# מבוא לבינה מלאכותית – 236501, חורף 21/22

יהונתן יוסף - 203304480  
תאיה חרשוק – 207944257

## משימה 1- לא. נשים לב שניתן לבצע על שני אופרטורים: • התקדמות- ממצב זה לא ניתן לבצע אף אופרטור ומגיעים למצב 'בור'. • סיבוב ימינה- ממצב זה ניתן לבצע רק סיבוב שמאלה, המחזיר אותנו למצב ההתחלתי ולכן לא ניתן להגיע לפתרון. ניתן להתבונן באוטומט המצבים הבא-

## משימה 2- נתבונן ב ונשים לב שקיים בו מעגל ( סיבוב ימינה -> שמאלה-> ימינה וכן הלאה). ניתן לראות זאת באוטומט המצבים כמעגל . משימה 3- לא. קיים מרחב חיפוש אשר ממנו לא ניתן להגיע לבור. לדוגמא: בכל רגע ניתן לבצע סיבוב ימינה ו\או סיבוב שמאלה. משימה 6- 1. מחיר המסלול שהתקבל מהרצת UniformCostSearchRobot על מבוכים 1 ו-3 קטן מזה שהתקבל עם BreadthFirstSearchRobot משום שהאלגוריתם של UniformCostSearchRobot מתחשב בעלות ומחזיר את המסלול הזול ביותר ואילו BreadthFirstSearchRobot לא מתחשב כלל בעלות ומחזיר את המסלול הקצר ביותר. 2. על מנת שמחיר המסלול המוחזר מכל הרצה של אלגוריתם breadth first search יהיה זהה למחיר המסלול המוחזר מכל הרצה של UCS, נרצה שפונקציית העלות תהיה אחידה, למשל תחזיר את הערך 1 לכל קשת במסלול, ולכן המסלול הקצר ביותר יהיה המסלול הזול ביותר במחירו.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | Head\* |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  | head |  |  |  | Tail |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  | Tail\* |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

## משימה 8-

נסתכל על הדוגמא הבאה:  
head\* - מיקום ראש הרובוט (מטרה)  
tail\* - מיקום זנב הרובוט (מטרה)  
head- מיקום ראש הרובוט במצב נוכחי  
tail- מיקום זנב הרובוט המצב נוכחי

נשים לב שעבור רובוט בגודל k, מתקיים ש- ולכן עבור k =5 כמו בדוגמא, במידה ומתקיים ש-*, אזי נקבל   
ש ו-*

ולכן נקבל שמתקיים ולכן היוריסטיקה h(s) = tail\_manhattan\_heuristic אינה קבילה.  
  
נשים לב שעל מנת שהיוריסטיקה h(s) תהיה קבילה, צריך להתקיים  
 , תנאי הכרחי ומספיק לכך הינו:  
 - כאשר K הינו גודל הרובוט.  
 **הכרחי:** ראינו בדוגמא הנגדית בעיה הנובעת ממצב בו

**מספיק:** האופרטורים שלנו מתומחרים כעת בהתאם לכמות המשבצות שהם מזיזים את הזנב. על כן, הזנב "ישלם" לפחות על כל צעד אחד שיתקדם. בין אם כשהוא זז קדימה או מסתובב.

