

Sustitución

Sustitución simple

1. Identifica si u y du aparecen en la misma expresión (salvo una diferencia de constantes).
2. Sustituye lo más complejo. Después integrar y derivar sus exponentes será más fácil.
3. Identifica qué identidad trigonométrica usarás.

Sustitución por partes

1. Se usa cuando las funciones implícitas no tienen relación en términos de sus derivadas (no hay u y du)
2. Ten claro el acrónimo ALPES antes de seleccionar u y dv .
3. Como aquí toca derivar, no olvides regla de la cadena.
4. Aquí se tienen en cuenta las potencias al reemplazar.

+-----+		
	derivar	
	u -----> du	
	integrar	
	dv -----> v	
\int [u*dv]dx=u*v-\int du*v		
+-----+		

Trigonometría

Integrales fundamentales

$$\int \cos(mx)dx = \frac{1}{m} \sin(mx)$$

$$\int \sin(mx)dx = -\frac{1}{m} \cos(mx)$$

Identidad fundamental (potencias impares)

$$\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$$

Consistirá en expresar una expresión trigonométrica impar en términos de una par. Luego, se reemplazará una función trigonométrica al cuadrado por su identidad. Luego, de sustituir, u y du , se resolverá un binomio cuadrado.

Ángulo Medio (potencias pares)

Tener cuidado con los signos.

$$\sin^2(x) = \frac{1 - \cos(2x)}{2}$$

El coeficiente de x se duplica.

$$\cos^2(x) = \frac{1 + \cos(2x)}{2}$$

Variación

$$2\cos^2(x) = 1 + \cos(2x)$$

Es lo mismo, solamente pasa el dos al otro lado. Como es el proceso inverso, el coeficiente de x se divide y crece la potencia.

Eliminación de raíces

Con ángulo medio

$$\int \sqrt{\frac{1 - \cos(2x)}{2}} dx = \int \sqrt{\sin^2(x)} dx$$

Con variación

$$\int \sqrt{1 - \cos(2x)} dx = \int \sqrt{2\cos^2(x)} dx$$

Integrales capciosas

Integral	Expresión
$\int \ln(x) dx$	$\frac{1}{x}$
$\int e^{cx} dx$	$\frac{e^{cx}}{c}$
$\int \tan(x) dx$	$\sec^2(x)$
$\int \sec(x) dx$	$\sec(x)\tan(x)$

Sustitución trigonométrica

Caso	Expresión
$\int \sqrt{a^2 - x^2} dx$	$x = a \sin \theta$
$\int \sqrt{a^2 + x^2} dx$	$x = a \tan \theta$
$\int \sqrt{x^2 - a^2} dx$	$x = a \sec \theta$

Identidades específicas

$\sin(2\theta)$	$2 \sin \theta \cos \theta$
$\cos(2\theta)$	$\cos^2 \theta - \sin^2 \theta$

Tablas trigonométricas

θ	radianes	$\sin \theta$	$\cos \theta$	$\tan \theta$
0	0	0	1	0
30	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
90	$\frac{\pi}{2}$	1	0	—

Fracciones Parciales

Caso	Fórmula
lineal irrepetible	$\frac{A}{(ax+b)}$
lineal repetible	$\frac{A_n}{(ax+b)^n}$
cuadrática irrepetible	$\frac{Ax+B}{(ax+b)}$
cuadrática repetible	$\frac{Ax+B}{(ax+b)^n}$

Siempre simplifica el denominador

Teorema Fundamental

$$\frac{dF}{dx} = \frac{d}{dx} \int_a^x f(t)dt = f(x)$$

Promedio

$$\frac{1}{b-a} \int_a^b b f(x) dx$$

Volúmenes

Caso	Fórmula
S. trans.	$\int_a^b Base \times Altura dx$
Cilindros	$\int_a^b \pi R^2 dx$
Arandelas	$\int_a^b \pi (R^2 - r^2) dx$
C. cilíndr.	$\int_a^b 2\pi x f(x) dx$

Aplicaciones

Tablas

L. arco	$\int_a^b \sqrt{1 + \frac{dy^2}{dx^2}} dx$	Derivadas	
A. s. rev.	$\int_a^b 2\pi f(x) \sqrt{1 + \frac{dy^2}{dx^2}} dx$	$\sin x$	$\cos x$
Hooke	$W = \int_a^b F(x) dx, F(x) = kx$	$\cos x$	$-\sin x$
Momento(M_0)	$\int_a^b x \delta(x) dx$	$\tan x$	$\sec^2 x$
Masa (M)	$\int_a^b \delta(x) dx$	$\cot x$	$-\csc^2 x$
C. masa	$\frac{M_0}{M}$	$\sec x$	$x \tan x$
		$\csc x$	$-\csc x \cot x$

Integrales

$\sin x$	$-\cos x + c$
$\cos x$	$\sin x + c$
$\tan x$	$-\ln(\cos x) + c$
$\cot x$	$\ln(\sin x) + c$
$\sec x$	$\ln(\sec x + \tan x) + c$
$\csc x$	$\ln(\csc x - \cot x) + c$

Casos notables

$\int \tan^2 \theta d\theta$	$\int \sec^2 \theta - 1 d\theta$
------------------------------	----------------------------------