MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE ET DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE (MENFP)
FILIÈRE D'ENSEIGNEMENT GÉNÉRAL
SÉRIE : (SES)

EXAMENS DE FIN D'ÉTUDES SECONDAIRES
MATHÉMATIQUES (MODÈLE 1)

GRAPHIQUE

Consignes : 1. L'usage de la calculatrice programmable est interdit   2. Le téléphone est interdit dans les salles
3. Le silence est obligatoire

Durée de l'épreuve : 4 heures

N.B :** **Le sujet est composé de deux parties A et B. Dans chaque exercice, le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherches, même incomplètes ou non fructueuses, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation.

PARTIE A.- Recopier et compléter les phrases suivantes (1 à 10). (50 pts / 5 pts par question).

1- La valeur réelle de l'intégrale I telle que $I=\int_2^7\left(2x+1-\frac{1}{x}\right)dx$ est I = …

2- Soit f une fonction numérique de variable réelle x définie sur R par $f(x)=-x^2+4$. Le taux de variation de la fonction entre 1 et $1+h$ avec h un réel non nul est ………………

3- La somme des 50 premiers nombres entiers naturels impairs est égale à …………

4- La loi de probabilité d'une variable aléatoire X est donnée dans le tableau suivant :

x_i	0	1	2	4
$P(X=x_i)$	$\frac{9}{24}$	$\frac{8}{24}$	$\frac{6}{24}$	$\frac{1}{24}$

L'espérance mathématique de X est donc $E(X)=$ ………

5- Un nombre complexe non nul z est tel que $9\bar{z}=\frac{36}{z}$. Son module est donc $|z|=$……

6- Soit la série double suivante :

x_i	15	40	70	90	100
y_i	60	254	362	504	615

Les coordonnées du point moyen G du nuage associé à cette série forment le couple $(\ldots;\ldots)$

7- On donne la loi de probabilité suivante :

x_i	2	5	8
$P(X=x_i)$	0,35	0,42	0,23

La probabilité de l'évènement « $X\geq 5$ » est telle que $p(X\geq 5)=\ldots$

8- Le nombre complexe $z=\frac{2\cdot e^{i\frac{\pi}{4}}}{5\cdot e^{2i\frac{\pi}{3}}}$ admet pour module $\rho=\ldots.$ et pour argument principal $\theta=\ldots$

9- Les données d'une série statistique $(x_i\,;y_i)$ sont dans le tableau suivant :

x_i	1	2	3	4	5
y_i	12	15	19	20	24

La covariance de cette série est donc égale à ….

10- Si une suite arithmétique (U_n) est telle que $U_0=-3$ et $U_1=4$ alors $U_{14}=\ldots$

PARTIE B.- Exercice obligatoire. (25 pts)

Une entreprise fabrique et commercialise un certain produit. Soit x la quantité produite en tonnes, x est un réel compris entre 0 et 13.
Le coût de production, exprimé en milliers de gourdes, est donné par : $p(x)=x^3-15x^2+76x$

a) Déterminer le coût de production de la cinquième tonne et celui de la dixième tonne.

b) Montrer que $p'(x)=3(x-5)^2+1$. En déduire le signe de $p'(x)$ sur [0; 13].

c) Dresser le tableau de variation et tracer la courbe représentative C de la fonction p dans le plan rapporté à un repère orthogonal (unités graphiques : 1 cm pour 1 tonne en abscisse, 2 cm pour 100 000 gourdes en ordonnée).

PARTIE C.- Traiter l'un (1) des trois exercices suivants. (25 pts)

1. i désigne le nombre complexe de module 1 et admettant $\frac{\pi}{2}$ pour l'un de ses arguments.

a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation suivante :
$z^2+2z+2=0$

b) Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct $(O;\vec{u},\vec{v})$, d'unité graphique 1 cm. On appelle A le point d'affixe $z_1=-1-i$ et B, le point d'affixe $z_2=-1+i$.
Déterminer la forme trigonométrique de chacun des nombres z_1 et z_2. En déduire celle du nombre complexe $\frac{z_1}{z_2}$.

