Facultad de Matemáticas e Ingenierías
Matemáticas
Cálculo integral
Taller preparcial

Nombre de Estudiante: ______________________________Cod:________Fecha: ______

1. (Sustitución trigonométrica y fracciones parciales). Resuelva las siguientes integrales

   a. $\int \frac{dy}{\sqrt{9+y^2}}$ Rta: $ln\left|\frac{1}{3}(\sqrt{9+y^2}+y)\right|+C$

   b. $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2-4}}$ Rta: $\sqrt{-4\ +\ x^2}+C$

   c. $\int \frac{3-2x}{x^2+6x+9}dx$ Rta: $-2ln\left|3x-2\right|+\frac{9}{x+3}+c$

   d. $\int \frac{2x^2+4x-7}{x^2+x-6}dx$ Rta: $2x+\frac{1}{5}ln\left|x+3\right|+\frac{9}{5}ln\left|x-2\right|+c$

2. Calcule una aproximación al área bajo la curva $y=x^2+1$, para el intervalo [0,4] en el eje x. Para esto subdivida el intervalo en 4 subintervalos iguales y construya los rectángulos asociados a la suma de Riemann $\sum_{k=1}^{4} f(c_k)\,\Delta_{x_k}$. Los puntos C_k, deben ser los extremos izquierdos de los rectángulos. Posteriormente, calcule el valor exacto del área por medio de la integral definida.

   Rtas: Área aproximada $\approx 18[u^2]$. Área exacta= $25[u^2]$

3. Calcule una aproximación al área bajo la curva $y=cosx+2$, para el intervalo $[-\pi,2\pi]$ en el eje x. Para esto subdivida el intervalo en 3 subintervalos iguales y construya los rectángulos asociados a la suma de Riemann $\sum_{k=1}^{4} f(c_k)\,\Delta_{x_k}$. Los puntos C_k, deben ser los extremos derechos de los rectángulos. Posteriormente, calcule el valor exacto del área por medio de la integral definida. Rtas: Área aproximada $\approx 7\pi[u^2]$. Área exacta= $6\pi[u^2]$.

4. Calcule el promedio de las siguientes funciones:

a. $y = x^2 + 1$, en el intervalo $[0,4]$. Rta: 25/4

b. $y = cosx + 2$, en el intervalo $[-\pi, 2\pi]$. Rta: 2

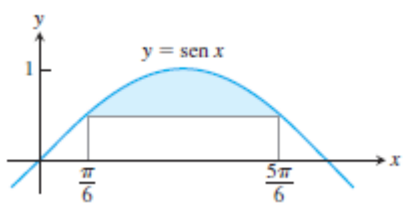
5. Explique qué dice el Teorema Fundamental del Cálculo.
6. ¿Por qué es importante el teorema fundamental del cálculo?
7. ¿Qué debe cumplir una función para ser integrable?, ¿qué funciones no son integrables?
8. Halle:

a. $$\frac{d}{dx}\int_a^x \frac{\ln(t)}{t+t^2}dt$$

b. $\frac{dy}{dx}$ $Si\ y = \int_1^{x^2} sent dt$

c. $$\frac{dy}{dx}\ Si\ y = \int_x^5 3tsentdt$$

9. Halle el área sombreada: $Rta = \sqrt{3} - \pi/3$



Para los ejercicios 10-15 se sugiere graficar la región antes de plantear la integral. Puede ayudarse de la calculadora gráfica online de Geogebra. (Elija el método más apropiado de acuerdo con el sólido generado).

10. Halle el volumen del sólido generado al hacer girar la región acotada por las curvas $y = \sqrt{9 - x^2}$ y $y = 0$, alrededor del eje x. (Solución $v = 36\pi\ [u^3]$).
11. Halle el volumen del sólido generado al hacer girar la región acotada por las curvas $x = \frac{2}{y+1}$, $x = 0$, $y = 0$, $y = 3$, alrededor del eje y. (Solución $v = 3\pi\ [u^3]$).
12. Halle el volumen del sólido generado al hacer girar la región acotada por las curvas $y = x^2 + 1$ y $y = x + 3$, alrededor del eje x (Solución $v = \frac{117}{5}\pi\ [u^3]$).

Elaborado por: *Alejandra Torres*

13. Halle el volumen del sólido generado al hacer girar la región acotada por las curvas $y = \sqrt{x}$, $y = 2$ y $x = 0$ alrededor del eje x. (Solución $v = 8\pi\ [u^3]$).
14. Halle el volumen del sólido generado al hacer girar la región acotada por las curvas $y = 2x - 1$, $y = \sqrt{x}$ y $x = 0$ alrededor del eje y. (Solución $v = \frac{7\pi}{15}\ [u^3]$).
15. Halle el volumen del sólido generado al hacer girar la región acotada por las curvas $y = 2x$, $y = \frac{x}{2}$ y $x = 1$ alrededor del eje y. (Solución $v = \pi\ [u^3]$).
16. Halle la longitud de la curva $y = x^{\frac{3}{2}}$ desde $x = 0$ hasta $x = 4$ (Solución ≈ 9.0734]).
17. Determine el área de la superficie del cono generado al hacer girar el segmento de recta $y = x/2$, en el intervalo $0 \leq x \leq 3$, alrededor del eje x. (Solución: $\frac{9\sqrt{5}}{4}\pi$)
18. Un resorte tiene una longitud natural de 1m, una fuerza de 24N lo estira hasta una longitud de 1.8m. ¿Cuánto trabajo se requiere para estirarlo 2m más que su longitud natural? (Solución: 60J).
19. Halle el centro de masa de una varilla de longitud 10m y función de densidad $\delta(x) = 1 + \frac{x}{10}\ kg/m$ (Solución ≈5.56m).
20. Reflexionando sobre por qué y de qué manera funcionan las integrales para calcular áreas y volúmenes (así como longitudes de curva, etc), responda de manera concisa, ¿qué es una integral?