Znalostní agenti II.
(8. přednáška)

Omezenost výrokové logiky

Výroková logika je omezená

Predikátová logika (1. řádu)

- logické spojky $(\wedge, \vee, \rightarrow)$
- kvantifikátory $(\exists, \forall)$
- predikáty $(P, Q, R \dots)$
- funkční symboly $(F, G \dots)$
- konstanty $(c_0, c_1, \dots)$
- proměnné $(x_0, x_1, \dots)$

Predikátová logika (1. řádu)

- logické spojky $(\wedge, \vee, \rightarrow)$
- kvantifikátory $(\exists, \forall)$
- predikáty $(P, Q, R \dots)$
- funkční symboly $(F, G \dots)$
- konstanty $(c_0, c_1, \dots)$
- proměnné $(x_0, x_1, \dots)$

Víme co je to term

Predikátová logika (1. řádu)

- logické spojky $(\wedge, \vee, \rightarrow)$
- kvantifikátory $(\exists, \forall)$
- predikáty $(P, Q, R \dots)$
- funkční symboly $(F, G \dots)$
- konstanty $(c_0, c_1, \dots)$
- proměnné $(x_0, x_1, \dots)$

Víme co je to term, atomická formule

Predikátová logika (1. řádu)

- logické spojky $(\wedge, \vee, \rightarrow)$
- kvantifikátory $(\exists, \forall)$
- predikáty $(P, Q, R \ldots)$
- funkční symboly $(F, G \ldots)$
- konstanty $(c_0, c_1, \ldots)$
- proměnné $(x_0, x_1, \ldots)$

Víme co je to term, atomická formule, formule

Predikátová logika (1. řádu)

- logické spojky $(\wedge, \vee, \rightarrow)$
- kvantifikátory $(\exists, \forall)$
- predikáty $(P, Q, R \ldots)$
- funkční symboly $(F, G \ldots)$
- konstanty $(c_0, c_1, \ldots)$
- proměnné $(x_0, x_1, \ldots)$

Víme co je to term, atomická formule, formule, volná a vázaná proměnná

Predikátová logika (1. řádu)

- logické spojky $(\wedge, \vee, \rightarrow)$
- kvantifikátory $(\exists, \forall)$
- predikáty $(P, Q, R \dots)$
- funkční symboly $(F, G \dots)$
- konstanty $(c_0, c_1, \dots)$
- proměnné $(x_0, x_1, \dots)$

Víme co je to term, atomická formule, formule, volná a vázaná proměnná, ...

Predikátová logika (1. řádu)

- logické spojky $(\wedge, \vee, \rightarrow)$
- kvantifikátory $(\exists, \forall)$
- predikáty $(P, Q, R \ldots)$
- funkční symboly $(F, G \ldots)$
- konstanty $(c_0, c_1, \ldots)$
- proměnné $(x_0, x_1, \ldots)$

Víme co je to term, atomická formule, formule, volná a vázaná proměnná, ...

Ground term

Predikátová logika (1. řádu)

- logické spojky $(\wedge, \vee, \rightarrow)$
- kvantifikátory $(\exists, \forall)$
- predikáty $(P, Q, R \ldots)$
- funkční symboly $(F, G \ldots)$
- konstanty $(c_0, c_1, \ldots)$
- proměnné $(x_0, x_1, \ldots)$

Víme co je to term, atomická formule, formule, volná a vázaná proměnná, ...

Ground term

Term t je **uzeměný** (ground term) pokud se v něm nevyskytují proměnné.