2. Le tableau suivant donne, dans une population féminine, la moyenne de la tension artérielle maximale en fonction de l'âge.

Âge en années (x)	36	42	48	54	60	66
Tension maximale (y)	11,8	13,2	14	14,4	15,5	15,1

1) Représenter graphiquement le nuage de points de coordonnées (x; y) de cette série statistique dans un repère orthogonal.
On graduera l'axe des abscisses à partir de 36 et l'axe des ordonnées à partir de 11. De plus, on prendra pour unités graphiques :
- 0,5 cm pour une année
- 2 cm pour une unité de tension

2) G_1 désigne le point moyen des 3 premiers points du nuage et G_2 celui des 3 derniers points.
Déterminer les coordonnées des points G_1 et G_2, puis vérifier que la droite (G_1G_2) a pour équation $y=\frac{1}{9}x+\frac{25}{3}$

3. On a mélangé dans une boite 20 maillots : 4 blancs, 6 jaunes et 10 rouges, les prix de revient unitaires respectifs étant de \$3, \$2, \$1.
On prend 2 maillots au hasard et simultanément.
a) Calculer la probabilité d'obtenir :
1) deux maillots blancs;
2) un maillot blanc et un maillot jaune ;
3) deux maillots de même couleur.
b) Soit X la variable aléatoire réelle associée au prix de revient des 2 maillots tirés
1) Déterminer la loi de probabilité de X.
2) Calculer l'espérance mathématique et la variance de X.

Commentaires ou suggestions autour des compétences disciplinaires à développer

C1 : Savoir calculer une intégrale d'une fonction entre deux valeurs.

- ⇨ La plupart des calculs d'intégrale se font en deux étapes : calculer une primitive F puis calculer F(b) –F(a)

C2 : Savoir calculer le taux de variation d'une fonction entre deux valeurs.

- ⇨ h étant un réel non nul, le taux de variation d'une fonction entre x_0 et x_0+h est calculé par $t(h)=\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$

C3 : Savoir calculer la somme des 50 premiers termes d'une suite arithmétique dont la raison et le premier terme sont connus.

- ⇨ Si U_1 est le premier terme d'une suite arithmétique de raison r, alors on a :

  $$ou\ \begin{array}{l} S_n=U_1+U_2+\ldots+U_n \\ S_n=U_n+U_2+\ldots+U_1 \end{array} \Rightarrow 2\cdot S_n=n(U_1+U_n)\Rightarrow S_n=\tfrac{n}{2}\left[U_1+U_1+(n-1)r\right]\Rightarrow S_n=\tfrac{n}{2}\left[2\cdot U_1+(n-1)r\right]$$

  Pour les 50 termes, on posera : $S_n=\dfrac{50}{2}(2\cdot U_1+49r)$

C4 : Savoir calculer l'espérance mathématique d'une variable aléatoire dont la loi de probabilité est donnée

- ⇨ Dans ce cas, on fera la somme des résultats des produits de chaque valeur x_i par la probabilité correspondante p(X=x_i)

C5 : Savoir calculer le module d'un nombre complexe z, connaissant une relation entre z et $\bar{z}$ pouvant nous conduire à une valeur réelle du produit $z\cdot\bar{z}$

- ⇨ On exploite le fait que $z\cdot\bar{z}=a^2+b^2\Rightarrow|z|=\sqrt{z\cdot\bar{z}}$

C6 : Savoir calculer les coordonnées du point moyen G du nuage associé à une série statistique double

- ⇨ On se rappellera que l'abscisse et l'ordonnée de ce point G sont respectivement la moyenne des x_i et celle des y_i

C7 : Savoir utiliser la loi de probabilité d'une v.a pour préciser la probabilité d'un évènement particulier

- ⇨ Tenir bien compte des valeurs prises par la variable aléatoire X pour bien définir la probabilité p de l'évènement « $X\geq x_i$ », x_i étant une valeur particulière de X.

