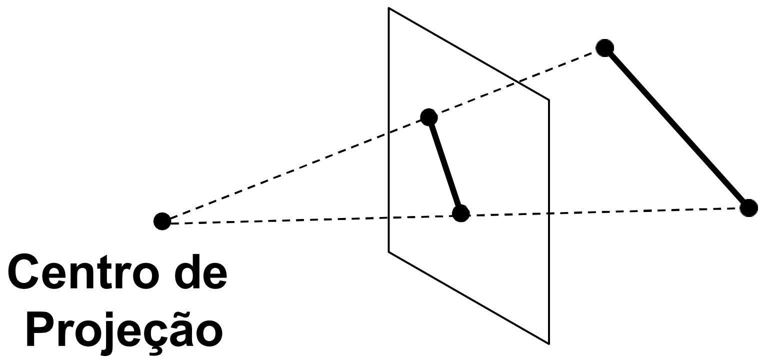
Projeções

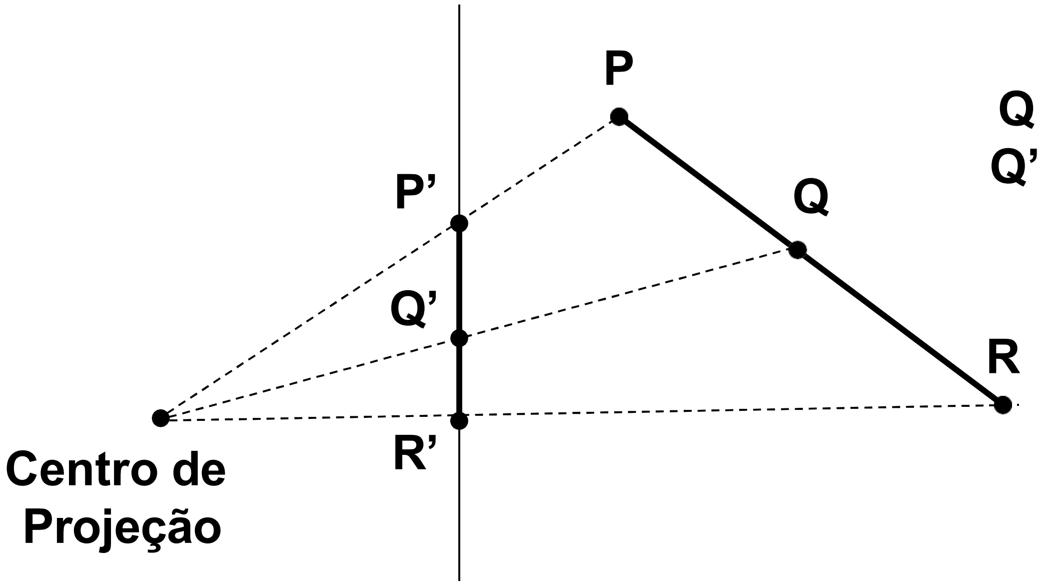
Perspectiva

- É o estudo de transformações projetivas
- O problema consiste em projetar pontos no espaço *d* dimensional no plano *d*-1 dimensional usando um ponto especial chamado de centro de projeção



Transformações Projetivas

- Transformações projetivas transformam retas em retas mas não preservam combinações afim



Q é o ponto médio de PR, mas Q' não é o ponto médio de P'R'

