

# Nado de un hombre en el río

Jonathan Caicedo y Manuel Mora

Universidad Nacional de Loja

Carrera de Ingeniería en Sistemas

Materia: Simulación

Loja-Ecuador

22 de febrero de 2017

## Resumen

El presente documento describe un modelo matemático el cual enfoca la simulación del nado de un hombre a través de un río donde se puede observar el comportamiento del hombre sobre el flujo de agua, teniendo en cuenta que la trayectoria del nado varia según los datos que se asigna a la variables que hemos tomado en cuenta para la simulación como son la velocidad del río y del nadador. Para recrear esto se ha usado el lenguaje estadístico R.

## 1. Introducción

La trayectoria es la línea continua por la cual un cuerpo se mueve, por lo tanto, esta puede ser recta, curva o enredarse sobre sí misma, ya que el objeto puede pasar varias veces sobre el mismo punto. A la longitud de la trayectoria la denominaremos distancia recorrida.[4]

### 1.1. Definiciones

Una ecuación que contiene derivadas de una o más variables respecto a una o más variables independientes, se dice que es una ecuación diferencial (ED). Si una ecuación contiene sólo derivadas de una o más variables dependientes respecto a una sola variable independiente se dice que es una ecuación diferencial ordinaria (EDO).

Un modelo matemático es una construcción matemática abstracta y simplificada relacionada con una parte de la realidad y creada para un propósito particular [2], es por tal manera que presentamos un modelo matemático no lineal formado a partir de ecuaciones diferenciales [1].

### 1.2. Método de Euler

Este método se aplica para encontrar la solución a ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO), esto es, cuando la función involucra solo una

variable independiente:

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y)$$

El método se basa en forma general en la pendiente estimada de la función para extrapolar desde un valor anterior a un nuevo valor:

Nuevo valor = valor anterior + pendiente x tamaño de peso

O bien [3],

$$y_{i+1} = y_i + \Phi h$$

Este método se lo ha usado para resolver nuestro modelo matemático de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} x_o &= 1 \\ x_f &= 0 \\ n &= 20 \\ h &= \frac{x_f - x_o}{n} \\ h &= -0,05 \\ \phi &= \frac{v_s y_{i-1} - v_r \sqrt{x_{i-1}^2 + y_{i-1}^2}}{v_s x_{i-1}}, \quad x_i = x_{i-1} + h \text{ y } y_i = y_{i-1} + \Phi h \end{aligned}$$

### 1.3. Descripción de Modelo Matemático

El presente modelo matemático (1) tiene como finalidad establecer la trayectoria que un adulto seguiría al intentar llegar de una playa a otra nadando a través de un río. Las variables que se han considerado son:

- $x$ : que hace referencia a la distancia entre las playas este-oeste la cual es de 1 milla.
- $y$ : alejamiento hacia el norte de las playas.
- $V_s$ : la velocidad a la que va el nadador.
- $V_r$ : la velocidad a la que fluye el río.

## 2. Modelo Matemático

La trayectoria del nadador en el río se puede obtener con el siguiente modelo matemático de ecuaciones diferenciales de primer orden:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v_s y - v_r \sqrt{x^2 + y^2}}{v_s x} \quad (1)$$

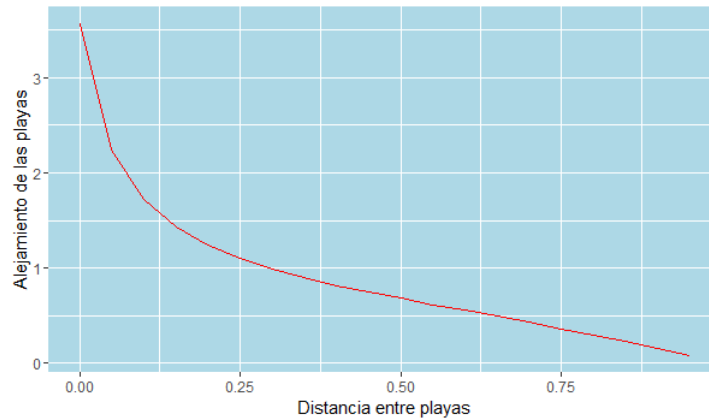
Donde la distancia entre playas  $x$  y el alejamiento de las playas hacia el norte  $y$  son variables (por tanto  $(x, y)$  es el vector del sistema), velocidad del río  $|v_r| = v_r \text{ mi/h}$  así como la velocidad del nadador  $|v_s| = v_s \text{ mi/h}$  son constantes.

