



TRABAJO APRENDIZAJE EVOLUTIVO: OPTIMIZACIÓN DE UN PORTAFOLIO
CON EXPOSICIÓN MULTISECTORIAL

APRENDIZAJE AUTOMÁTICO

German Andrés Álvarez López

Carlos Andrés Castro Marín

Jonathan Javier Montes Castro

Karla Victoria Torres Parra

PROFESOR

José Lisandro Aguilar Castro

UNIVERSIDAD EAFIT
MAESTRIA EN CIENCIA DE LOS DATOS Y ANALITICA
MEDELLÍN
2023

Introducción

En este trabajo vamos a utilizar algoritmos genéticos, que tienen como propósito dar soluciones a problemas de una manera más fácil, estos están inspirados en comportamiento evolutivo natural, como el cruce, selección y mutación. Al aplicarlo, se pretende construir un modelo que, con cierta aleatoriedad de posibles soluciones a un problema, donde se parte de una diferenciación por una lista de valores que define su información genética, se busca evaluar si las posibles soluciones son buenas o perfectas y su grado de bondad, para hacer que los mejores resultados produzcan soluciones más cercanas a la solución perfecta y con mejores aptitudes.

Objetivo de la iteración:

Hallar el portafolio que minimice el riesgo y maximice el retorno del inversionista bajo el uso de metodologías de mutación o entrecruzamiento de las posibles opciones.

Contexto del problema

La optimización de un portafolio es un proceso importante en el campo de las finanzas y la inversión, ya que busca encontrar la combinación óptima de activos o inversiones que maximice el rendimiento esperado del portafolio para un nivel dado de riesgo o minimice el riesgo para un nivel dado de rendimiento. Algunas razones por las cuales la optimización de un portafolio es importante son:

1. Maximización del rendimiento: Permite identificar la combinación de activos que puede generar el mayor rendimiento esperado para un nivel de riesgo dado.
2. Gestión del riesgo: Permite identificar la combinación de activos que minimiza el riesgo para un nivel de rendimiento objetivo.
3. Diversificación: La optimización de un portafolio puede ayudar a diversificar la inversión en diferentes activos y clases de activos. La diversificación puede reducir

el riesgo total del portafolio, ya que disminuye la dependencia de un solo activo o clase de activo.

4. Toma de decisiones informada: Ayuda a los inversores a entender cómo los diferentes activos se comportan en conjunto y cómo pueden equilibrar el riesgo y el rendimiento en su cartera.
5. Eficiencia en costos: Este proceso también puede ayudar a los inversores a minimizar los costos asociados con la gestión de la cartera, como comisiones, impuestos y gastos de transacción.

Conceptos clave:

- ETF: Un ETF es un conjunto de activos que cotiza en la bolsa de valores. Los ETFs son vehículos que ayudan a invertir de manera diversificada y con bajo costo. (BlackRock, s.f.)
- Retorno: El retorno es la variación relativa que se produce en cualquier tipo de activo y en particular, en un activo financiero durante un período de tiempo determinado. Un inversionista puede ganar, perder o mantener su capital cuando compra un activo durante un período de tiempo definido. (Tellechea, 2017)

$$\text{Retorno} = \frac{\text{Precio}_t - \text{Precio}_{t-1}}{\text{Precio}_{t-1}}$$

Para este proceso de optimización se tomó como retorno esperado del activo la media de los retornos diarios previamente calculados anualizados con la fórmula de cambio de tasa usando como exponente el número de días bursátiles en un año, 252.

$$E(r) = (1 + \overline{\text{Retornos diarios}})^{252} - 1$$

El retorno de un portafolio es la suma ponderada del peso que posee cada uno de los activos que componen un portafolio (w_i) por su retorno esperado ($E(r)$).

$$\text{Retorno portafolio} = \sum_{i=1}^n w_i * E(r)_i$$

- Volatilidad: La volatilidad muestra cuál es la variación del retorno de un activo con respecto a su media histórica. Por ello, se utiliza la desviación típica (σ) como indicador de volatilidad. (Gil, 2020)