Převod na prvořádovou logiku

Idea

Převod na prvořádovou logiku

Idea

1. Zbav se existenčních kvantorů skolemizací

Převod na prvořádovou logiku

Idea

1. Zbav se existenčních kvantorů skolemizací
2. Univerzálních kvantorů se zbav aplikováním všech možných substitucí:

Převod na prvořádovou logiku

Idea

1. Zbav se existenčních kvantorů skolemizací
2. Univerzálních kvantorů se zbav aplikováním všech možných substitucí:

Je-li t uzeměný term pak

Převod na prvořádovou logiku

Idea

1. Zbav se existenčních kvantorů skolemizací
2. Univerzálních kvantorů se zbav aplikováním všech možných substitucí:

Je-li t uzeměný term pak

$$\frac{(\forall x)\varphi}{\varphi[x/t]}$$

Převod na prvořádovou logiku

Idea

1. Zbav se existenčních kvantorů skolemizací
2. Univerzálních kvantorů se zbav aplikováním všech možných substitucí:

Je-li t uzeměný term pak

$$\frac{(\forall x)\varphi}{\varphi[x/t]}$$

3. Výsledkem je výroková formule, aplikuj rezoluci

Převod na prvořádovou logiku

Idea

1. Zbav se existenčních kvantorů skolemizací
2. Univerzálních kvantorů se zbav aplikováním všech možných substitucí:

Je-li t uzeměný term pak

$$\frac{(\forall x)\varphi}{\varphi[x/t]}$$

3. Výsledkem je výroková formule, aplikuj rezoluci

Problém

Převod na prvořádovou logiku

Idea

1. Zbav se existenčních kvantorů skolemizací
2. Univerzálních kvantorů se zbav aplikováním všech možných substitucí:

Je-li t uzeměný term pak

$$\frac{(\forall x)\varphi}{\varphi[x/t]}$$

3. Výsledkem je výroková formule, aplikuj rezoluci

Problém

Krok č. 2 generuje příliš mnoho formulí, často je většina naprosto nepotřebná.

Příklad

Víme, že:

Příklad

Víme, že:

$$(\forall x)(King(x) \wedge Greedy(x) \rightarrow Evil(x))$$

Příklad

Víme, že:

$$(\forall x)(King(x) \land Greedy(x) \to Evil(x))$$

$$King(John)$$

Příklad

Víme, že:

$$(\forall x)(King(x) \wedge Greedy(x) \rightarrow Evil(x))$$
$$King(John)$$
$$Brother(Richard, John)$$

Příklad

Víme, že:

$$(\forall x)(King(x) \land Greedy(x) \rightarrow Evil(x))$$
$$King(John)$$
$$Brother(Richard, John)$$
$$Peasant(David)$$

Příklad

Víme, že:

$$(\forall x)(King(x) \land Greedy(x) \rightarrow Evil(x))$$

$$King(John)$$

$$Brother(Richard, John)$$

$$Peasant(David)$$

$$(\forall y)Geedy(y)$$

Příklad

Víme, že:

$$(\forall x)(King(x) \land Greedy(x) \rightarrow Evil(x))$$

$$King(John)$$

$$Brother(Richard, John)$$

$$Peasant(David)$$

$$(\forall y)Geedy(y)$$

Chceme zjistit, zda

Příklad

Víme, že:

$(\forall x)(King(x) \wedge Greedy(x) \rightarrow Evil(x))$

$King(John)$

$Brother(Richard, John)$

$Peasant(David)$

$(\forall y)Geedy(y)$

Chceme zjistit, zda

$$Evil(John)$$

Příklad

Víme, že:

$(\forall x)(King(x) \wedge Greedy(x) \rightarrow Evil(x))$

$King(John)$

$Brother(Richard, John)$

$Peasant(David)$

$(\forall y)Geedy(y)$

Chceme zjistit, zda

$$Evil(John)$$

Předchozí postup generuje následující výrokové formule:

Příklad

Víme, že:

$$(\forall x)(King(x) \wedge Greedy(x) \rightarrow Evil(x))$$
$$King(John)$$
$$Brother(Richard, John)$$
$$Peasant(David)$$
$$(\forall y)Geedy(y)$$

Chceme zjistit, zda

$$Evil(John)$$

Předchozí postup generuje následující výrokové formule:

$$Greedy(David)$$

Příklad

Víme, že:

$$(\forall x)(King(x) \wedge Greedy(x) \rightarrow Evil(x))$$
$$King(John)$$
$$Brother(Richard, John)$$
$$Peasant(David)$$
$$(\forall y)Geedy(y)$$

Chceme zjistit, zda

$$Evil(John)$$

Předchozí postup generuje následující výrokové formule:

$Greedy(David)$, $Greedy(Richard)$

Příklad

Víme, že:

$$(\forall x)(King(x) \land Greedy(x) \to Evil(x))$$

$$King(John)$$

$$Brother(Richard, John)$$

$$Peasant(David)$$

$$(\forall y)Geedy(y)$$

Chceme zjistit, zda

$$Evil(John)$$

Předchozí postup generuje následující výrokové formule:

$Greedy(David)$, $Greedy(Richard)$, $Greedy(John)$

Příklad

Víme, že:

$$(\forall x)(King(x) \wedge Greedy(x) \rightarrow Evil(x))$$
$$King(John)$$
$$Brother(Richard, John)$$
$$Peasant(David)$$
$$(\forall y)Geedy(y)$$

Chceme zjistit, zda

$$Evil(John)$$

Předchozí postup generuje následující výrokové formule:

$Greedy(David)$, $Greedy(Richard)$, $Greedy(John)$, $King(John)$

Příklad

Víme, že:

$$(\forall x)(King(x) \wedge Greedy(x) \rightarrow Evil(x))$$
$$King(John)$$
$$Brother(Richard, John)$$
$$Peasant(David)$$
$$(\forall y)Geedy(y)$$

Chceme zjistit, zda

$$Evil(John)$$

Předchozí postup generuje následující výrokové formule:

$Greedy(David)$, $Greedy(Richard)$, $Greedy(John)$, $King(John)$, $Peasant(David)$

Příklad

Víme, že:

$$(\forall x)(King(x) \land Greedy(x) \to Evil(x))$$
$$King(John)$$
$$Brother(Richard, John)$$
$$Peasant(David)$$
$$(\forall y)Geedy(y)$$

Chceme zjistit, zda

$$Evil(John)$$

Předchozí postup generuje následující výrokové formule:

$$Greedy(David),\ Greedy(Richard),\ Greedy(John),$$
$$King(John),\ Peasant(David),\ Brother(Richard, John)$$

Příklad

Víme, že:

$$(\forall x)(King(x) \wedge Greedy(x) \rightarrow Evil(x))$$

$$King(John)$$

$$Brother(Richard, John)$$

$$Peasant(David)$$

$$(\forall y)Geedy(y)$$

Chceme zjistit, zda

$$Evil(John)$$

Předchozí postup generuje následující výrokové formule:

$$Greedy(David),\ Greedy(Richard),\ Greedy(John),$$
$$King(John),\ Peasant(David),\ Brother(Richard, John),$$
$$King(David) \wedge Greedy(David) \rightarrow Evil(David)$$

Příklad

Víme, že:

$$(\forall x)(King(x) \land Greedy(x) \rightarrow Evil(x))$$

$$King(John)$$

$$Brother(Richard, John)$$

$$Peasant(David)$$

$$(\forall y)Geedy(y)$$

Chceme zjistit, zda

$$Evil(John)$$

Předchozí postup generuje následující výrokové formule:

$$Greedy(David),\ Greedy(Richard),\ Greedy(John),$$
$$King(John),\ Peasant(David),\ Brother(Richard, John),$$
$$King(David) \land Greedy(David) \rightarrow Evil(David),$$
$$King(Richard) \land Greedy(Richard) \rightarrow Evil(Richard)$$

Příklad

Víme, že:

$$(\forall x)(King(x) \land Greedy(x) \to Evil(x))$$

$$King(John)$$

$$Brother(Richard, John)$$

$$Peasant(David)$$

$$(\forall y)Geedy(y)$$

Chceme zjistit, zda

$$Evil(John)$$

Předchozí postup generuje následující výrokové formule:

$$Greedy(David),\ Greedy(Richard),\ Greedy(John),$$
$$King(John),\ Peasant(David),\ Brother(Richard, John),$$
$$King(David) \land Greedy(David) \to Evil(David),$$
$$King(Richard) \land Greedy(Richard) \to Evil(Richard),$$
$$King(John) \land Greedy(John) \to Evil(John),$$

Příklad

Víme, že:

$$(\forall x)(King(x) \wedge Greedy(x) \rightarrow Evil(x))$$
$$King(John)$$
$$Brother(Richard, John)$$
$$Peasant(David)$$
$$(\forall y)Geedy(y)$$

Chceme zjistit, zda

$$Evil(John)$$

Předchozí postup generuje následující výrokové formule:

$$Greedy(David),\ Greedy(Richard),\ Greedy(John),$$
$$King(John),\ Peasant(David),\ Brother(Richard, John),$$
$$King(David) \wedge Greedy(David) \rightarrow Evil(David),$$
$$King(Richard) \wedge Greedy(Richard) \rightarrow Evil(Richard),$$
$$King(John) \wedge Greedy(John) \rightarrow Evil(John),$$

ale k důkazu nám stačí pouze zvýrazněné formule ...