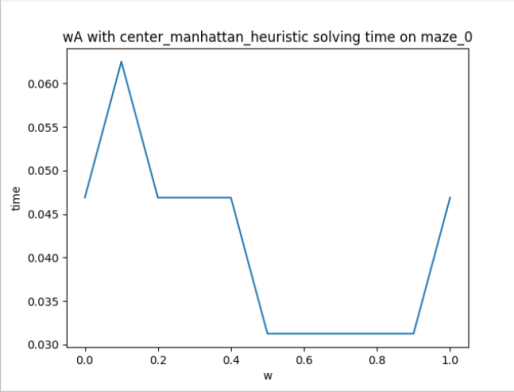
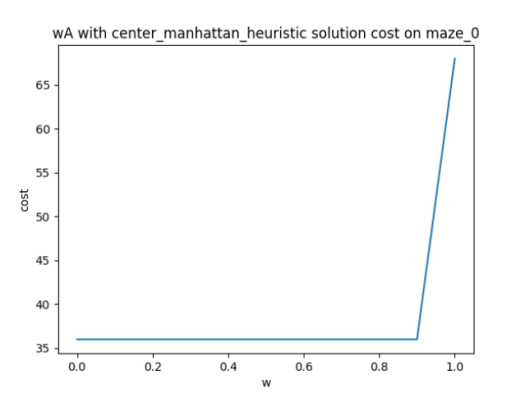
משימה 9-   
נסמן :  
center- מיקום הcenter של הרובוט במצב s  
center\* - מיקום הcenter של המטרה במצב s  
 – מספר הצעדים שעשה הרובוט קדימה (forward).  
 - מספר הצעדים שעשה הרובוט בסיבוב (rotation).  
cm- מיקום הcenter של הרובוט  
  
נרצה להוכיח שהיוריסטיקה center\_manhattn\_heuristic= קבילה, כלומר נרצה להראות שמתקיים: .

*(\*) נשים לב שפעולות סיבוב אינן מזיזות את cm. פעולות F מזיזות את cm ב-1.   
לכן מתקיים .*

בהנחה ש

קיבלנו ולכן קבילה.

## משימה 10-



ניתן לראות שהחל מw=0.9 בערך, אנו מקבלים את השינוי בcost כאשר נותנים יותר דגש לפונקציה היוריסטית h ( כאשר w גבוה יותר) אז מבחינת עלויות אנו מקבלים תוצאה פחות טובה. עד w=0.9 אנו מקבלים את הcost המתקבל כאשר w=0, כלומר הcost עבור UCS.

## 

במפה זו היוריסטיקה כנראה מספיק טובה על מנת לקבל את הcost המינימלי ולכן אין השפעה לw, כלומר גם כw=0 והאלגוריתם המתבצע הוא UCS וגם כאשר w=1 והפונקציה היוריסטית היא הקובעת( וגם בין לבין), נקבל את אותו הcost.

ניתן לראות שככל שאנו נותנים יותר דגש לפונקציה היוריסטית h ( כאשר w גבוה יותר) אז מבחינת עלויות אנו מקבלים תוצאה פחות טובה אבל מבחינת הזמן אנו משפרים את הביצועים שלנו. זאת מכיוון שב- w =0 אנו מקבלים את אלגוריתם הUCS ולכן אנו מצפים לקבל את הcost המינימלי וכאשר מגדילים את ה-w, אנו נותנים יותר משקל לפונקציה היוריסטית שמתחשבת פחות (עד בכלל) בעלות.   
\* ניתן לשים לב גם שהחל מ0.65 בערך הcost שמתקבל הוא קבוע, כלומר זה כבר לא משנה אם נותנים יותר משקל לפונקציה היוריסטית ופחות לUCS, נקבל את אותה התוצאה.

## משימה 11

נוכיח באינדוקציה על גודל המחיר d, שמתקיים :

בסיס, **:**

הנחה:

צעד :

כלומר, קיים מצב אשר אנחנו עוברים בו בדיוק לפני ומבצעים אופרטור יחיד מבין השלושה האפשריים.

נבנה מסלול .

נבצע מ את הפעולה ההפוכה לפעולה האחראית על המעבר . כלומר, פעולת F תשאר F, ופעולת סיבוב תחליף כיוון (R יהיה L, L יהיה R).

נשים לב כי הגענו למצב בעלות k (נובע מסימטרית העלויות cost(R)=cost(L)).

