Modelos Autoregressivos

A formulação mais natural de um modelo de séries temporais estacionárias é uma regressão linear dos valores passados da própria série.

É a origem do termo <u>Autoregressivo</u>. Os modelos autoregressivos são muito práticos e são a forma mais popular de descrever séries temporais.



Fonte: www.pixabay.com

1. Definição

2. Ajustamento

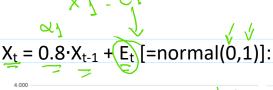
☐ dentificação do modelo ☐ stimativa dos parâmetros ☐ Análise dos resíduos

Definição

Um modelo autoregressivo de ordem p AR(p) é baseado na combinação linear das observações passadas:

$$X_{t} = \alpha_{1}X_{t-1} + \alpha_{2}X_{t-2} + \dots + \alpha_{p}X_{t-p} + E_{t}$$

Em que, o termo de pertubação Et vem de um processo de ruído branço (iid), sendo também (estocasticamente) independente de X_{t-1} , X_{t-2} Assim, E_t pode ter o poder de "comandar" a série em uma nova direção (!).







- * Atenção: Modelos de AR(p) devem ser ajustados apenas para séries temporais estacionárias, i.e. qualquer tendência e efeitos sazonais potenciais precisam ser primeiramente removidos. Precisamos também certificar que o processo AR(p) é estacionário, ou seja: X = 4 2 2 - 1 + Ly
 - Possui média global zero;
 - $\sigma_X^2 = \frac{\sigma_E^2}{1-\alpha_1^2}$ para um processo AR(1);

AR(1) só pode ser estacionário se $|\alpha_1| < 1$. Entretanto, a dependência da série com o passado não pode ser muito elevado ($|\alpha_1|$ próximo de 1), pois a memória simplesmente desaparece... Se $|\alpha_1| > 1$, o processo diverge.

- As raízes do polinômio característico devem ser maiores que 1 em valores absolutos para que AR(p) seja considerado um processo estacionário.
- 🜟 A maioria das séries temporais possuem uma média global diferente de zero (!). Neste caso,



A maioria das series temporais possuem uma média global diferente de zero (!). Neste caso, defini-se o seguinte processo:

$$Y_t = m + X_t = m + \alpha_1 X_{t-1} + \alpha_2 X_{t-2} + ... + \alpha_p X_{t-p} + E_t$$

Y_t é um processo AR(p) deslocado em m, i.e. possui todas as propriedades de dependência de AR(p), mas possui uma média global diferente de zero.

De fato, quando se fala em modelo autoregressivo, a maioria das pessoas estão pensando em Y_t e não em X_t (!).



Fonte: www.pixabay.com

Fitting (Ajustamento)

Ajustar um AR(p) envolve basicamente três passos:

- ★1) O modelo e a sua ordem p precisam ser indentificados;
- \star 2) Os parâmetros do modelo α_1 , α_2 , ..., α_p precisam ser estimados;
- ★3) A qualidade do modelo ajustado precisam ser avaliados por uma análise dos resíduos E_t.



Fonte: www.pixabay.com

Identificação do modelo

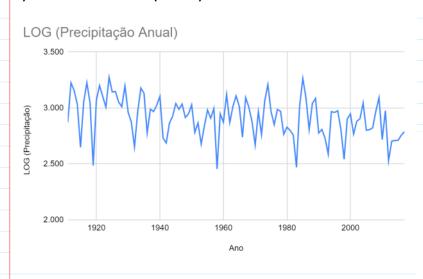
A minha série é gerada a partir de um processo AR(p)?

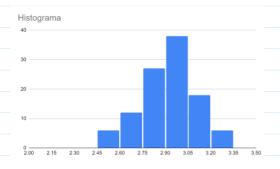
- ★1) A série temporal precisa ser necessariamente estacionária (!);
- ★2) Apresentar aproximadamente uma função de autocorrelação com decaimento exponecial;
- ★3) Apresentar uma função de autocorrelação parcial com um claro "corte" na correlação em algum passo p (menor que 5-10).

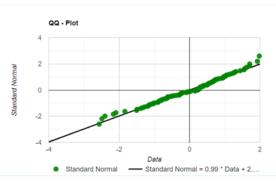


Fonte: www.pixabay.com

1) Fonte: Estacio (2020)

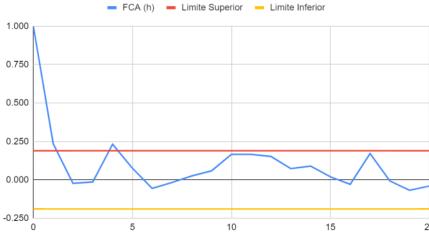






2)

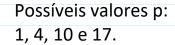
Função de Autocorrelação

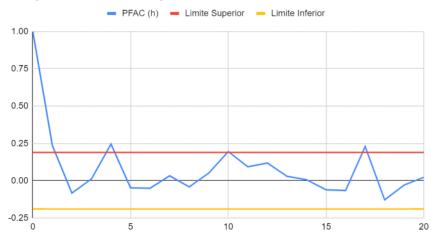




3)







Referência:

Estácio, Ályson Brayner Sousa. Climate change and model parameter uncertainties propagated to ungauged reservoir catchments in Ceará: A study for water availability assessment.

Dissertação (Mestrado em Recursos Hídricos) – Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental, **Universidade Federal do Ceará**. Fortaleza, p.67. **2020**.

