Friedrich-Schiller-Universität Jena

Fakultät für Mathematik und Informatik
Institut für Informatik
Lehrstuhl für Digitale Bildverarbeitung
Prof. Dr.-Ing. Joachim Denzler
http://www.inf-cv.uni-jena.de

M.Sc. Clemens-Alexander Brust
Dipl.-Inf. Sven Sickert

Theorie-Übung zur Vorlesung

Rechnersehen 1

WS 2017/2018

Übungsblatt 1: Bildgebung und Grauwerttransformationen

Ausgabe: 18.10.2017 Abgabe: 01.11.2017 (Master)

Aufgabe 1 Bildaufnahme (3 Punkte)

Ein CCD-Chip mit Abmessungen $[7 \times 7]$mm und einer Auflösung von $[1024 \times 1024]$Pixeln wird auf eine quadratische, planare Fläche in $[0.5]$m Entfernung gerichtet. Wieviele Zeilenpaare pro mm kann dieser Chip auflösen, wenn die Kamera-Optik eine Brennweite von $[35]$mm besitzt?

Hinweis:
Der Prozess der Bildgebung einer Kamera kann wie in Abbildung 1 dargestellt idealisiert werden.

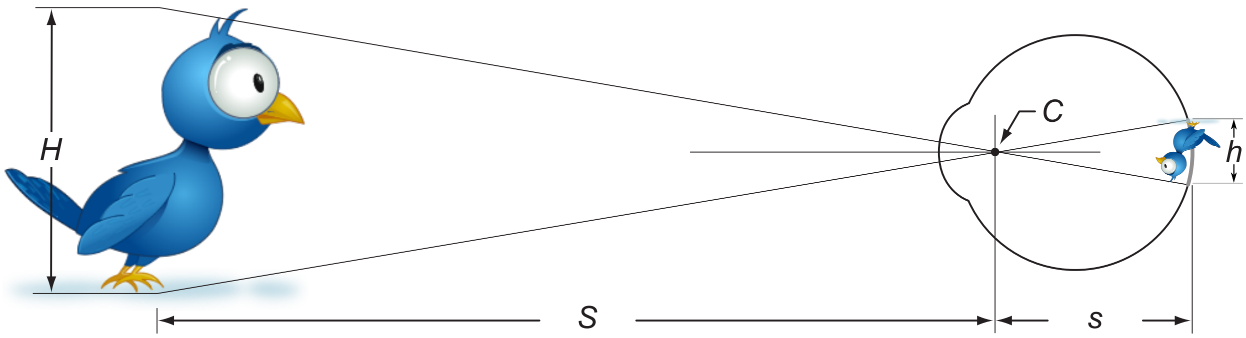

Abbildung 1: Abbildungsschema des menschlichen Auges

Aufgabe 2 Rauschelimination (3 Punkte)

Gegeben seien K aufgenommene Bilder $g_i(x, y)$, welche alle verrauschte Varianten eines idealen, zweidimensionalen Bildes $f(x, y)$ sind. Wir nehmen im Folgenden ein additives, unabhängiges und normalverteiltes Rauschen an. Daraus ergibt sich folgendes Modell:

$$g_i(x, y) = f(x, y) + \eta_i(x, y), \tag{1}$$

$$\text{mit} \quad \eta_i(x, y) \sim \mathcal{N}\left(0, \sigma^2_{\eta(x,y)}\right). \tag{2}$$

Die Notation $x \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ bedeutet, dass x eine normalverteilte Zufallsvariable mit Mittelwert 0 und Varianz σ^2 ist. Sei weiterhin

$$\overline{g}(x, y) = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^{K} g_i(x, y) \tag{3}$$

das Bild, das durch Mittelung der K Bilder $g_i(x, y)$ entsteht. Ziel ist nun, durch Akkumulation mehrerer derart verrauschter Bilder ein möglichst rauschfreies Bild zu erhalten und f möglichst gut zu approximieren. Beweisen Sie die Gültigkeit folgender Aussagen:

$$\mathbb{E}\left\{\overline{g}(x, y)\right\} = f(x, y) \ , \tag{4}$$

$$\sigma^2_{\overline{g}(x,y)} = \frac{1}{K}\sigma^2_{\eta(x,y)} \ . \tag{5}$$

Welche Bedeutung hat dies für die Wahl von K in der Praxis?

Hinweis:
Hierbei bezeichne $\mathbb{E}\{\cdot\}$ den Erwartungswert einer Zufallsvariablen, $\sigma^2_{\overline{g}(x,y)}$ und $\sigma^2_{\eta(x,y)}$ jeweils die Varianzen von $\overline{g}$ und η an allen Punkten (x, y). Des Weiteren sei daran erinnert, dass der Erwartungswert einer Summe der Summe aller Erwartungswerte entspricht.

Aufgabe 3 Der Median-Operator (2 Punkte)

Der Median ζ einer Datenreihe ist so definiert, dass die eine Hälfte aller Elemente dieser Reihe oberhalb und die andere unterhalb dieses Wertes liegt. So ist beispielsweise

$$\zeta\left(25, 20, 2, 21, 8, 31, 3\right) = 20. \tag{6}$$

Für das Ermitteln des Medians von n Werten (n ist ungerade), d.h. $\zeta : \mathbb{R}^n \leftarrow \mathbb{R}$, gilt daher folgende Definition:

$$\zeta(x_1, \dots, x_n) = \tilde{x}_{\left(\frac{n+1}{2}\right)} \ , \tag{7}$$

wobei $\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n$ die sortierte Folge von $x_1, \dots, x_n$ ist. Zeigen Sie, dass das Ermitteln des Medians von n Werten eine nichtlineare Operation ist!

Aufgabe 4 Grauwerttransformationen (2 Punkte)

Gegeben sei ein Bild mit maximalen Grauwert a und minimalen Grauwert b. Geben Sie eine lineare Grauwerttransformation an, die alle Grauwerte im Bild auf das Intervall $[0, L-1]$ abbildet, so dass der neue maximale Grauwert $L-1$ und der neue minimale Grauwert 0 ist!

Viel Spaß und Erfolg!