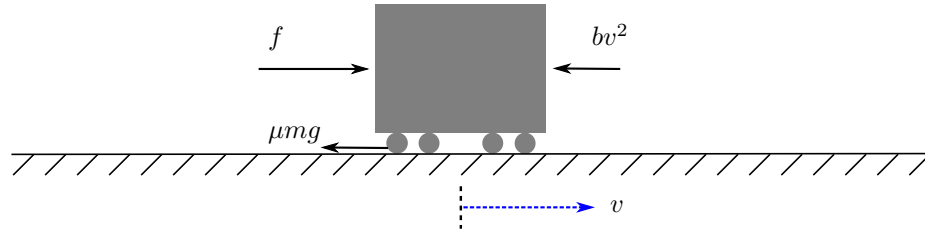


## ASE3093 Automatic Control: Homework #1

- 1) *Linearization of cruise control system.* 이 문제에서는 자동차의 Cruise control 시스템을 모델링한다.

우선 다음과 같이 공기저항과 지면마찰력이 존재하는 상황에서의 자동차 동역학을 생각한다. 이 문제에서  $m$ 은 자동차의 질량,  $v$ 는 자동차의 속도이며, 주행 속도에 따라 결정되는 공기저항력  $bv^2$ 가 존재한다고 가정한다. 또한, 자동차 바퀴와 지면 사이에는  $\mu mg$ 와 같은 일정한 마찰력이 존재한다고 가정한다.  $u$ 는 자동차의 엔진에 의해 자동차에 가해지는 추진력을 의미한다.

Cruise control 시스템은 지정된  $v_r$ 로 자동차가 주행하도록 ( $v \approx v_r$ ) 적절한 추진력  $f$ 를 계산하고, 계산된 추진력  $f$ 가 발생하도록 엔진을 동작시킴으로써 작동한다.



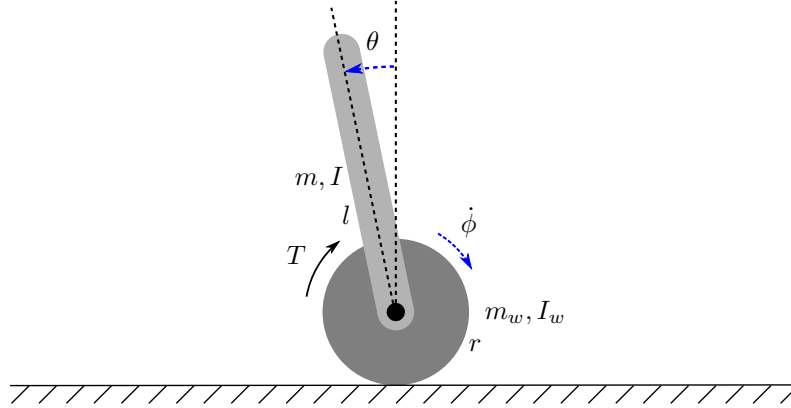
- a) 위의 시스템을 표현하는 운동방정식을 기술하시오. 운동방정식은 위에 나타난 파라미터와 변수로 표현되는  $v$ 에 대한 비선형 미분방정식 형태이어야 함.
- b) 위에서 얻은 비선형 운동방정식으로는 시스템의 분석과 제어설계가 간단하지 않으므로, 이 운동방정식을 현재 주행속도  $v_0$ 에 의해 정의되는 평형점에 대해 선형화하고자 한다.  
현재 자동차가  $v_0$ 의 속도로 등속 주행하고 있다고 가정하자. 이 평형조건에서 엔진에 의해 발생하고 있는 추진력  $f_0$ 는 얼마인가?
- c) 위에서 얻은 평형점에 대해 다음과 같이 변수를 재정의한다.

$$x = v - v_0$$

$$u = f - f_0$$

즉, 새로운 변수  $x$ 는 평형속도  $v_0$ 로부터의 변화량,  $u$ 는 평형추진력  $f_0$ 로부터의 변화량을 의미한다. 평형점으로부터의 변화량  $x$ 와  $u$ 가 작다고 가정하고, 얻어진 운동방정식을 선형화하여,  $x$ 와  $u$ 에 대한 선형미분방정식으로 표현하시오.