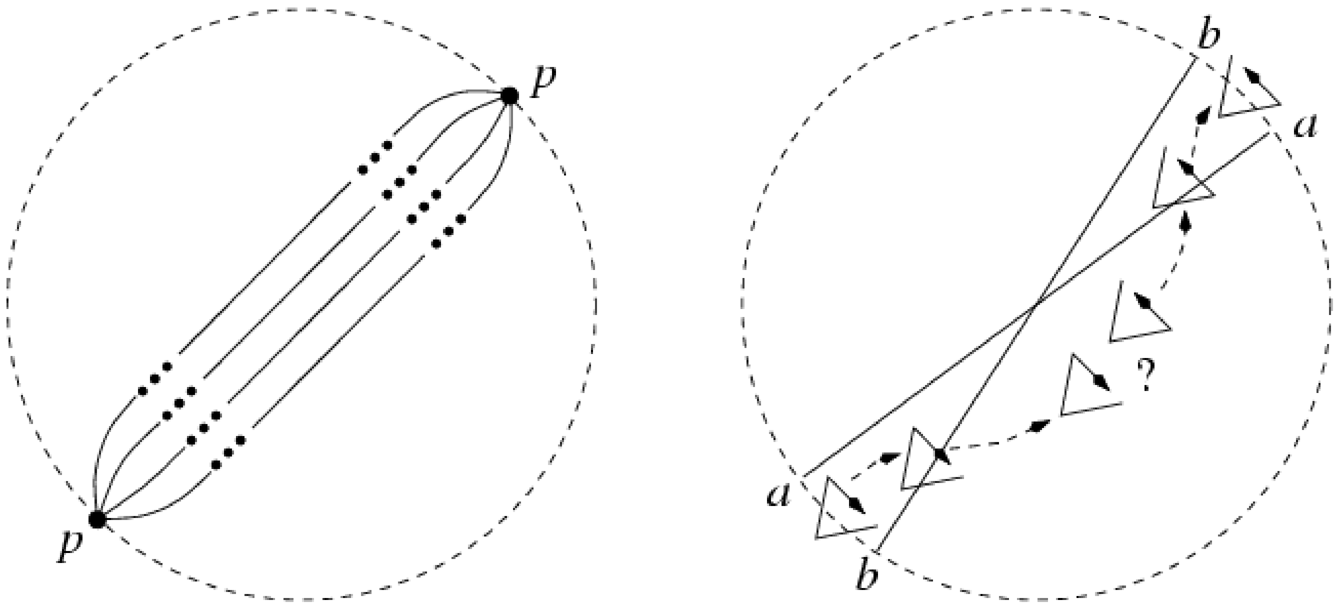
Geometria Projetiva

Geometria euclidiana: duas retas paralelas não se encontram Geometria projetiva: assume-se a existência de pontos *ideais*
(no infinito)

- Retas paralelas se encontram num ponto ideal
- Para não haver mais de um ponto ideal para cada inclinação de reta, assume-se que o plano projetivo se fecha sob si mesmo
- Em 2D o plano projetivo tem uma borda que é uma reta no infinito (feita de pontos ideais)
- Transformações projetivas podem levar pontos ideais em pontos do plano euclidiano e vice-versa
- Problemas: O plano projetivo é uma variedade não orientável

(Vamos usar geometria projetiva apenas para projetar pontos)

Geometria Projetiva



Coord. homogêneas em espaço projetivo

Representamos apenas pontos (não vetores)

Em 2D, um ponto (x,y) será representado em c.h. pela matriz- coluna $[x \cdot w \quad y \cdot w \quad w]^T$, para $w \neq 0$

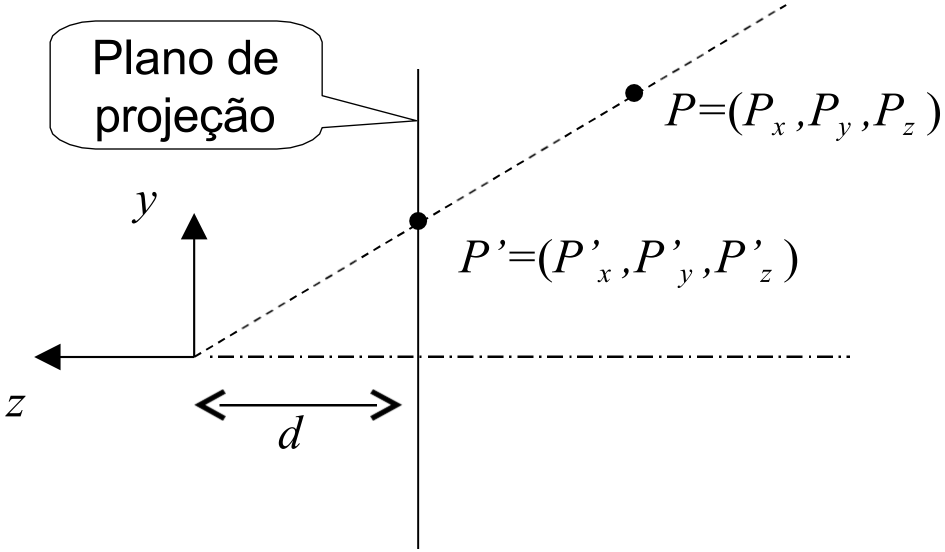
- Assim, o ponto (4,3) pode ser representado por $[8\ 6\ 2]^T$, $[12\ 9\ 3]^T$, $[-4\ -3\ -1]^T$, etc