C8 : Savoir déterminer la module et l'argument principal d'un nombre complexe z se présentant sous la forme d'un quotient de deux complexes donnés par leurs formes exponentielles

- ⇨ Puisque les formes exponentielles permettent de connaitre aisément les modules et les arguments principaux des complexes au numérateur et au dénominateur, il suffira de faire le quotient de leurs modules et la différence de leurs arguments principaux, pour trouver ces éléments de z.

C9 : Savoir calculer la covariance d'une série statistique double dont les données sont présentées dans un tableau

- ⇨ Ici, les formules à appliquer sont :

$$cov(x;y)=\frac{\sum x_i y_i}{n}-\bar{x}\cdot\bar{y}\ ,\quad \bar{x}=\frac{\sum x_i}{n}\quad \text{et}\quad \bar{y}=\frac{\sum y_i}{n}$$

C10 : Savoir déterminer un terme quelconque d'une suite arithmétique dont deux des termes sont bien connus

- ⇨ On peut trouver la raison r à l'aide des deux termes connus. On pourra ensuite calculer aisément le terme voulu, en utilisant la formule $U_n=U_p+(n-p)\cdot r$, avec $n>p$

Correction du texte

Partie A.-

1- La valeur réelle de l'intégrale I telle que $I=\int_2^7\left(2x+1-\frac{1}{x}\right)dx$ est $I=50+\ln\frac{2}{7}$.

Démarche : On aura $I=\left[x^2+x-\ln|x|\right]_2^7=\left(7^2+7-\ln|7|\right)-\left(2^2+2-\ln|2|\right)=50+\ln\frac{2}{7}$

2- Soit f une fonction numérique de variable réelle x définie sur R par $f(x)=-x^2+4$. Le taux de variation de la fonction entre 1 et $1+h$ avec h un réel non nul est $t(h)=-h-2$

Démarche : En désignant par $t(h)$ *ce taux, on aura*

$$\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=\frac{-(1+h)^2+4-\left[-(1)^2+4\right]}{h}=\frac{-h^2-2h}{h}=-h-2$$

3- La somme des 50 premiers nombres entiers naturels impairs est égale à **2500.**

Démarche : Il s'agit de $S_{50}=1+3+7+...+99$ *i.e la somme des 50 premiers termes d'une suite arithmétique de raison* $r=2$, *de premier terme* $U_1=1$ *et de cinquantième et dernier terme* $U_{50}=99$.

On peut donc poser $S_{50}=\frac{50(1+99)}{2}=\frac{50\times100}{2}=2500$.

4- La loi de probabilité d'une variable aléatoire *X* est donnée dans le tableau suivant :

x_i	0	1	2	4
$P(X=x_i)$	$\frac{9}{24}$	$\frac{8}{24}$	$\frac{6}{24}$	$\frac{1}{24}$

L'espérance mathématique de *X* est donc $E(X)=\mathbf{1}$

Démarche : On sait que $E(X)=\sum_{x_i}x_i\,p(X=x_i)$, *ie* $E(X)=0\times\frac{9}{24}+1\times\frac{8}{24}+2\times\frac{6}{24}+4\times\frac{1}{24}\Rightarrow E(X)=1$

5- Un nombre complexe non nul z est tel que $9\bar{z}=\frac{36}{z}$. Son module est donc $|z|=2$

Démarche : On sait que $z\bar{z}=a^2+b^2$

Or la relation $9\bar{z}=\frac{36}{z}\Rightarrow 9z\bar{z}=36\Rightarrow z\bar{z}=4$

Donc $|z|=\sqrt{z\bar{z}}=2$

6- Soit la série double suivante :

x_i	15	40	70	90	100
y_i	60	254	362	504	615

Les coordonnées du point moyen G du nuage associé à cette série forment le couple $(63;359)$

Démarche : On sait que l'abscisse et l'ordonnée du point moyen G du nuage associé à une série statistique $(x_i;y_i)$ *sont respectivement* $\bar{X}$ *et* $\bar{Y}$.

