Universidade Federal do Rio de Janeiro

COS242 - Teoria dos Grafos - 2011.2

**Profs.:** Daniel Ratton Figueiredo e Celina Miraglia Herrera de Figueiredo

**Alunos:** Bruno Tourinho Tomas e Jonathan Augusto da Silva

# Trabalho de Curso – Parte 2

# Relatório

1. Objetivo

Expandir a biblioteca desenvolvida na primeira parte do trabalho, incluindo as seguintes funcionalidades:

* Grafos com pesos;
* Distância e caminho mínimo;
* Árvore geradora mínima (MST);
* Distribuição empírica da distância; e
* Distância média.

1. Principais observações sobre projeto/implementação
   1. Programação concorrente

Para o cálculo da distribuição empírica das distâncias e distância média, onde era necessário executar o algoritmo de Dijkstra para todos os pares de vértices existentes no grafo, foi desenvolvido o suporte a múltiplas linhas de execução, usando *threads*, para executar várias instâncias do algoritmo concorrentemente.

O desenvolvimento desta funcionalidade foi possível utilizando o conjunto de bibliotecas Boost, que possui bibliotecas de suporte a gerenciamento de memória, meta-programação de pré-processadores, análise sintática, entre outras áreas – além de uma biblioteca específica para uso com grafos (que não foi utilizada neste projeto).

A biblioteca Boost está disponível para *download* no site [www.boost.org](http://www.boost.org) sob licença especial, desenvolvida para ser utilizada em qualquer projeto.

* 1. Estrutura orientada a objeto como parte do projeto

Até a conclusão da primeira parte deste trabalho, havia sido criada uma estrutura de dados orientada a objeto que servisse como “intermediária” para a geração das representações de grafo estudadas até o momento – matriz e lista de adjacência. Dando prosseguimento a este projeto, decidimos continuar utilizando esta estrutura independentemente das outras, sendo, assim, uma “terceira opção” para a representação de um grafo. Assim como uma lista de adjacência, a representação orientada a objeto também necessita de pouco espaço em memória (por exemplo, no grafo nº 4, a representação em lista ocupou ~25MB em memória; orientada a objeto, ~40MB; matriz de adjacência, >1.5GB, não sendo possível alocar em memória), o que motiva a pensar em soluções de otimização cada vez mais aprimoradas para desenvolvimento de algoritmos e estruturas de dados mais velozes e de baixo consumo de memória.

1. Estudo de Caso

Os dados a seguir foram coletados a partir de cinco grafos de exemplo:

* Grafo 1, com 100 vértices e 416 arestas;
* Grafo 2, com 1000 vértices e 337751 arestas;
* Grafo 3, com 10000 vértices e 88558 arestas;
* Grafo 4, com 50000 vértices e 332089 arestas; e
* Grafo 5, com 100000 vértices e 297881 arestas.
  1. Foi calculada a distância e o caminho mínimo do vértice 1 aos vértices 10, 100, 1000, e 10000 de cada grafo. Os resultados são apresentados a seguir:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Grafo** | **Vért. final** | **Distância** | **Caminho** |
| 1 | 10 | 19 | 1-100-17-8-67-10 |
| 100 | 12 | 1-100 |
| 2 | 10 | 2 | 1-52-10 |
| 100 | 2 | 1-144-100 |
| 1000 | 2 | 1-874-1000 |
| 3 | 10 | 26 | 1-2-3-7739-3782-8405-7014-10 |
| 100 | 29 | 1-2-3-7739-3782-3259-100 |
| 1000 | 33 | 1-2-3-7739-3782-83-2265-1995-8244-1541-1001-1000 |
| 10000 | 12 | 1-10000 |
| 4 | 10 | 27 | 1-2-40954-6638-24142-5438-5437-30631-18082-9-10 |
| 100 | 19 | 1-2-30823-31610-13545-49238-35624-39086-21397-99-100 |
| 1000 | 36 | 1-2-40954-9187-46430-48174-42945-43820-36655-19057-1002-1001-1000 |
| 10000 | 17 | 1-2-40954-9187-44780-30421-15094-28332-10000 |
| 5 | 10 | 56 | 1-100000-99999-99998-92827-24681-49217-86633-23787-19564-82822-24916-79294-79095-35948-30951-30952-30953-70778-10 |
| 100 | 48 | 1-100000-99999-99998-5098-15254-70965-45051-13678-79705-85645-12152-12151-94349-100 |
| 1000 | 49 | 1-100000-99999-99998-5098-15254-23575-7300-96904-96903-56757-17388-17389-57543-95359-999-1000 |
| 10000 | 94 | 1-100000-99999-99998-5098-15254-23575-7300-91801-72212-72213-24567-78009-78010-16066-9993-9994-9995-9996-9997-9998-9999-10000 |

* 1. Distribuição empírica da distância e distância média

(Observação: Devido à grande extensão dos grafos 4 e 5 (50000 e 100000 vértices, respectivamente), não foi possível coletar essas informações em tempo hábil para a apresentação deste relatório.)

|  |  |
| --- | --- |
| Grafo | Distância média |
| 1 | 13,0192 |
| 2 | 2,0859 |
| 3 | 6,9171 |
| 4 | ind. |
| 5 | ind. |

A partir do gráfico acima e da tabela ao lado, observa-se que o grafo 2 (com 1000 vértices) tem uma grande quantidade de arestas leves (a maior distância encontrada foi 3) e/ou é altamente conectado (tem 300 vezes mais arestas que vértices), o que não acontece nos grafos 1 e 2 – onde as maiores distâncias encontradas foram 40 e 103, respectivamente.

* 1. Árvores geradoras mínimas (MST)

Utilizando o algoritmo de Prim, determinou-se as MST para cada um dos grafos. Os resultados são apresentados na tabela abaixo:

|  |  |
| --- | --- |
| Grafo | Custo da árvore |
| 1 | 336 |
| 2 | 999 |
| 3 | 31947 |
| 4 | 216236 |
| 5 | 608677 |