Dado um ponto com coordenadas homogêneas $[x \quad y \quad w]^T$, sua representação canônica é dada por $[x/w \quad y/w \quad 1]^T$. Chamamos a essa operação de *divisão perspectiva*

Considere os pontos sobre a reta $x=y$: (1,1), (2,2), etc

- Podemos representá-los em c.h. por $[1\ 1\ 1]^T$, $[1 \quad 1 \quad ½]^T$, etc
- Claramente, o ponto ideal dessa reta é dado por $[1\ 1\ 0]^T$

Transformações projetivas



- Se o plano de projeção é perpendicular ao eixo z, está a uma distância *d* do C.P. (que está na origem) e intercepta o semieixo z negativo, então a projeção de um ponto P é dada por

Por semelhança de triângulos, vemos que

$$P_x/\text{-}P_z = P'_y/d$$

$$P' = \begin{bmatrix} \dfrac{P_x}{-P_z/d} & \dfrac{P_y}{-P_z/d} & -d & 1 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

Transformação perspectiva em coord. homogêneas

Não existe matriz 4x4 capaz de realizar tal transformação em espaços euclidianos, mas se assumimos que o ponto está no espaço projetivo, então

$$P' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1/d & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ -P_z/d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{P_x}{-P_z/d} \\ \dfrac{P_y}{-P_z/d} \\ -d \\ 1 \end{bmatrix}$$