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

Los portafolios al estar compuestos por mas de un activo han de calcular su volatilidad de forma matricial como, la raíz cuadrada de la matriz traspuesta de los pesos por la covarianza anualizada por la matriz de pesos original, dando como resultado un único valor de volatilidad para el portafolio.

$$\sigma = \sqrt{w^T * (cov(x_i) * 252) * w}$$

- Sharpe ratio: Sirve para medir la relación de la diferencia entre el retorno esperado del activo con la tasa libre de riesgo, lo que es conocido como el retorno en exceso de una inversión por unidad de riesgo.

$$Sharpe\ ratio = \frac{E(r) - rf}{\sigma}$$

Cuanto mayor sea esta relación mejor es el activo, usualmente es deseable un share ratio por encima de 1 o (100%) ya que indica que esta inversión ofrece más rentabilidad por unidad de riesgo.

- Optimización media-Varianza: Es una teoría desarrollada por Markowitz en 1952 sobre la inversión en los mercados financieros sustentada en una serie de supuestos de partida tales como la aversión al riesgo de los inversores, mercados de capitales perfectos, la aleatoriedad de la rentabilidad de las inversiones, etc.

El criterio media-varianza, como su propio nombre indica, se basa en la selección de las oportunidades de inversión en base a su rentabilidad esperada (media) y su riesgo (varianza). En este sentido, se pretende elegir aquellas combinaciones de activos o carteras que presenten la mayor rentabilidad esperada dado cierto nivel de riesgo, y/o el menor riesgo para un determinado nivel de rentabilidad esperada. Por tanto, el análisis media-varianza proporciona un criterio decisor que permite seleccionar aquellas oportunidades de inversión más rentables y menos arriesgadas. (LA LEY, s.f.)

- **Frontera eficiente:** La Frontera Eficiente es el conjunto de las carteras más eficientes del todo el universo de carteras que se puede encontrar con una combinación de activos determinada. Se les llama eficientes ya que son aquellas carteras que poseen la mayor rentabilidad y menor riesgo posible dentro de todo el conjunto. (21 TRADING COACH, 2022)
- **Mutación:** La mutación ocurre porque la población puede tener algún gen basado en una descendencia previa. Es por esto, que nos basamos en 2 principios que fueron: (1) producción de material genético nuevo (2) dar pequeños pasos, dado que seleccionamos aleatoriamente 2 puntos y movemos sus genes juntos.

Consiste en un reordenamiento completo del genoma de un individuo, en el momento de su creación. Lo que implica, que cada vez que una pareja procrea y produce un hijo, este individuo tiene la oportunidad de generarse al azar, sin tener en cuenta el parecido de los padres.



Ilustración 1. Ejemplo mutación

- **Cruce:** Consiste en la comparación entre los dos padres y mapear cuyos elementos de sus arreglos son iguales. Luego, se usa esto como una máscara a partir de la cual se crea aleatoriamente un nuevo individuo (como una población inicial) pero se

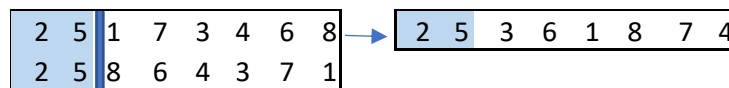


Ilustración 2. Ejemplo Cruje

mantienen intactos una proporción del material genético de sus padres,

En este caso al seleccionar una función de entrecruzamiento del tipo uniforme el algoritmo realiza una iteración n veces, donde n es el número de variables de decisión (en este caso 8) y en cada iteración realiza una selección aleatoria entre 0 y 1, donde si este número aleatorio es inferior a 0.5 se selecciona la información de la columna relativa a la iteración, sin embargo, si es superior no se toma material genético de los padres.

```

if c_type=='uniform':
    for i in range(0, self.dim):
        ran=np.random.random()
        if ran <0.5:
            ofs1[i]=y[i].copy()
            ofs2[i]=x[i].copy()