Or on a $\bar{X}=\frac{\sum x_i}{n}=\frac{15+40+70+90+100}{5}=63$ *et* $\bar{Y}=\frac{\sum y_i}{n}=\frac{60+254+362+504+615}{5}=359$

D'où $G(63;359)$

7- On donne la loi de probabilité suivante :

x_i	2	5	8
$P(X=x_i)$	0,35	0,42	0,23

La probabilité de l'évènement « $X\geq5$ » est telle que $p(X\geq5)=0{,}65$

Démarche : Puisque 2, 5 et 8 sont les seules valeurs prises par X, on peut écrire $p(X\geq5)=p(X=5)+p(X=8)=0{,}42+0{,}23=0{,}65$

8- Le nombre complexe $z=\frac{2\cdot e^{i\frac{\pi}{4}}}{5\cdot e^{2i\frac{\pi}{3}}}$ admet pour module $\rho=\frac{2}{5}$ et pour argument principal $\theta=\frac{-5\pi}{12}$

Démarche : Considérant que z *est le quotient de deux complexes* z_1 *et* z_2 *tels que* $\rho_1 = 2$, $\theta_1 = \frac{\pi}{4}$, $\rho_2 = 5$ *et* $\theta_2 = \frac{2\pi}{3}$, *on peut en déduire que* $\rho = |z| = \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{2}{5}$ *et* $\theta = arg(z) = \theta_1 - \theta_2 = \frac{\pi}{4} - \frac{2\pi}{3} = \frac{-5\pi}{12}$.

9- Les données d'une série statistique $(x_i\,;y_i)$ sont dans le tableau suivant :

x_i	1	2	3	4	5
y_i	12	15	19	20	24

La covariance de cette série est donc égale à **6**

Démarche : On sait que $cov(x;y) = \frac{\sum x_i y_i}{n} - \bar{x}\cdot\bar{y}$

Avec $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \Rightarrow \bar{x} = \frac{1+2+3+4+5}{5} = 3$ *et* $\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} \Rightarrow \bar{x} = \frac{12+15+19+20+24}{5} = 18$

Il vient alors $cov(x;y) = \frac{1\times 12 + 2\times 15 + 3\times 19 + 4\times 20 + 5\times 24}{5} - 3\times 18 = 6$

10- Si une suite arithmétique (U_n) est telle que $U_0 = -3$ et $U_1 = 4$ alors $U_{14} = 95$

Démarche : On peut trouver la raison r *en posant* $U_1 = U_0 + r \Rightarrow r = U_1 - U_0 \Rightarrow r = 7$

Il vient alors $U_{14} = U_0 + 14\times r = -3 + 14\times 7 = 95$

Partie B.-

$P(x) = x^3 - 15x^2 + 76x$

$\forall x \in \mathbb{R}$ et $x \in [0, 13]$

a) Déterminons le coût de production de la cinquième tonne et de la dixième tonne.

$p(5) = (5^3) - 15(5)^2 + 76(5)$

$p(5) = 125 - 375 + 380$

$p(5) = 130$

$p(10) = (10)^3 - 15(10)^2 + 76(10)$

$p(10) = 1000 - 1500 + 760$

$p(10) = 260$

Le coût de production de la cinquième tonne est de 130 milliers de gourdes et celui de la $10^{ème}$ tonne est de 260 milliers de gourdes.

b) Montrons que $p'(x) = 3(x-5)^2 + 1$.

En déduisons le signe de $p'(x)$ sur [0, 13].

