

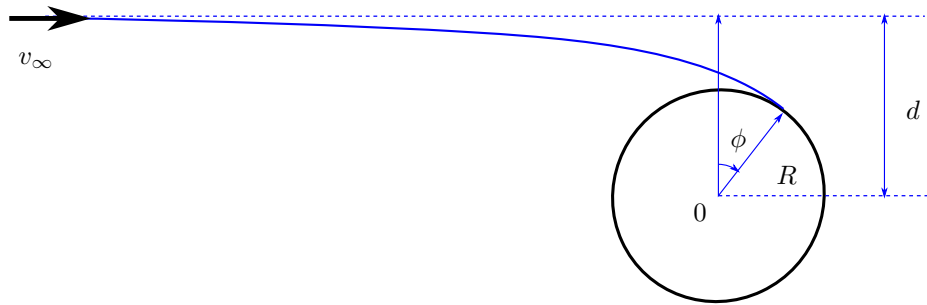
ASE2020 Dynamics: Midterm exam (2 problems)

시험 시작 전, 다음의 '학생 명예선서(Honor Code)'를 답지 맨 위에 적고 서명하십시오.

“나는 정직하게 시험에 응할 것을 서약합니다.”

“By signing this pledge, I promise to adhere to exam requirements and maintain the highest level of ethical principles during the exam period.”

- 1) *Near-collision trajectory (15 points)*. 지구 중심으로부터 거리 d 만큼 떨어진 직선을 따라 우주 저 멀리로부터 혜성이 v_∞ 의 속도로 접근하고 있다.



지구와 혜성간의 중력이 존재하지 않았다면 혜성은 지표면으로부터 $d - R$ 의 거리를 두고 지구를 피해 지나갔겠지만 (지구의 반경은 R), 실제로는 지구와 혜성간의 중력으로 인해 혜성의 궤적은 지구쪽으로 휘어졌고, 혜성은 그림에서와 같이 ϕ 로 표시된 위치의 지구 표면을 아슬아슬하게 스쳐 지나갔다고 한다.

혜성의 초기 속도 v_∞ 가 아래와 같을 때, 다음의 질문에 답하며 혜성의 궤적에 대해 설명하십시오. G 는 gravitational constant, M 은 지구의 질량을 의미한다.

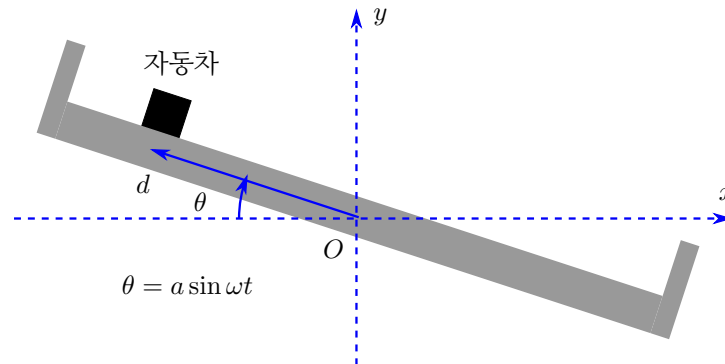
$$v_\infty = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

- 혜성의 궤적은 타원/포물선/쌍곡선 중 어떠한 형태인가 (3pts)?
- 접근거리 d 는 R 의 몇 배였을까 (3pts)?
- 지구 표면을 스쳐지나갈 때 혜성의 속도는 얼마인가 (3pts)?
- 혜성의 궤적을 표현하는 이심률(eccentricity), e 은 얼마인가 (3pts)?
- 혜성은 어느 지역의 지표면을 스쳐 지나갔을까? 즉, ϕ 는 몇 도인가 (3pts)?

- 2) *Gallop Gertie* (15 points). 미국 워싱턴 주의 Tacoma Narrows bridge는 1938년 9월 공사가 시작되었으며, 상판이 올라간 후 강풍에 의한 공력탄성학적 진동과 휘청거림이 관찰되며 *Gallop Gertie*라는 별명을 얻었다. 1940년 7월 1일, 공사가 완료되고 자동차와 보행자의 통행이 시작되었으나, 여러 가지 보완 조치에도 불구하고 다리의 휘청거림은 지속되었고 결국 4개월 만인 1940년 11월 7일 무너져 내렸다. (참고영상: <https://youtu.be/j-zczJXSxnw?t=150>).



위의 참고영상을 보면 휘청이는 다리 위에 정차해 있는 자동차가 하나 놓여 있는데, 이 문제에서는 이 자동차의 운동을 분석하고자 한다. 자동차를 포함하고 다리 통행방향에 수직한 면을 잘라 다음과 같이 단순화하자.



다리의 휘청거림은 원점 O 를 중심으로 한 회전각 θ 로 표현하며, 다리는 $\theta = a \sin \omega t$ 로 ($|a| < \pi/2$) 휘청이고 있다고 가정하자. 자동차는 원점으로부터 d 의 거리에 주차브레이크가 걸린 채 정차해 있으며, 자동차와 다리 사이의 마찰력은 운동마찰계수 μ_k 로 표현된다. 중력가속도 g 는 수직 하방인 $-y$ 방향으로 작용한다.

- 자동차가 다리에서 미끄러지지 않고 있다고 가정하고, 자동차에 작용하는 모든 힘과 가속도가 표현되도록 free-body diagram과 kinetic diagram을 그리시오 (4pts).
- 자동차가 다리에서 미끄러지지 않고 있다고 가정하고, 자동차에 대한 운동방정식을 표현하시오 (3pts).
- 자동차가 다리에서 미끄러지기 위한 조건을 표현하시오 (3pts).
- 문제의 파라미터들이 $a = 0.4 \text{ rad}$, $\omega = \pi \text{ rad/s}$ ($= 0.5 \text{ Hz}$), $d = 5 \text{ m}$, $\mu_k = 0.2$ 로 주어져 있을 때, 이 자동차는 다리 위에 계속 정차해 있을 수 있을까, 아니면 미끄러질까? 이유와 함께 설명하시오 (5pts).