Perspectiva - Sumário

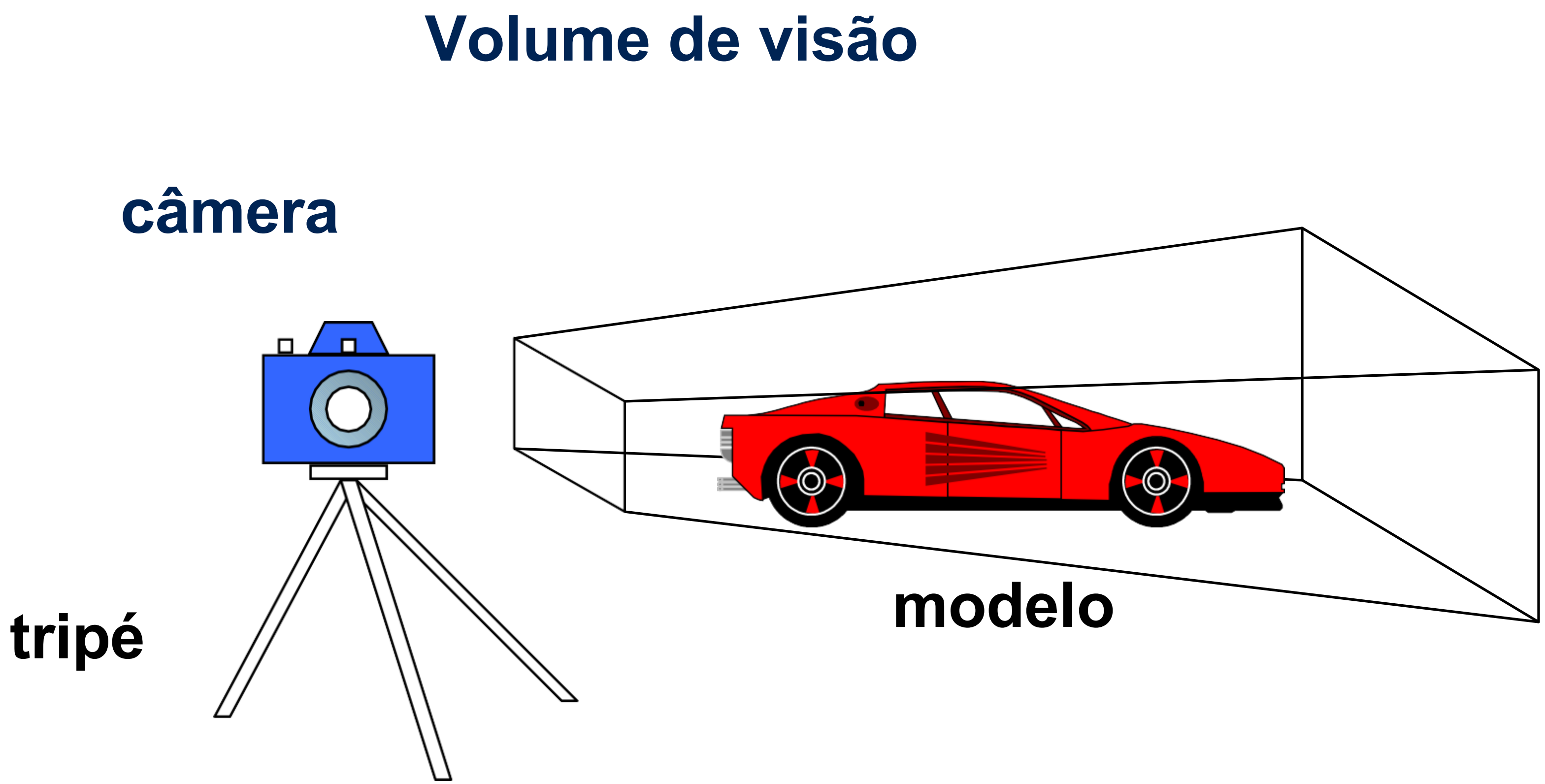
- Para fazer projeção perspectiva de um ponto *P*, segue-se os seguintes passos
  - *P* é levado do espaço euclidiano para o projetivo
    - Trivial – mesmas coordenadas homogêneas
  - *P* é multiplicado pela matriz de transformação perspectiva resultando em *P'*
  - *P'* é levado novamente ao espaço euclidiano
    - Operação de divisão perspectiva

Projeção genérica

- E se não queremos que o Centro de Projeção esteja na origem ou se a cena não está corretamente posicionada no semi-eixo z negativo?
  - Aplica-se transformações afim para posicionar todos os elementos corretamente
  - As maneiras pelas quais essas transformações são feitas caracterizam um dado modelo de projeção