$p'(x) = 3x^2 - 30x + 76$

$p'(x) = 3x^2 - 30x + 75 + 1$

$p'(x) = 3(x^2 - 10x + 25) + 1$ $p'(x) = 3(x-5)^5 + 1$ ou $p'(x) = 3x^2 - 30x + 76$

$p'(x) = 3(x^2 - 10x) + 76$

$p'(x) = 3[(x-5)^2 - 5^2] + 76$

$p'(x) = 3(x-5)^2 + 3(-5^2) + 76 \Rightarrow p'(x) = 3(x-5)^2 - 75 + 76$ $p'(x) = 3(x-5)^2 + 1$

$\forall x \in \mathbb{R}$ $P'(x) > 0$, en particulier sur [0, 13], $p'(x) > 0$.

a. Dressons le tableau de variation et traçons le courbe C de la fonction p dans le plan rapporté à un repère orthogonal.

x	0		13
$P'(x)$		+	
$P(x)$		$\nearrow$	

$x = 0$ ou $x^2 - 15x + 76 = 0$

$\Delta = (-15)^2 - 4(1)(76)$

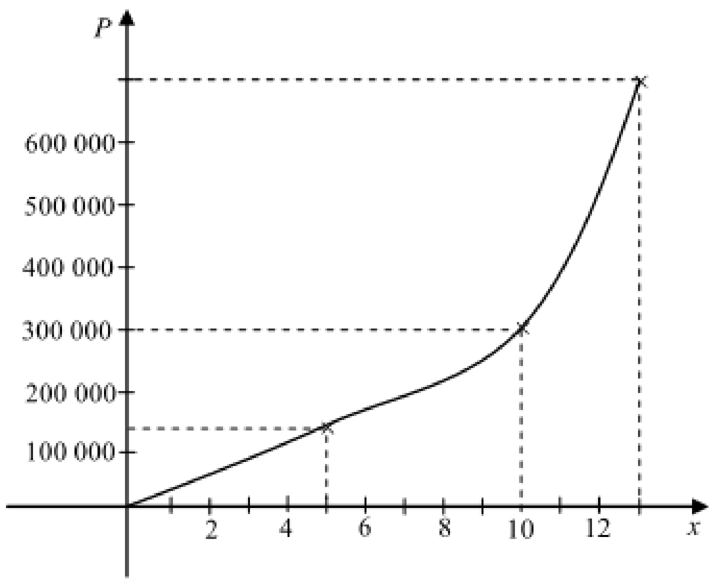
$\Delta = 225 - 304$

$\Delta = -79 < 0$ $\quad A(0,0)$

x=13, $p(13) = (13)^3 - 15(13)^2 + 76(13)$ $p(13) = 2197 - 2535 + 988$
$p(13) = 650$

Tableau de résumé

x	0		5		10		13
$P'(x)$		+		+		+	
$P(x)$	0	↗	130	↗	260	↗	650



Partie C.-

Exo #1

a) Résolvons dans C l'équation suivante $z^2 + 2z + 2 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (2)^2 - 4 \times 1 \times 2 \Rightarrow \Delta = 4 - 8 = -4 \Rightarrow \Delta = 4i^2 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 2i$$

$$z_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow z_1 = \frac{-2 - 2i}{2} \Rightarrow z_1 = \frac{2(-1-i)}{2}\ z_1 = -1 - i$$

$$z_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow z_1 = \frac{-2 + 2i}{2} \Rightarrow z_1 = \frac{2(-1+i)}{2}\ z_1 = -1 + i$$

$$S = \{-1 - i; -1 + i\}$$

b) $z_1 = -1 - i \quad \rightarrow A(-1;-1)$
$z_2 = -1 + i \quad \rightarrow B(-1;1)$

Déterminons la forme trigonométrique de chacun des nombres z_1 et z_2. Déduisons en celle du nombre complexe $\frac{z_1}{z_2}$.

$$|z_1| = \sqrt{[Ré(z_1)]^2 + [Im(z_1)]^2} \Rightarrow |z_1| = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2} \Rightarrow |z_1| = \sqrt{2}$$

Soit θ_1 un argument de z_1

$$cos(\theta_1) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$sin(\theta_1) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\begin{matrix} cos(\theta_1) = cos\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) \\ sin(\theta_1) = sin\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} cos(\theta_1) = cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) \\ sin(\theta_1) = sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) \end{matrix}$$

$$\theta_1 = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi, k \in Z$$

La forme abrégée de z_1 est :

$z_1 = \left[\sqrt{2}, \frac{5\pi}{4}\right]$

$z_1 = \sqrt{2}\left(\cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4}\right)$

Telle est la forme trigonométrique de z_1

$|z_1| = |z_2| = \sqrt{2}$ car $z_1 = -1 - i \Rightarrow \overline{z_1} = -1 + i$ et donc $\overline{z_1} = z_2$

N.B : 2 nombres complexes conjugués ont le même module.