```

Ilustración 3. Código de cruce uniforme

Metodología propuesta:

1. Datos utilizados:
 - a. Instrumentos de inversión: Se propone el uso de los ETF relativos al sector considerado.
 - XLE: Energy Select Sector
 - XLF: Financial Select Sector
 - XLV: Health Care Select Sector
 - XLK: Technology Select Sector
 - XLU: Utilities Select Sector
 - XLI: Industrial Select Sector
 - XLP: Consumer Staples Select Sector
 - XLC: Communication Services Select Sector
 - b. Rango temporal: 1 de enero de 2020 al 1 de enero de 2023
 - c. Fuente: Yahoo! finance por medio de la librería de Python yfinance
 - d. Periodicidad: Diaria
 - e. Columna: Precio de cierre ajustado

	XLC	XLE	XLF	XLI	XLK	XLP	XLU	XLV
Date								
2020-01-02	52.755241	51.505093	29.014105	78.589340	90.442825	57.498287	57.583340	97.035103
2020-01-03	52.414955	51.352055	28.706041	78.437851	89.425949	57.406261	57.700657	96.189499
2020-01-06	53.114983	51.751652	28.687376	78.466263	89.639008	57.525902	57.754803	96.788094
2020-01-07	53.183048	51.615623	28.500664	78.305321	89.600281	57.084179	57.673592	96.598045
2020-01-08	53.562229	50.765419	28.687376	78.570396	90.559036	57.295834	57.646515	97.225128
...
2022-12-23	47.669659	86.160782	33.782333	97.987968	124.325546	74.820312	70.391174	135.571228
2022-12-27	47.240829	87.081177	33.772381	98.286751	123.148140	75.178589	70.827950	135.222580
2022-12-28	46.552715	85.131523	33.652973	97.002014	121.162529	74.243088	70.152924	134.345993
2022-12-29	47.839195	86.022224	34.120655	98.197113	124.335526	74.561554	70.659195	135.810272
2022-12-30	47.859142	86.566551	34.031097	97.808708	124.165901	74.193329	69.984169	135.322189

756 rows × 8 columns

Tabla 1. Tabla de precios

a. Retornos y volatilidad anual esperada de los activos:

	Retorno	Volatilidad
XLC	0.65%	27.82%
XLE	31.07%	43.88%
XLF	10.91%	31.66%
XLI	11.77%	27.61%
XLK	17.00%	31.97%
XLP	11.09%	20.04%
XLU	10.64%	26.85%
XLV	14.43%	21.81%

Tabla 2. Retorno y volatilidad esperada de los activos

2. Parámetros del algoritmo:

- Máximo número de iteraciones: 50
- Tamaño de la población: 100
- Elite ratio: 30%
- Probabilidad de mutación: 10%
- Probabilidad de cruce: 90%
- Proporción de los padres: 30%

- g. Tipo de entrecruzamiento: uniforme
- h. Función objetivo: maximizar el sharpe ratio

Cabe resaltar que esta función objetivo posee adicionalmente una restricción donde se da una penalización a todo proceso de optimización cuyos pesos de los individuos no sumen 1 ya que no de estaría distribuyendo el total de la cartera y uno de los principales supuestos de la optimización es precisamente ese.

Resultados

Repetidamente se puede identificar que el algoritmo genético converge rápidamente a lo que considera la solución que maximiza la función objetivo, tomando este menos de 10 generaciones para llegar a un punto de convergencia.