- 2) *Segway (10 points)*. 막대와 휠로 이루어진 세그웨이의 동역학을 분석하고자 한다. 막대는 세그웨이 플랫폼과 탑승자를 모델링하며, 막대와 휠 사이는 제어토크  $T$ 를 발생시킬 수 있는 모터로 연결되어 있는데, 모터는 적절한  $T$ 를 통해 휠을 회전시키며 막대의 균형을 유지시키는 역할을 한다. 제어 모터에 적절한 신호가 공급되면, 그림에 표현된 것과 같이 휠에는 시계방향의 토크( $+T$ )가 작용하고, 동시에 막대에는 반력에 의한 반시계방향 토크( $-T$ )가 작용한다. 휠과 바닥 사이의 정지마찰계수는 충분히 커서, 휠은 미끄러지지 않고 구르기만 하는 운동을 한다고 가정한다.



- 막대의 질량:  $m$
- 막대의 길이:  $2l$  (무게중심은 한 가운데에 위치)
- 막대의 무게중심에 대한 관성모멘트:  $I$
- 막대의 수직으로부터의 회전각:  $\theta$
- 휠의 질량과 반경:  $m_w, r$
- 휠의 무게중심에 대한 관성모멘트:  $I_w$
- 휠의 회전각속도:  $\dot{\phi}$
- 중력가속도:  $g$

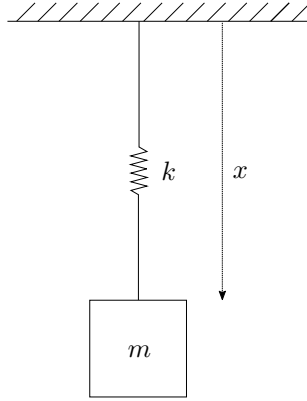
이 시스템의 동역학은 아래와 같은 미분방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} I + ml^2 & -mrl \cos \theta \\ -mrl \cos \theta & I_w + (m + m_w)r^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T + mgl \sin \theta \\ T - mrl \dot{\theta}^2 \sin \theta \end{bmatrix}$$

이 세그웨이를 가속시키려면, 플랫폼의 자세  $\theta$ 가 일정한 각도  $\theta_{\text{cmd}}$ 로 유지되도록 제어 해주면 된다. 여기서 세그웨이의 제어기는,  $\theta$ 를  $\theta_{\text{cmd}}$ 로 유지시키기 위한 적절한 토크  $T$ 를 매 순간의  $\theta$ 와  $\dot{\theta}$  계측치를 이용하여 계산해 내는 역할을 한다.

- a) 적절히 잘 설계된 제어기에 의해 플랫폼의 각도가  $\theta \approx \theta_{\text{cmd}}$  ( $0 < \theta_{\text{cmd}} < \pi/4$ ) 로 잘 유지되고 있다고 가정하자. 이 때, 이 세그웨이는 어떤 방향과 크기로 가속될까? 문제에 주어진 파라미터들로 표현하시오 (10pts).

- 3) *Nonlinear spring*. 다음과 같이 질량  $m$ 인 물체가 스프링에 의해 천정에 매달려있다. 질량을 매달지 않았을 때 스프링의 길이가  $x_0$ 이고, 아래의 그림과 같이 스프링의 길이가  $x$ 일 때, 스프링에 의해 발생하는 복원력은  $F_s = k(x - x_0)^3$ 이라고 한다 (단,  $x > x_0$ ).



처음에 스프링에 질량을 매달고, 스프링이 천천히 늘어나도록 질량을 천천히 내려 질량이 암전히 매달려 있었다고 하자. 파리가 수직으로 날아가다 질량  $m$ 을 툭 치고 ( $-x$  방향으로) 지나갔다고 하면 질량  $m$ 은 몇 초 주기로 흔들릴까? 이 답은  $m, g, k$ 만으로 표현되어야 함.