Soit θ_2 un argument de z_2

$$\begin{matrix} \cos\theta_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin\theta_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} \cos\theta_2 = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) \\ \sin\theta_2 = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) \end{cases}$$

$$\begin{matrix} \cos\theta_2 = \cos\frac{3\pi}{4} \\ \sin\theta_2 = \sin\frac{3\pi}{4} \end{matrix} \Rightarrow \theta_2 = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi,\ k \in Z$$

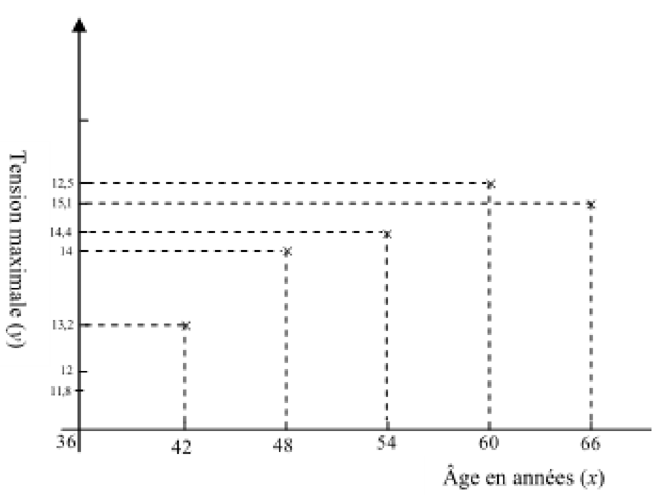
La forme polaire de z_2 et $z_2 = \left[\sqrt{2}, \frac{3\pi}{4}\right]$ telle est la forme trigonométrique de z_2

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{\left[\sqrt{2}; \frac{5\pi}{4}\right]}{\left[\sqrt{2}; \frac{3\pi}{4}\right]} = \left[1; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow \frac{z_1}{z_2} = 1\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right)$$

$\boxed{\frac{z_1}{z_2} = \left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right)}$ telle est la forme trigonométrique de $\frac{z_1}{z_2}$.

Exo # 2

1) Représentons graphiquement le nuage de points de coordonnées (x, y) de cette série statistique



2) Déterminons les coordonnées du point moyen $G_1(\overline{x_1}, \overline{y_1})$ des 3 premiers points du nuage.

$\overline{x_1} = \frac{36 + 42 + 48}{3} \Rightarrow \overline{x_1} = 42$

$\overline{y_1} = \frac{11{,}8 + 13{,}2 + 24}{3} \Rightarrow \overline{y_1} = 13$

$G_1(42{,}13)$

Déterminons les coordonnées du point moyen $G_2(\overline{x_2}, \overline{y_2})$ des 3 derniers points du nuage.

$\overline{x_2} = \frac{54 + 60 + 66}{3} \Rightarrow \overline{x_2} = 60$

$\overline{y_2} = \frac{14{,}4 + 15{,}5 + 15{,}1}{3} \Rightarrow \overline{y_2} = 15$

$G_{21}(60{,}15)$

Vérifions que (G_1G_2) la droite a pour équation $y = \frac{1}{9}x + \frac{25}{3}$

$y = ax + b \quad G_1 \in D \quad G_2 \in D$

$$\begin{cases} 42a + b = 13 & (1) \\ 60a + b = 15 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} -42a - b = -13 \\ 60a + b = 15 \\ \hline a = \dfrac{1}{9} \end{array}$$

Portons $a = \frac{1}{9}$ dans (2)