### 2.1. Demostración

A continuación demostraremos como influyen la velocidad del río y del nadador en la trayectoria que este cursará para llegar a la isla oeste.

### 2.1.1. Velocidad del río mayor a la del nadador

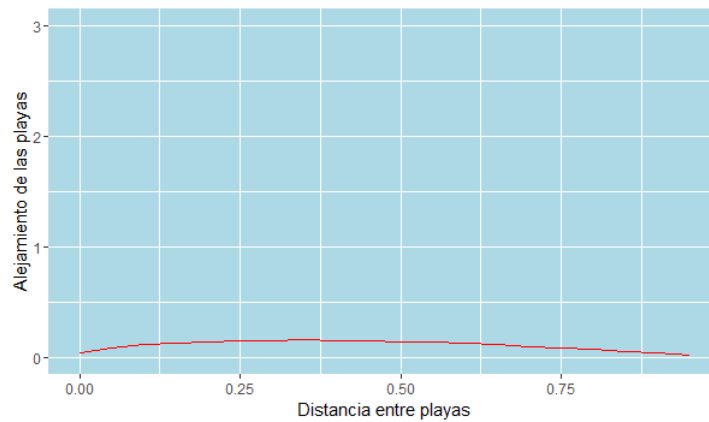
Para esta demostración la velocidad del río será de uno de alto caudal  $4,47mi/h$  y la del nadador será la de un nadador promedio de  $2,8mi/h$ . La trayectoria del nadador sería:



En este caso se evidencia que el nadador eventualmente llegará a la playa oeste pero será arrastrado a una gran distancia hacia el norte de ella de  $3,57mi = 5,8km = 5800m$ .

### 2.1.2. Velocidad del río menor a la del nadador

En este caso la velocidad del río será de uno de bajo caudal  $2,24mi/h$  y la del nadador será la de un nadador de velocidad  $5,6mi/h$ . La trayectoria sería la siguiente:



Como se puede apreciar el nadador eventualmente llegará a un punto cercano a su destino, es decir llegará a la playa oeste pero alejado de ella en dirección al norte de  $0,04mi = 0,06km = 64,37m$

### 3. Planteamiento de la solución

```
#Función para resolver la ecuación diferencial
#xo= posicion inicial del nadador (playa este)
#xf= posicion final del nadador (playa oeste)
#yo= alejamiento de las playas
#n= numero de intervalos
#vs= velocidad del rio
#vr= velocidad del nadador
#h= ancho del intervalo
euler=function(xo,xf,yo,n,vs,vr,h){
  #matriz para guardar los valores de x e y
  m=matrix(0,nrow=n,ncol = 3)
  xi=xo
  yi=yo
  c1=1
  c2=2
  c3=3
  #calculo de los intervalos y resolucion del modelo
  for (i in 1:n) {
    fxy=(vs*yi-vr*sqrt(xi^2+yi^2))/(vs*xi)
    x=xi+h
    xi=x
    y=yi+h*fxy
    yi=y
    #asignacion de valores a la matriz
    m[i,c1]=fxy
    m[i,c2]=x
    m[i,c3]=y
  }
  #retorno de la matriz
  return(m)
}
```

### 4. Conclusiones

- La simulación nos sirve para tratar de recrear algo de la vida real con un cierto margen de error, el cual varía dependiendo de cuantas variables se han tomado del entorno.
- La simulación es muy útil para recrear escenarios que sean peligrosos para la vida humana.
- El simular algo nos ayuda a la toma de decisiones.
- Si la velocidad del río es mayor a la velocidad del nadador lo arrastrará lejos de las playas con una dirección hacia el norte.
- Si la velocidad del nadador es mayor a la del río este podrá acercarse lo más posible a su destino.

### Referencias

- [1] Zill,D and Cullen, M. *ECUACIONES DIFERENCIALES con problemas con valores en la frontera*, 7ma ed. Ed. CENGAGE LEARNING , (2014), pp. 103.
- [2] Fundación Polar. *Modelos matemáticos*, (2010), disponible en: <http://www.mat.uson.mx/jldiaz/Documents/Funcion/modelos-fasciculo17.pdf>

- [3] Cruz, M. *Euler*, (2014), disponible en:  
<http://www.gridmorelos.uaem.mx/mcruz/cursos/mn/euler.pdf>
- [4] PUMALINO, *Trayectoria y desplazamiento*, disponible en:  
<https://pumalino.files.wordpress.com/2011/08/mru-primer-nivel.pdf>