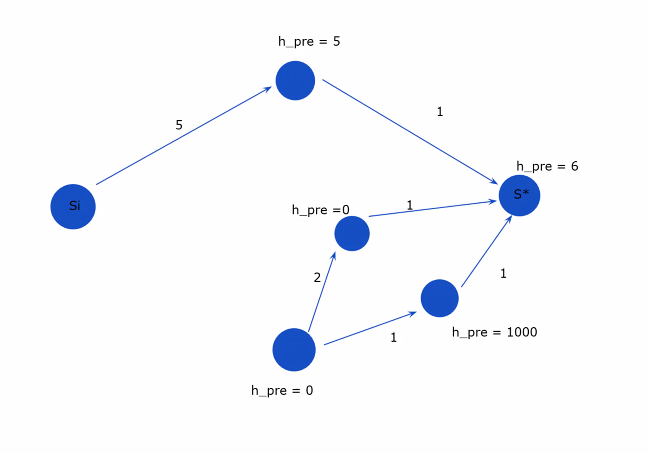
לפי ההנחה

קל להראות שהמסלול הזה הוא גם המינימלי. נניח בשלילה שהוא לא, ונראה באותו האופן שקיים מסלול קצר יותר .

## שאלה 12

### סעיף א

היוריסטיקה h קבילה כל עוד עקבית.

נראה דוגמא בה אפילו קבילה אך לא עקבית ונקבל ש לא קבילה:  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
בהינתן כי היור' עקבית, בסיום ריצת אלגוריתם האתחול, יתקיים:

הדבר נכון מהגדרת עקביות של , ומהעובדה כי כל תת מסלול במסלול הקל ביותר, הוא המסלול הקל ביותר. כלומר המסלול המחושב על state הוא המסלול הקל ביותר (או "הפתרון האופטימלי" עבור אותו צומת).

מכאן, ומהגדרת h. מתקיים כי

### סעיף ב

נגדיר את היור' הבאה:

על גרף המצבים הבא:

A picture containing diagram

Description automatically generated

נשים לב כי היור' אינה קבילה בגלל הצומת אבל שאר הגרף בסדר. בפועל, בריצת האלג', מפני ש לא נמצאת על אף מסלול בין ל , הדבר אינו ישפיע והמסלול שיוחזר הוא הקל ביותר.  
  
משימה 15-

קיים מסלול יחיד בין לבין *. לכן בהכרח מסלול זה הינו המסלול הקל ביותר* בין לבין *. נסמן את מחיר המסלול הקל ביותר - .   
לפי משימה 11 מתקיים .* כאשר שווה למחיר המסלול הקצר ביותר מהמצב למצב המטרה עבור רובוט קטן ב-k מהרובוט המקורי. לכן ולכן בהכרח קיים מסלול יחיד מהמצב למצב המטרה עבור רובוט קטן ב-k מהרובוט המקורי.  
  
1. נניח שקיים פתרון לבעיה המקורית, נוכיח שהפתרון יחיד.  
\* נשים לב שהרובוט החדש שקצר יותר בk מהרובוט הישן יכול לפנות את כל הפניות( ימינה שמאלה קדימה) שיכול לפנות הרובוט הישן ועוד פניות נוספות שהרובוט המקורי לא יכול לפנות משום שהגודל מגביל אותו. כלומר, הרובוט הקצר ב-k יכול לבצע לפחות את אותם המסלולים שהרובוט הרגיל יכול לבצע.  
  
משום שקיים מסלול יחיד בלבד עבור הרובוט הקטן בk מהמצב למצב המטרה , ומשום שנתון לנו שקיים פתרון לבעיה המקורית, בהכרח יתקיים שהפתרון הוא יחיד, כלומר קיים מסלול אחד בלבד לרובוט המקורי מהמצב למצב . נניח בשלילה שהפתרון לבעיה המקורית אינו יחיד וקיים פתרון נוסף לבעיה. כלומר, קיים מסלול נוסף ממצב ההתחלה למצב המטרה לרובוט המקורי. משום שהרובוט הקטן מהרובוט המקורי יכול לבצע את אותן פעולות(F,L,R) של הרובוט המקורי, אזי בהכרח קיים מסלול נוסף( שזהה בפעולותיו )בין לבין ,בסתירה.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | head\* |  |  |
|  |  | headK\* |  |  |
|  |  |  |  |  |
| head | headK | tailK\* | tailK | tail |
|  |  | Tail\* |  |  |