$60\left(\frac{1}{9}\right) + b = 15$

$b = \frac{75}{9} \Rightarrow b = \frac{25}{3}$

Donc la droite (G_1G_2) a pour équation $y = \frac{1}{9}x + \frac{25}{3}$ ou bien $a = \frac{y_{G_2} - y_{G_1}}{xG_2 - xG_1} \Rightarrow a = \frac{45-13}{60-42} \Rightarrow a = \frac{1}{9}$

$G_1(xG_1, yG_1) \in D \quad y = ax + b \Rightarrow \frac{1}{9}(42) + b = 13$

$b = \frac{25}{3}$

D'où $y = \frac{1}{9}x + \frac{25}{3}$

Exo # 3

$$n = 20 \begin{cases} 4b & 1b \to \$3 \\ 6j & 1j \to \$2 \\ 10r & 1r \to \$1 \end{cases}$$

a)

1) 2 maillots blancs
Soit A cet évènement

$$p(A) = \frac{cardA}{card\Omega} \Rightarrow p(A) = \frac{C_4^2 \times C_{16}^0}{C_{20}^2} \Rightarrow p(A) = \frac{6}{190} \; ou \; p(A) = \frac{3}{95} \; ou \; 0{,}031$$

2) Un maillot blanc et un maillot jaune
Soit B cet évènement

$$p(B) = \frac{cardB}{card\Omega} \Rightarrow p(B) = \frac{C_4^1 \times C_6^1 \times C_{10}^0}{C_{20}^2} \Rightarrow p(B) = \frac{24}{190} \; ou \; \frac{12}{95} \; ou \; 0{,}126$$

3) 2 maillots de même couleur

$$p(C) = \frac{C_4^2 + C_6^2 \times C_{10}^2}{190} \Rightarrow p(C) = \frac{6 + 15 + 45}{190}$$

$$p(C) = \frac{66}{190} \; ou \; \frac{33}{95} \; ou \; 0{,}347$$

b)

1) X : variable aléatoire réelle associée au prix de revient de 2 maillots tirés.

bb, jj, rr, bj, br, rj

6 4 2 5 4 3

Les valeurs prises par X sont

$X(\Omega) = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

$$p(X = 2) = \frac{C_{10}^2 \times C_{10}^0}{190} = \frac{45}{190}$$

$$p(X = 3) = \frac{C_6^1 \times C_{10}^1}{190} = \frac{60}{190}$$

$$p(X = 4) = \frac{C_6^2 \times C_4^0 + C_4^1 \times C_{10}^1 \times C_6^0}{190} \Rightarrow p(X = 4) = \frac{15 + 40}{190} = \frac{55}{190}$$

$$p(X = 5) = \frac{C_4^1 \times C_6^1}{190} = \frac{24}{190}$$

$$p(X = 6) = \frac{C_4^2 \times C_{16}^0}{190} = \frac{6}{190}$$

X	2	3	4	5	6
$P(X=x_i)$	$\frac{45}{190}$	$\frac{60}{190}$	$\frac{55}{190}$	$\frac{24}{190}$	$\frac{6}{190}$

$$=\frac{190}{190}=1$$

2)

$$E(X)=\sum_{i=1}^{n} x_i p_i \Rightarrow E(X)=2\times\frac{45}{190}+3\times\frac{60}{190}+4\times\frac{55}{190}+5\times\frac{24}{190}+6\times\frac{6}{190}$$

$$E(X)=\frac{90}{190}+\frac{180}{190}+\frac{220}{190}+\frac{120}{190}+\frac{36}{190}$$

$$E(X)=3{,}4$$

$$Var(X)=E(X^2)-[E(X)]^2$$

$$Var(X)=(2)^2\times\frac{45}{190}+(3)^2\times\frac{60}{190}+(4)^2\times\frac{55}{190}+(5)^2\times\frac{24}{190}+(6)^2\times\frac{6}{190}-(3{,}4)^2$$

$$Var(X)=\frac{180}{190}+\frac{540}{190}+\frac{880}{190}+\frac{600}{190}+\frac{216}{190}-11{,}56$$

$$Var(X)=1{,}16$$