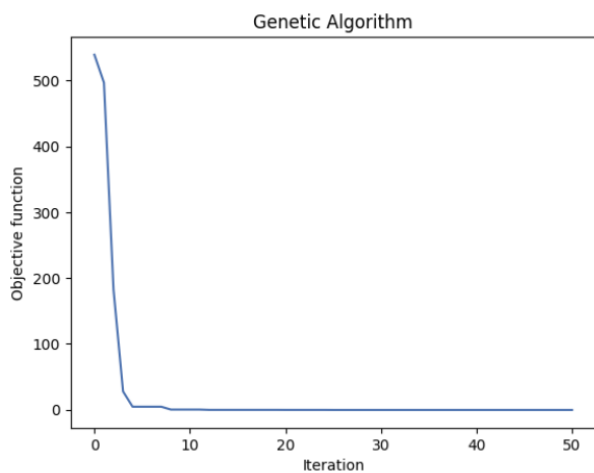


Ilustración 4. Curva de convergencia.

Sin embargo, no este no muestra ser el método más óptimo dado que el sharpe ratio de los 10 experimentos que se realizaron en promedio fue inferior al 0.5, con un retorno promedio del 14.97% y una volatilidad esperada de 24.63%.

	iteracion 0	iteracion 1	iteracion 2	iteracion 3	iteracion 4	iteracion 5	iteracion 6	iteracion 7	iteracion 8	iteracion 9
XLE	9.88%	2.16%	1.64%	5.91%	15.25%	26.64%	7.44%	15.08%	22.12%	15.11%
XLF	22.54%	1.97%	24.53%	11.39%	20.82%	7.65%	41.04%	9.70%	47.16%	5.38%
XLV	23.39%	20.58%	19.65%	8.50%	2.23%	12.49%	6.33%	11.36%	4.02%	15.64%
XLK	5.11%	26.96%	6.04%	4.54%	3.60%	5.44%	4.24%	1.22%	5.59%	12.94%
XLU	12.73%	6.51%	12.90%	33.12%	20.15%	10.78%	9.07%	1.76%	0.05%	26.04%
XLI	11.67%	12.85%	5.72%	15.33%	2.87%	6.47%	2.44%	19.05%	7.82%	5.36%
XLP	11.76%	16.98%	5.10%	3.75%	24.75%	4.52%	11.78%	19.56%	6.22%	5.53%
XLC	2.91%	11.99%	24.44%	17.47%	10.33%	26.06%	17.66%	22.25%	7.03%	14.00%

Tabla 3. Posicionamiento optimo del portafolio en 10 iteraciones

	iteracion 0	iteracion 1	iteracion 2	iteracion 3	iteracion 4	iteracion 5	iteracion 6	iteracion 7	iteracion 8	iteracion 9
Retorno	13.21%	14.70%	12.51%	17.96%	12.98%	9.73%	15.34%	13.99%	13.79%	16.36%
Volatilidad	23.47%	26.36%	25.48%	30.68%	23.98%	22.26%	24.87%	24.27%	24.05%	25.20%
Sharpe Ratio	41.79%	42.85%	35.77%	47.46%	39.95%	28.45%	48.01%	43.63%	43.22%	51.43%

Tabla 4. Retorno, volatilidad y sharpe ratio de los portafolios iterados

Estos resultados al ser comparados con una optimización media-varianza (Ilustración 5) podemos ver que el portafolio promedio estimado por el algoritmo genético que maximiza la tasa de sharpe (estrella verde) se encuentra muy alejado de la frontera eficiente y presenta métricas deficientes en comparación al portafolio que maximiza la tasa de sharpe bajo la optimización media-varianza (estrella roja). Podemos identificar que el algoritmo genético, aunque toma menos riesgo que el media-varianza también esta dejando de percibir 6% de retorno lo que afecta en 0.24 puntos el sharpe ratio.