2. נפריך באמצעות דוגמא נגדית:  
נראה שמתקיים   
head,tail- מיקום ראש וזנב הרובוט המקורי  
headK,tailK- מיקום ראש וזנב הרובוט עבור רובוט הקטן בk מהרובוט המקורי.( k=2)  
head\*,tail\*- מיקום המטרה של ראש וזנב הרובוט המקורי.  
headK\*,tailK\*- מיקום המטרה של ראש וזנב הרובוט הקטן ב-k.  
נשים לב שהרובוט המקורי לא יכולה לבצע אף פנייה (קדימה,ימינה,שמאלה) והוא "תקוע" ולעולם לא יוכל להגיע למצב המטרה לכן עבורו *.  
לעומת זאת, הרובוט הקטן ב-k יכול לבצע פנייה שמאלה ולאחר מכן קדימה והוא יגיע ליעדו. ולכן .*

*3. הנחות:*

* *קיים פתרון לבעיה המקורית, והוא יחיד (בעקבות סעיף 1)*
* *קיים פתרון יחיד לבעיה המוקטנת*
* *צמתים אשר לא סרקנו אותם בפתרון הבעיה המוקטנת, יקבלו ערך .*

### טענת עזר:

*יהי מצב S, הנפרש ע"י הבעיה המוקטנת. הינה יוריסטיקה קבילה ולכן נקבל ש*

*לכן, לאחר שהגדרנו , מתקיים כי*

*לרובוט הקטן ב-k.*

*מכיוון שקיים פתרון יחיד לבעיה המקורית, ופתרון יחיד לבעיה המוקטנת, זה אותו הפתרון (עד כדי היפוך הפעולות R/L).*

*לכן, השיוויון מתקיים גם לרובוט המקורי.*

*מכאן .*

*מטענת העזר נובע כי:*

*ובפרט*

*ולכן בכל שלב בפיתוח הצמתים, יעדיף האלגוריתם לבחור צומת מהמסלול האופטימלי.*

4. נראה כי

לפי אופן בניית האלגוריתם, נפתח בחישוב המקדים את כל הצמתים הישיגים מ (ולא יותר) ולכן .

*בנוסף, מסעיף 3 נובע שבריצת הבעיה המקורית, נפתח רק את הצמתים הנמצאים על המסלול האופטימלי (מלבד צומת ההתחלה). כלומר מתקיים*

*ולכן תחת ההנחות הנ"ל, נבחר להשתמש ביור' החדשה אם ורק אם*

*5. נראה מפה בה ניתן להגדיל את אורך ורוחב הבור (L,W) כרצוננו, וכך לעכב את יוריסטיקת מנהטן כרצוננו:*

*(מצב המטרה הוא בצד הימני, בעוד המצב ההתחלתי בצד השמאלי)*

A picture containing text, crossword puzzle, clipart

Description automatically generated

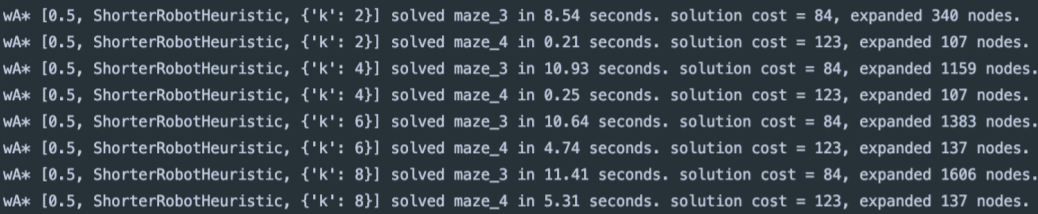
נסביר:

יוריסטיקת מנהטן, תפתח את ה"בור" לפני שתתחיל לפתח את צמתי "התעלה". לעומת זו, היוריסטיקה החדשה תפתח את התעלה תחילה, ולא תוכל להיכנס לבור כלל. לכן במידה ונגדיל את W ו L, מספר הצמתים שתסרוק יוריסטיקת מנהטן תגדל לפי בעוד היוריסטיקה החדשה תמשיך לפתח לפי