Modelo de câmera sintética

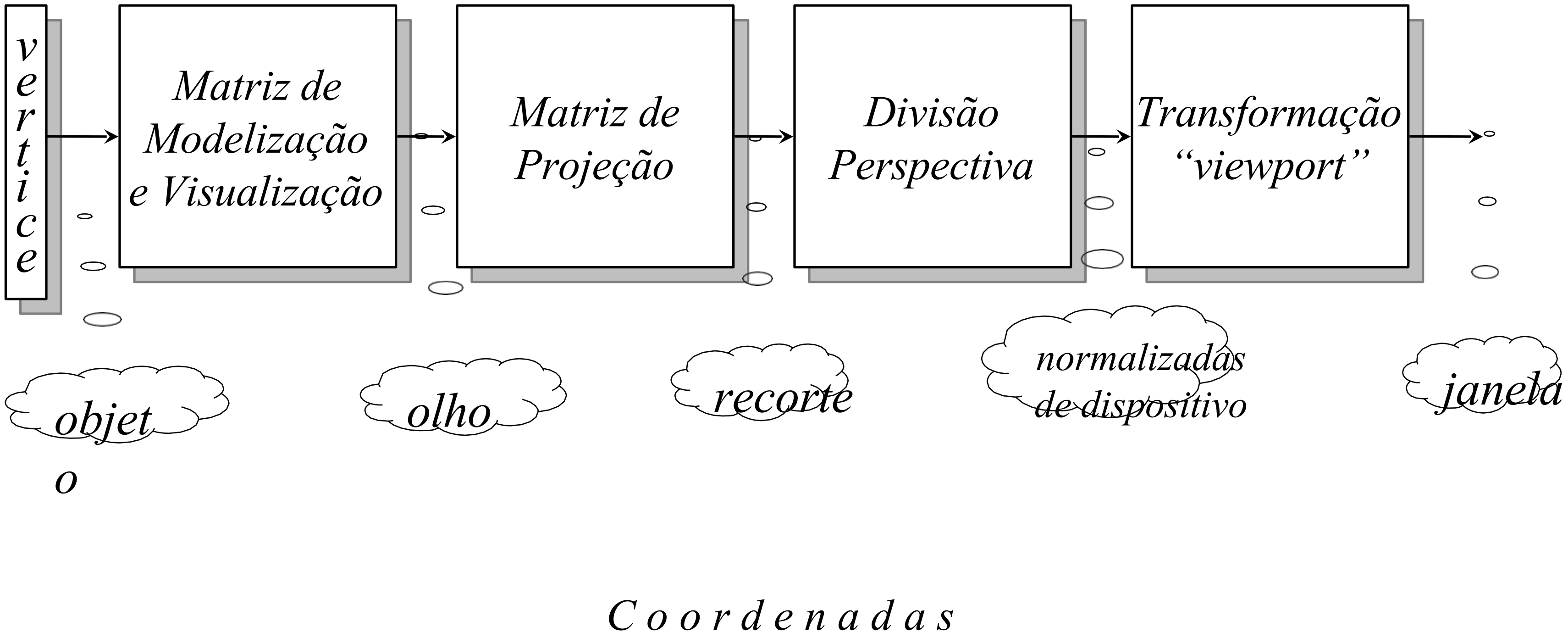
- OpenGL utiliza uma analogia comparando visualização 3D com tirar fotografias com uma câmera



Transformações em OpenGL

- Modelagem
  - Mover /deformar os objetos
- Visualização
  - Mover e orientar a câmera
- Projeção
  - Ajuste da lente / objetiva da câmera
- "*Viewport*"
  - Aumentar ou reduzir a fotografia

Pipeline OpenGL de Transformações



Estado Inicial do *Pipeline*

- Inicialmente,
  - As matrizes "*modelview*" e "*projection*" são matrizes-identidade
    - Vértices não são transformados e a projeção é paralela sobre o plano *x-y*
    - O mundo visível é restrito ao cubo $-1 \leq x,y,z \leq 1$
  - A transformação "*viewport*" mapeia o quadrado $-1 \leq x,y \leq 1$ (em coordenadas normalizadas de dispositivo) na superfície total da janela

Especificando o *Viewport*

Para especificar a área da janela na qual será mapeado o quadrado do plano de projeção, utiliza-se

glViewport (*x0, y0, largura, altura*)

- (parâmetros em *pixels,* sendo que (0,0) refere-se ao canto inferior esquerdo da janela)

Normalmente não é necessário modificar, mas é útil para

- Manter a razão de aspecto da imagem
- Fazer *zooming* e *panning* sobre a imagem

Especificando Transformações

As matrizes *modelview* e *projection* usadas no pipeline são aquelas que se situam no topo de duas pilhas que são usadas para fazer operações com matrizes

Para selecionar em qual pilha queremos operar, usamos

glMatrixMode(*GL_MODELVIEW* ou *GL_PROJECTION*)

Existem uma série de funções para operar com a pilha corrente, incluindo

```
glLoadIdentity ()      glMultMatrix ()
glLoadMatrix ()        glPushMatrix ()
glPopMatrix ()
```

Transformando objetos

Usa-se funções para multiplicar o topo da pilha de matrizes por transformações especificadas por parâmetros

- **glTranslatef (*x*, *y*, *z*)**
- **glRotatef (*ângulo*, *x*, *y*, *z*)**
- **glScale (x, y, z)**