Příklad

Víme, že:

$(\forall x)(King(x) \wedge Greedy(x) \rightarrow Evil(x))$

$King(John)$

$Brother(Richard, John)$

$Peasant(David)$

$(\forall y)Geedy(y)$

Chceme zjistit, zda

$$Evil(John)$$

Předchozí postup generuje následující výrokové formule:

$$Greedy(David), Greedy(Richard), Greedy(John),$$
$$King(John), Peasant(David), Brother(Richard, John),$$
$$King(David) \wedge Greedy(David) \rightarrow Evil(David),$$
$$King(Richard) \wedge Greedy(Richard) \rightarrow Evil(Richard),$$
$$King(John) \wedge Greedy(John) \rightarrow Evil(John),$$

ale k důkazu nám stačí pouze zvýrazněné formule ...

Generalizovaný modus ponens

Máme-li formuli tvaru

Generalizovaný modus ponens

Máme-li formuli tvaru

$$(\forall \bar{x})(\varphi_1(\bar{x}) \wedge \cdots \varphi_n(\bar{x}) \rightarrow \varphi(\bar{x}))$$

Generalizovaný modus ponens

Máme-li formuli tvaru

$$(\forall \bar{x})(\varphi_1(\bar{x}) \wedge \cdots \varphi_n(\bar{x}) \rightarrow \varphi(\bar{x})),$$

formule $\psi_0(\bar{x}), \ldots, \psi_n(\bar{x})$

Generalizovaný modus ponens

Máme-li formuli tvaru

$$(\forall \bar{x})(\varphi_1(\bar{x}) \wedge \cdots \varphi_n(\bar{x}) \to \varphi(\bar{x})),$$

formule $\psi_0(\bar{x}), \ldots, \psi_n(\bar{x})$ a uzeměné termy $\bar{t}$ takové, že

Generalizovaný modus ponens

Máme-li formuli tvaru

$$(\forall \bar{x})(\varphi_1(\bar{x}) \wedge \cdots \varphi_n(\bar{x}) \rightarrow \varphi(\bar{x})),$$

formule $\psi_0(\bar{x}), \ldots, \psi_n(\bar{x})$ a uzeměné termy $\bar{t}$ takové, že

$$\psi_i(\bar{x})[\bar{x}/\bar{t}] = \varphi_i(\bar{x})[\bar{x}/\bar{t}], i = 0, \ldots, n$$

Generalizovaný modus ponens

Máme-li formuli tvaru

$$(\forall \bar{x})(\varphi_1(\bar{x}) \wedge \cdots \varphi_n(\bar{x}) \rightarrow \varphi(\bar{x})),$$

formule $\psi_0(\bar{x}), \ldots, \psi_n(\bar{x})$ a uzeměné termy $\bar{t}$ takové, že

$$\psi_i(\bar{x})[\bar{x}/\bar{t}] = \varphi_i(\bar{x})[\bar{x}/\bar{t}], i = 0, \ldots, n,$$

pak platí

$$\frac{(\forall \bar{x})(\varphi_1 \wedge \cdots \wedge \varphi_n \rightarrow \varphi), \psi_0, \ldots, \psi_n}{\varphi[\bar{x}/t]}$$

Unifikace

Chceme najít termy $\bar{t}$ takové, že

Unifikace

Chceme najít termy $\bar{t}$ takové, že

$$\psi(\bar{x})[\bar{x}/\bar{t}] = \varphi(\bar{x})[\bar{x}/\bar{t}]$$

Unifikace

Chceme najít termy $\bar{t}$ takové, že

$$\psi(\bar{x})[\bar{x}/\bar{t}] = \varphi(\bar{x})[\bar{x}/\bar{t}],$$