## שאלה 16

1. עבור שימוש ביוריסטיקת center\_manhattan קיבלנו את הביצועים הבאים:

Text

Description automatically generated with medium confidence  
  
לעומת זאת עבור שימוש ביוריסטיקה החדשה, ShorterRobot, קיבלנו את התוצאות הבאות עבור k שונים ועבור מפות 3 ו-4:  
  
נשים לב שמספר הnodes שפותחו *במפות 3 ו-4 בעת שימוש ביוריסטיקה החדשה, קטן משמעותית ממספר הnodes שפותחו בעת שימוש ביוריסטיקת* center\_manhattan*.  
  
2. נשים לב, שככל ש-K גדל, אורך הרובוט קטן, וניתן לסרוק יותר צמתים. לכן, זמן האתחול ייגדל.*

*בנוסף, K גדול יותר יכול למצוא פתרונות נוספים שאינם קיימים בהיפוכם בבעיה המקורית, ובכך לזהם את היוריסטיקה.*

*לכן, גם זמן הריצה המקורית יכול לגדול ככל שK גדל.*

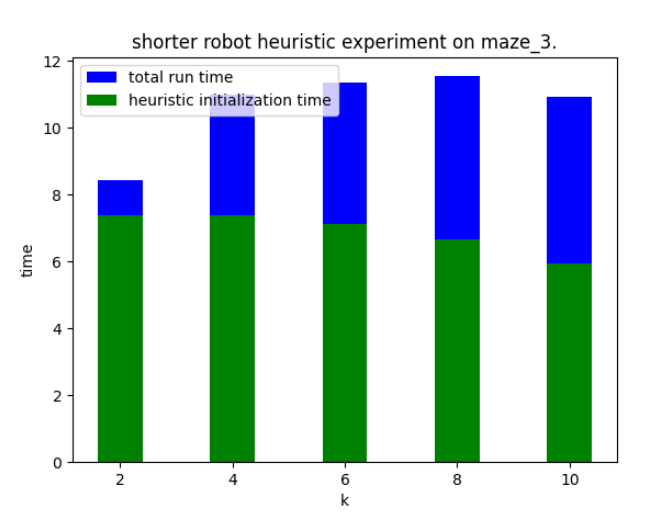
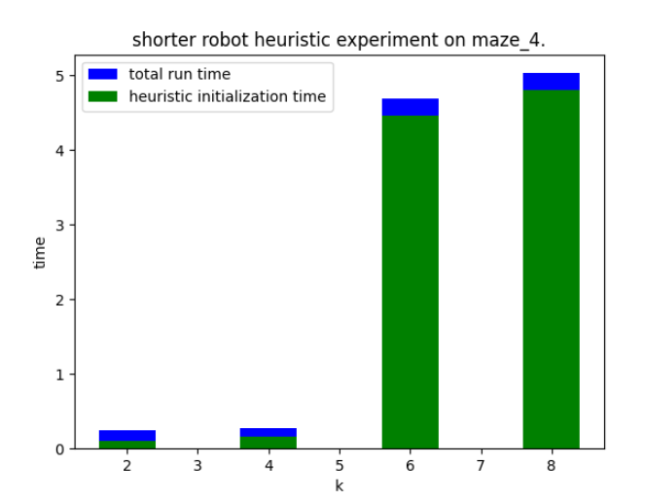
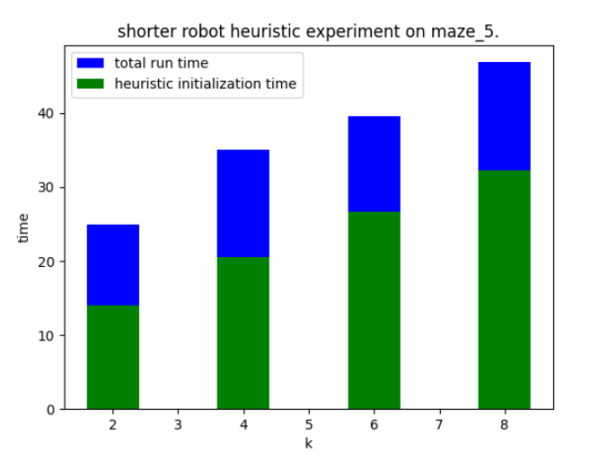
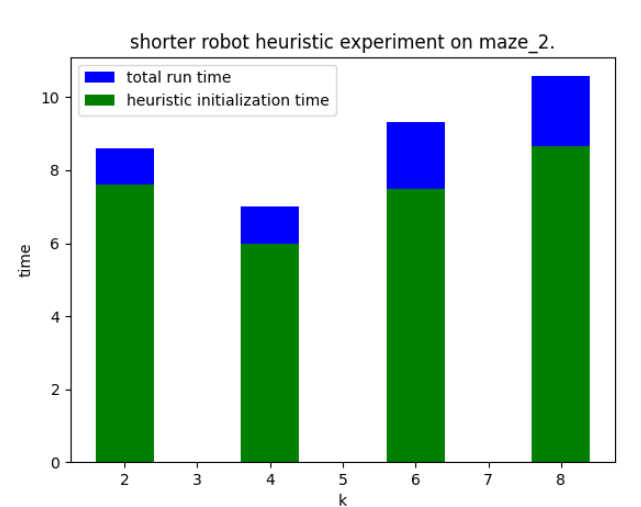
*4. ניתן לראות בצורה יפה את מה שהסברנו בסעיף 2.*