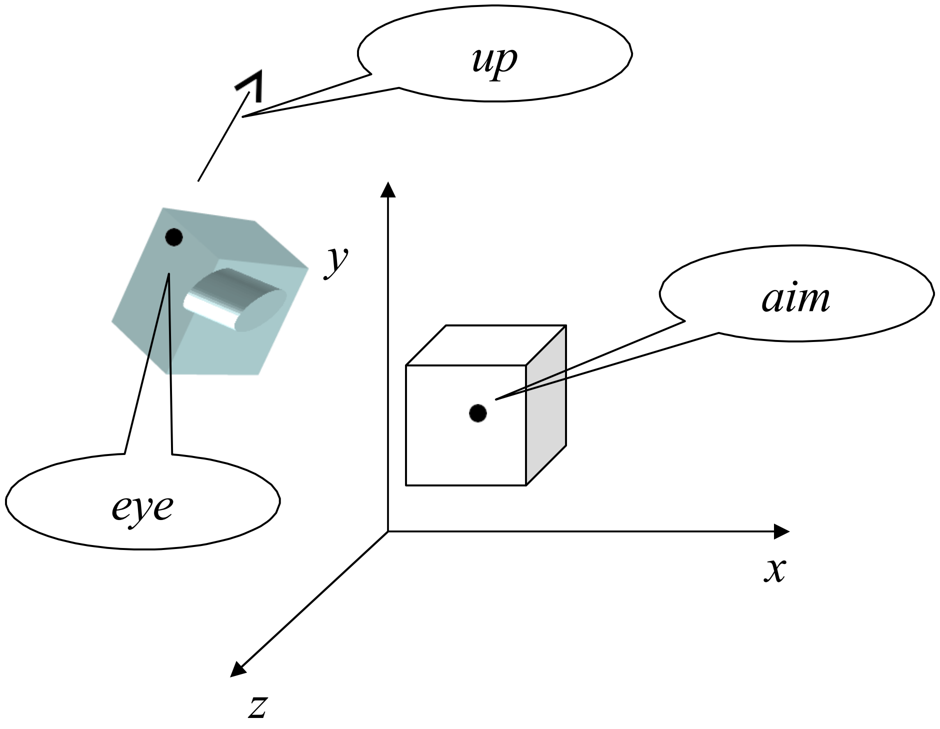
Cuidado: ordem é importante:

```
glTranslatef (10, 5, 3);
glRotatef (10, 0, 0, 1); glBegin
(GL_TRIANGLES);
…
```

- **Objeto é rodado e depois transladado!**

Transformações de Visualização

- Duas interpretações:
  - Levam a câmera até a cena que se quer visualizar
  - Levam os objetos da cena até uma câmera estacionária
- `gluLookAt(`
  $\texttt{eye}_x, \texttt{eye}_y, \texttt{eye}_z, \texttt{aim}_x, \texttt{aim}_y, \texttt{aim}_z, \texttt{up}_x, \texttt{up}_y, \texttt{up}_z\texttt{);}$
  - eye = ponto onde a câmera será posicionada
  - aim = ponto para onde a câmera será apontada
  - up = vetor que dá a direção “para cima” da câmera
  - *Cuidado com casos degenerados*

