizando a equação (xi), obtêm-se o seguinte diagrama de simulação apresentado na figura 9:

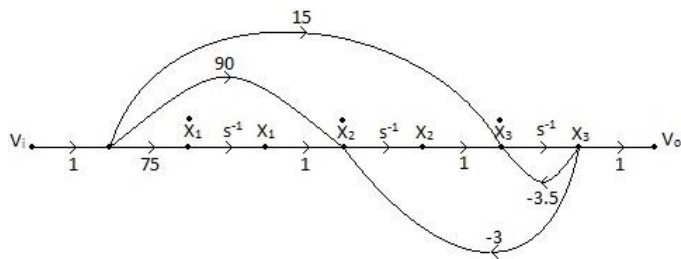


Figura 9 – Diagrama de Simulação

Através do diagrama de simulação podemos montar a matriz de Espaço de Estados, apresentadas pelas equações (xii) e (xiii)

$$\dot{X} = AX + BV_i (xii)$$

$$V_o = CX + DV_i (xiii)$$

As equações (xii) e (xiii) são representadas pelo seguinte diagrama da figura 10:

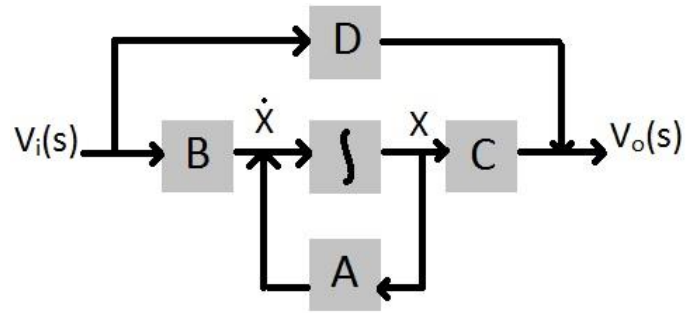


Figura 10 – Diagrama de Espaço de Estados

Através das equações (xii) e (xiii) obteve-se os seguintes resultados:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & -3.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 75 \\ 90 \\ 15 \end{bmatrix} V_i (xiv)$$

$$V_o = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} V_i (xv)$$

3.8 Simulação no LabView®

Através da equação (iii) e observando a igualdade apresentada na equação (vi) foram feitas manipulações algébricas e aplicada a Transformada Inversa de Laplace, obtendo a equação diferencial (xvi):

$$0.01 \frac{d^3 V_o(t)}{dt^3} + 0.038 \frac{d^2 V_o(t)}{dt^2} + 0.03 \frac{d V_o(t)}{dt} = 0.17 \frac{d^2 V_i(t)}{dt^2} + \frac{d V_i(t)}{dt} + 0.83 V_i(t) (xvi)$$

Fazendo a substituição de variáveis para abaixar o grau da equação diferencial para a primeira ordem, obteve-se os seguintes parâmetros:

$$w_1 = \frac{dV_i(t)}{dt} (xvii)$$

$$w_2 = \frac{dw_1}{dt} (xviii)$$

$$w_3 = \frac{dV_o(t)}{dt} (xix)$$

$$w_4 = \frac{dw_3}{dt} (xx)$$

$$w_5 = -3.8w_4 - 3w_3 + 17w_2 + 100w_1 + 83V_i(t) (xxi)$$

A partir destas equações, foi feita a seguinte simulação no LabView®.

A figura 11 apresenta os comandos do painel de simulação e a figura 12 a programação da simulação:

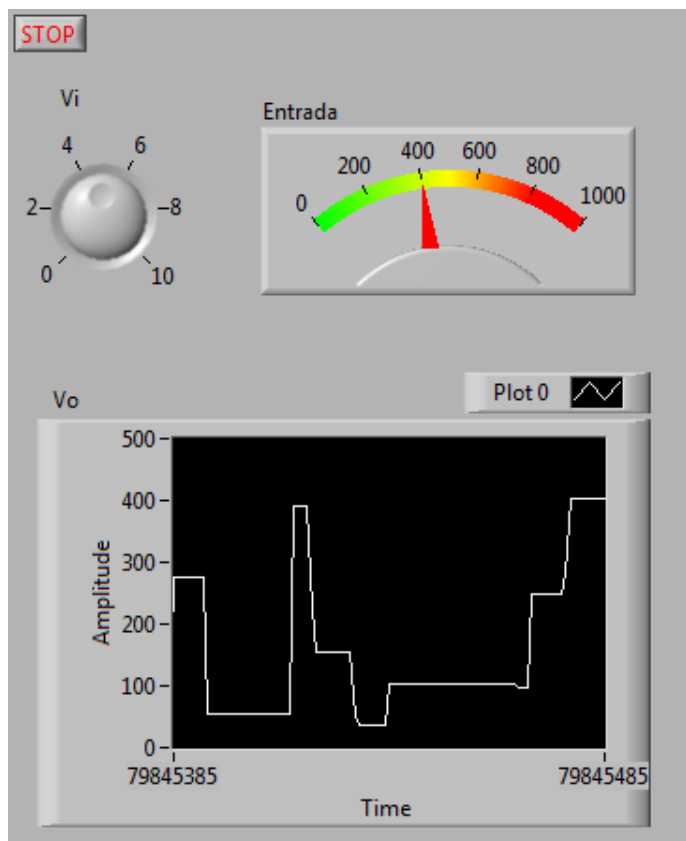


Figura 11 - Painel de Comandos da simulação

estímulo que a planta respondeu bem ao fechar a malha, foi à Rampa. Entretanto o sistema demorou 1 segundo para começar a responder, e seu tempo de acomodação foi bem maior, se comparado ao Degrau.

Em todos os casos é possível projetar compensadores para melhorar a resposta da planta.

5 REFERÊNCIAS

[1] Dorf, Richard C. - Sistemas de Controle Modernos. Página 311, P.32.

[2]http://pt.wikipedia.org/wiki/Transformada_de_Laplace, acessado em 30/01/2015.

[3]<http://www.sbmec.org.br/dincon/trabalhos/PDF/optimization/68846.pdf>, acessado em 30/01/2015.

[4]<http://pet.inf.ufes.br/projetos/matlab-octave/controle/Simulink.pdf>, acessado em 30/01/2015.

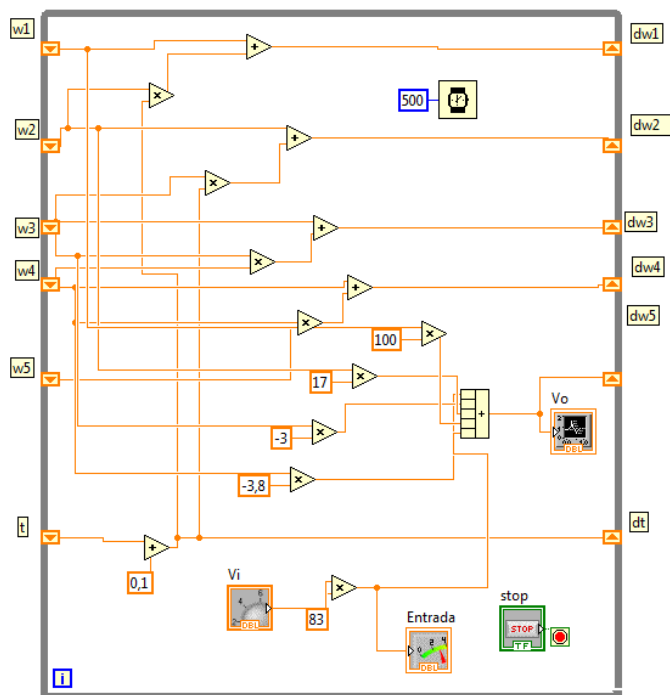


Figura 12 - Programação da Simulação

4 COMENTÁRIOS FINAIS

Após a análise das respostas da planta quando fechada a malha, pode-se observar que a planta se comporta melhor ao Degrau Unitário, sendo que o sistema se estabiliza e nem é preciso utilizar um controlador para que o sistema responda de maneira adequada, a menos que o (pequeno) sobressinal seja algo que não possa ocorrer, ou o tempo de acomodação, que também foi muito pequeno não seja um tempo bom para o cliente. Outro