

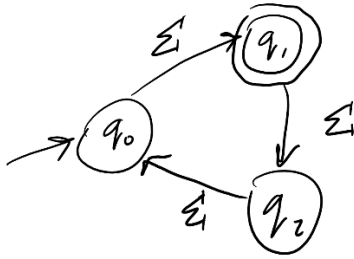
Automata exercise 3

Jonathan Markovits, 311233522

Question 1

a.

$$L_1 = \{w \in \{0,1,2\}^* \mid |w| \bmod 3 = 1\}$$



b.

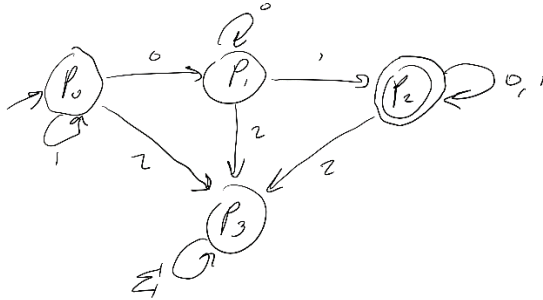
$$L_2 = \{w \in \{0,1\}^* \mid u01v, u, v \in \Sigma^*\}$$



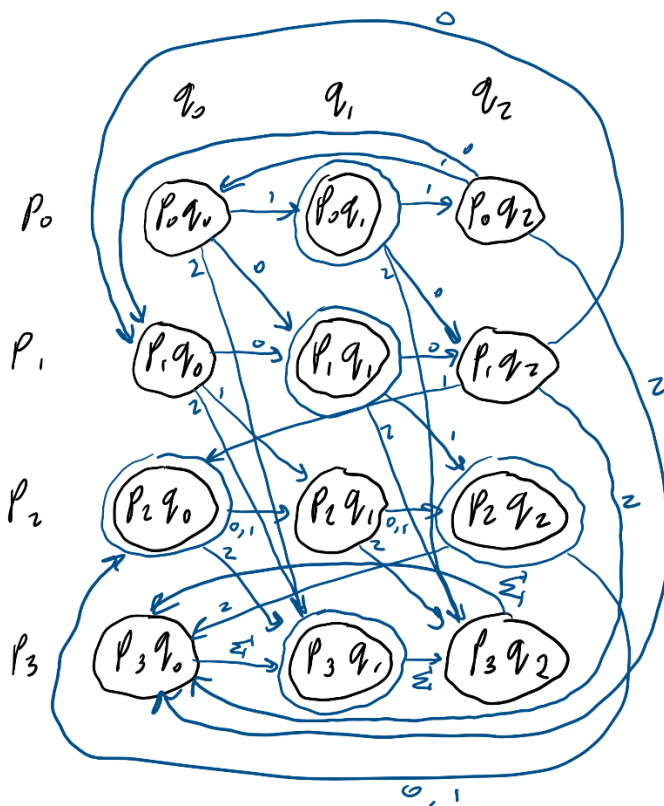
c.

$$L_3 = L_1 \otimes L_2$$

נפתור את הסעיף הקודם עבור $\Sigma = \{0,1,2\}$:



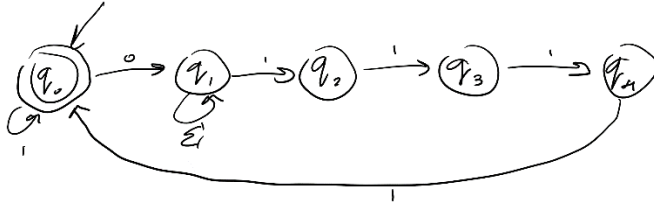
נשתמש באלגוריתם אוטומט המכפלה כדי לקבל את L_3 :



Question 2:

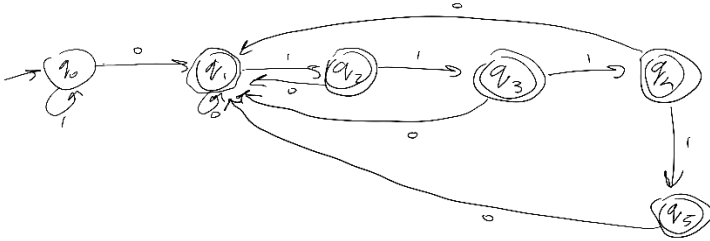
a.

$$L = \{w \in \{0,1\}^* \mid \text{none of the last 4 letters is 0}\}$$



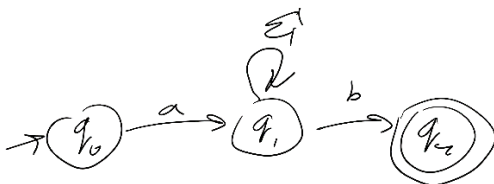
b.

$$L = \{w \in \{0,1\}^* \mid \text{at least one of the last 5 letters is 0}\}$$



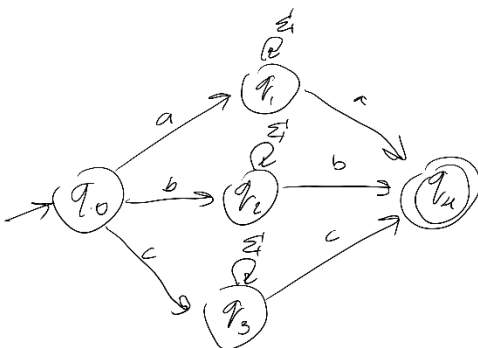
c.

