

# Cálculo Integral: Repaso

Jonatan Ahumada Fernández

*<2019-02-23 Sat>*

## Contents

<b>1</b>	<b>Álgebra</b>	<b>1</b>
1.1	Teorema del binomio . . . . .	1
1.2	Resta al cuadrado . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Sustitución</b>	<b>2</b>
2.1	Guías para sustitución simple . . . . .	2
2.2	Guías para sustitución por partes . . . . .	2
<b>3</b>	<b>Trigonometría</b>	<b>3</b>
3.1	Integrales fundamentales . . . . .	3
3.2	Identidad fundamental (potencias impares) . . . . .	3
3.3	Ángulo Medio (potencias pares) . . . . .	3
3.3.1	Variación . . . . .	3
3.4	Eliminación de raíces . . . . .	3
3.4.1	Con ángulo medio . . . . .	3
3.4.2	Con variación . . . . .	4
3.5	Integrales capciosas . . . . .	4

## 1 Álgebra

### 1.1 Teorema del binomio

Para el binomio  $(a + b)^n$ , su expansión tiene las siguientes características

1. En total habrá  $n+1$  términos
2. Por cada término, el poder de  $a$  decremente y el de  $b$  incremente.

3. Cada término tiene la forma  $(c)a^{n-k}b^k$ , donde  $c$  es un entero y  $k = 0, 1, 2, \dots, n$
4. La siguiente fórmula se cumple para cada uno de los  $n$  términos de la expansión se cumple que:  $\frac{\text{coeficiente de trmino } x \text{ potencia de trmino}}{\text{nmero trmino}} = \text{coeficiente del siguiente trmino}$

## 1.2 Resta al cuadrado

El último término siempre da positivo y el del medio negativo:

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

## 2 Sustitución

### 2.1 Guías para sustitución simple

1. Identifica si  $u$  y  $du$  aparecen en la misma expresión (salvo una diferencia de constantes).
2. Sustituye lo más complejo. Después integrar y derivar sus exponentes será más fácil.
3. Identifica qué identidad trigonométrica usarás.

### 2.2 Guías para sustitución por partes

1. Se usa cuando las funciones implicadas no tienen relación en términos de sus derivadas (no hay  $u$  y  $du$ )
2. Ten claro el acrónimo ALPES antes de seleccionar  $u$  y  $dv$ .
3. Como aquí toca derivar, no olvides regla de la cadena.
4. Aquí se tienen en cuenta las potencias al reemplazar.

+-----+			
	derivar		
	u ----->	du	
	integrar		
	dv ----->	v	

| \int [funcion] dx = u - \int du \* v |  
+-----+

### 3 Trigonometría

#### 3.1 Integrales fundamentales

$$\int \cos(mx) dx = \frac{1}{m} \sin(mx)$$

$$\int \sin(mx) dx = -\frac{1}{m} \cos(mx)$$

#### 3.2 Identidad fundamental (potencias impares)

$$\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$$

Consistirá en expresar una expresión trigonométrica impar en términos de una par. Luego, se reemplazará una función trigonométrica al cuadrado por su identidad.

Luego, de sustituir,  $u$  y  $du$ , se resolverá un binomio cuadrado.

#### 3.3 Ángulo Medio (potencias pares)

Tener cuidado con los signos.

$$\sin^2(x) = \frac{1 - \cos(2x)}{2}$$

El coeficiente de  $x$  se duplica.

$$\cos^2(x) = \frac{1 + \cos(2x)}{2}$$

##### 3.3.1 Variación

$$2\cos^2(x) = 1 + \cos(2x)$$

Es lo mismo, solamente pasa el dos al otro lado. Como es el proceso inverso, el coeficiente de  $x$  se divide y crece la potencia.

### 3.4 Eliminación de raíces

#### 3.4.1 Con ángulo medio

$$\int \sqrt{\frac{1 - \cos(2x)}{2}} dx = \int \sqrt{\sin^2(x)} dx$$

#### 3.4.2 Con variación

$$\int \sqrt{1 - \cos(2x)} dx = \int \sqrt{2 \cos^2(x)} dx$$

### 3.5 Integrales capciosas

Integral	Expresión
$\int \ln(x) \, dx$	$\frac{1}{x}$
$\int e^{cx} \, dx$	$\frac{e^{cx}}{c}$
$\int \tan(x) \, dx$	$\sec^2(x)$
$\int \sec(x) \, dx$	$\sec(x)\tan(x)$