	Media Varianza	Algoritmo Genetico	dif
Retorno	0.217825	0.149749	0.068076
Volatilidad	0.276300	0.246394	0.029905
Sharpe Ratio	0.715979	0.468880	0.247099

Tabla 5. Comparación performance Media varianza y algoritmo genético

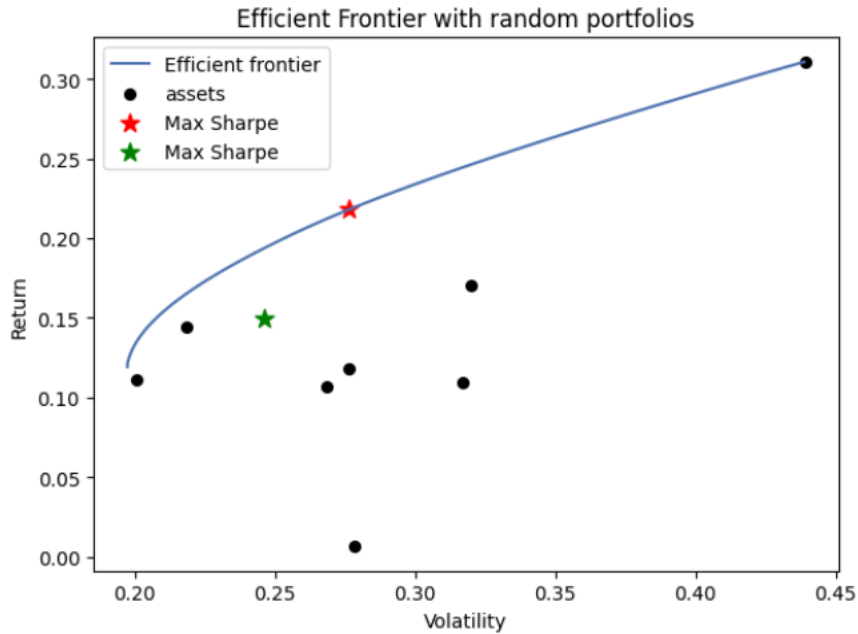


Ilustración 5. Frontera eficiente y comparación de algoritmos

Conclusión

La diversidad es esencial, ya que cuando dos padres con una aptitud adecuada pero no perfecta se reproducen, pueden engendrar descendientes excelentes, pero no perfectos. La información genética de estos descendientes se transmitirá de generación en generación, sin pertenecer a una solución perfecta. Por lo tanto, si no hay diversidad, el algoritmo se quedaría atrapado en soluciones bastante buenas, pero nunca alcanzaría la perfección.

Lo que nos permite concluir que el algoritmo presentado en esta oportunidad, aunque hace su trabajo de diversificar la cartera no es el mejor al momento de identificar la combinación que maximiza por completo la función objetivo, por tanto, se recomienda hallar manera de obtener una optimización mas robusta ya sea incluyendo más padres, variando las probabilidades de mutación o cruce e incluso modificando el tipo de cruce que se esta ejecutando en la creación de la nueva generación.

Referencias

- 21 TRADING COACH. (2022). *Modelo de Media-Varianza de Markowitz, PARTE I*.
Obtenido de <https://21tradingcoach.com/modelo-de-media-varianza-de-markowitz-parte-i/>
- BlackRock. (s.f.). *EXPLICACIÓN DE LOS ETFs*. Obtenido de Educacion:
<https://www.blackrock.com/co/educacion/etf/explicacion-de-los-etfs>
- Gil, S. (2020). *Volatilidad*. Obtenido de economipedia:
<https://economipedia.com/definiciones/volatilidad.html>
- LA LEY. (s.f.). *Análisis media-varianza*. Obtenido de Contenido:
https://guiasjuridicas.laley.es/Content/Documento.aspx?params=H4sIAAAAAAAEAMtMSbF1jTAAASNDS3NLtbLUouLM_DxbIwMDS0MDIwuQQGZapUt-ckhlQaptWmJOcSoATS_VcTUAAAA=WKE#:~:text=También%20conocido%20como%20modelo%20media,rentabilidad%20de%20las%20inversiones%2C%20etc
- Tellechea, M. (2017). *Retorno de un activo financiero*. Obtenido de Synergy Vision:
<https://synergy.vision/corpus/inversion/2017-08-06-retornos.html#:~:text=El%20retorno%20es%20la%20variación%20relativa%20que%20se%20produce%20en,un%20período%20de%20tiempo%20definido.>