$$L = \{a^n w b^n \mid n > 0, w \in \{a, b\}^*\}$$



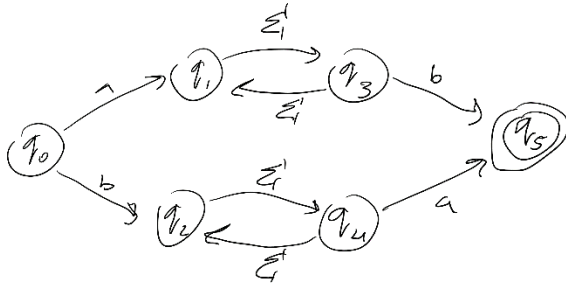
d.

$$L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid w \text{ starts and ends with the same letter}\}$$



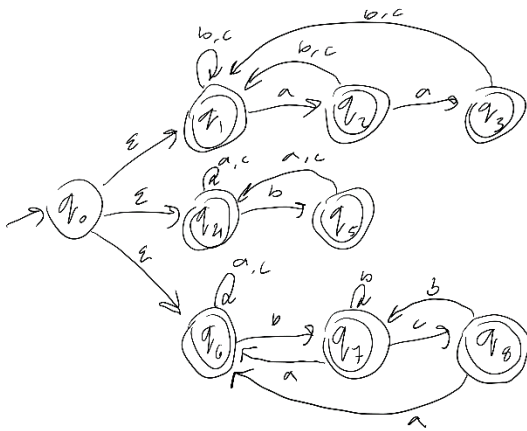
e.

$$L = \{\sigma_1 u \sigma_2 v \sigma_3 \mid \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \in \Sigma, u, v \in \Sigma^*, \sigma_2 = \sigma_1 \text{ or } \sigma_2 = \sigma_3 \text{ but not both}, \Sigma = \{a, b\}\}$$

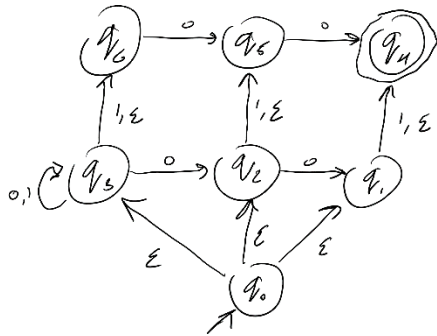


f.

$$L = \Sigma^* - L_1 \text{ where } L_1 = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid w \text{ contains } \mathbf{aaa} \text{ and } \mathbf{bb} \text{ and } \mathbf{bcc}\}$$



Question 3:



$$M = (Q, \Sigma, \delta, q_s, F)$$

$$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\}$$

$$\Sigma = \{0,1\}$$

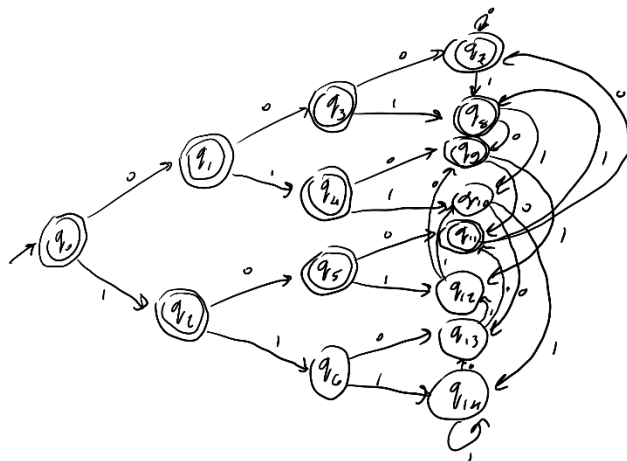
$$q_s = q_0$$

$$F = \{q_4\}$$

δ	0	1	ϵ
q_0	\emptyset	\emptyset	$\{q_1, q_2, q_3\}$
q_1	\emptyset	$\{q_4\}$	$\{q_4\}$
q_2	$\{q_1\}$	$\{q_5\}$	$\{q_5\}$
q_3	$\{q_2, q_3\}$	$\{q_3, q_6\}$	$\{q_6\}$
q_4	\emptyset	\emptyset	\emptyset
q_5	$\{q_4\}$	\emptyset	\emptyset
q_6	$\{q_5\}$	\emptyset	\emptyset

נשים לב כי האוטומט מזהה מילים מעל $\{0,1\}$ כך שב-3 אותיות האחרונות יש לכלל היותר פעם אחת את האות 1.

להלן ה-DFA:



Question 4:

בהינתן אוטומט A ובהינתן שפה L כך ש- $L = L(A)$ נרצה למצוא אוטומט A' כך ש- $L^R = L(A')$,

קודם כל נבנה N אוטומטים שונים, אחד לכל מסלול ממצב התחלתי לכל מצב מסיים, $A_i, \forall 1 \leq i \leq N$,

כעת, בכל אוטומט נהפוך את המצב התחלתי למצב מקבל ואת המצב המקבל למצב התחלתי, ובנוסף נהפוך את כל כיווני הקשתות, ובנוסף נשלים קשתות יוצאות שחסרות מהא"ב מכל מצב לתוך "בור" ונסמן את האוטומטים הנ"ל כך, $A'_i, \forall 1 \leq i \leq N$.

בשל הבנייה, אין יותר ממצב התחלתי אחד, אין שתיים או יותר קשתות יוצאות בעלות אותה אות, ולכל אות קיימת קשת יוצאת בכל מצב ולכן כל אחד מהאוטומטים הנ"ל הינו DFA.

נשים לב כי, $L^R = L(A'_1) \cup L(A'_2) \cup \dots \cup L(A'_N)$,

ולכן נפעיל את אלגוריתם אוטומט המכפלה $N - 1$ פעמים ונקבל A' שהינו DFA המזהה את L^R כלומר,

$$L(A') = L^R$$

QED