*הגדלת K גורעת בשתי דרכים שונות על זמן הריצה.*

*הדרך הראשונה, היא הארכת זמן האתחול, בגלל שככל ש-K גדל, הרובוט קטן, וניתן לפתח יותר צמתים.*

*הדרך השנייה, היא הארכת זמן הפתרון המקורי (הקוביה הכחולה בלבד, לא הסכום). מכיוון שהיוריסטיקה מזוהמת בפתרונות לא מייצגים.*

*כמובן שההשפעות האלו ניכרות בזמן כולל הולך ועולה.*

*נצרף ל4 את הגרפים:*

## שאלה 17-

*א. בהנחה שיש פתרון לבעיה עם הרובוט הגדול ב-2 מהרובוט המקורי ובהנחה שהגדלת הרובוט מתבצעת בצורה סימטרית, אזי נקבל את הפתרון האופטימלי עבור הרובוט הגדול ב-2. זאת מכיוון שבסיום איטרציה שבה אנו מקבלים f-limit חדש, משמע שלא הגענו לפתרון הבעיה. נסמן איטרציה זו ב- k. בגלל שהרובוט המקורי (הקצר ב2 מהרובוט הגדול יותר) לא הגיע לפתרון הבעיה בסיום איטרציה k, אזי בוודאי שגם הרובוט הגדול יותר לא יגיע לפתרון הבעיה בסיום איטרציה זו.   
לכל , לא קיים פתרון לבעיה המוגדרת ולכן בהכרח לא קיים פתרון באמצעות עבור הבעיה עם הרובוט הגדול ב-2. לכן בהרצת מלא, איטרציות המקיימות את אי השוויון הנל מיותרת וניתן לדלג עליהן. לבסוף, מכיוון שהיורסטיקות קבילות, האלגוריתם   
יחזיר לנו את הפתרון האופטימלי עבור הרובוט הגדול יותר.  
  
ב. נמיין את אורכי הרובוטים הנתונים מהקצר לארוך. תחילה, נפתור את הבעיה של הרובוט הקצר באמצעות מלא (כאשר את מאתחלים באמצעות היוריסטיקה). בסיום ריצת האלגוריתם, במידה ונמצא פתרון כאשר , נאתחל את ריצת הבאה כך ש*  . לפי סעיף א', האיטרציות הקודמות מיותרות ואין פגיעה בנכונות.   
נמשיך באותו אופן עד למציאת פתרונות עבור כל הרובוטים או עד אשר שלא נקבל פתרון מאחד הרובוטים (משום ששאר הרובוטים הגדולים ממנו לא יניבו פתרון, נחזיר להם שאין פתרון).