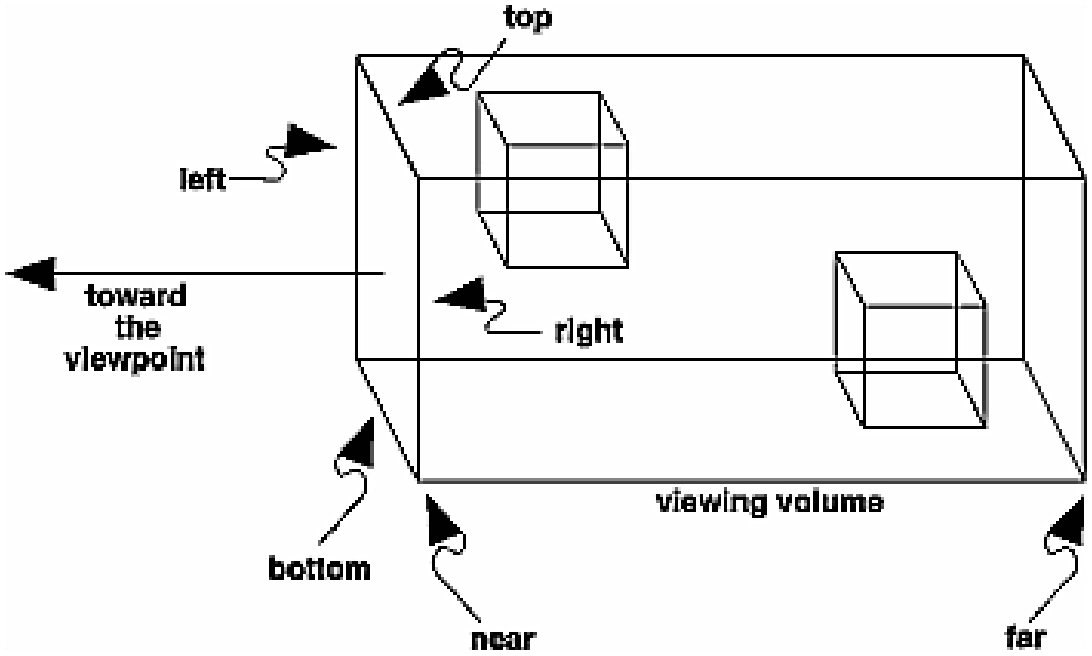


Projeção Paralela

- Default em OpenGL
- Para ajustar o volume visível, a matriz de projeção é inicializada com

```
glOrtho (left, right,
         bottom, top,
         near, far);
```

- *Obs.: near e far são valores positivos tipicamente*

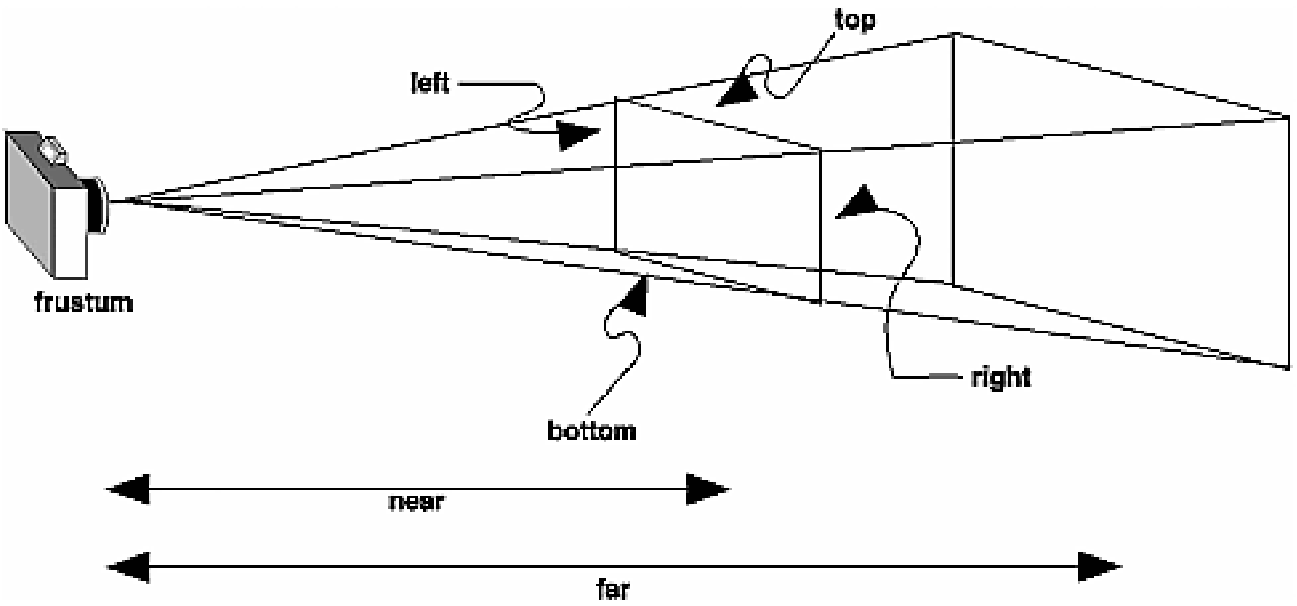


Projeção em Perspectiva

Volume de visão especificado com

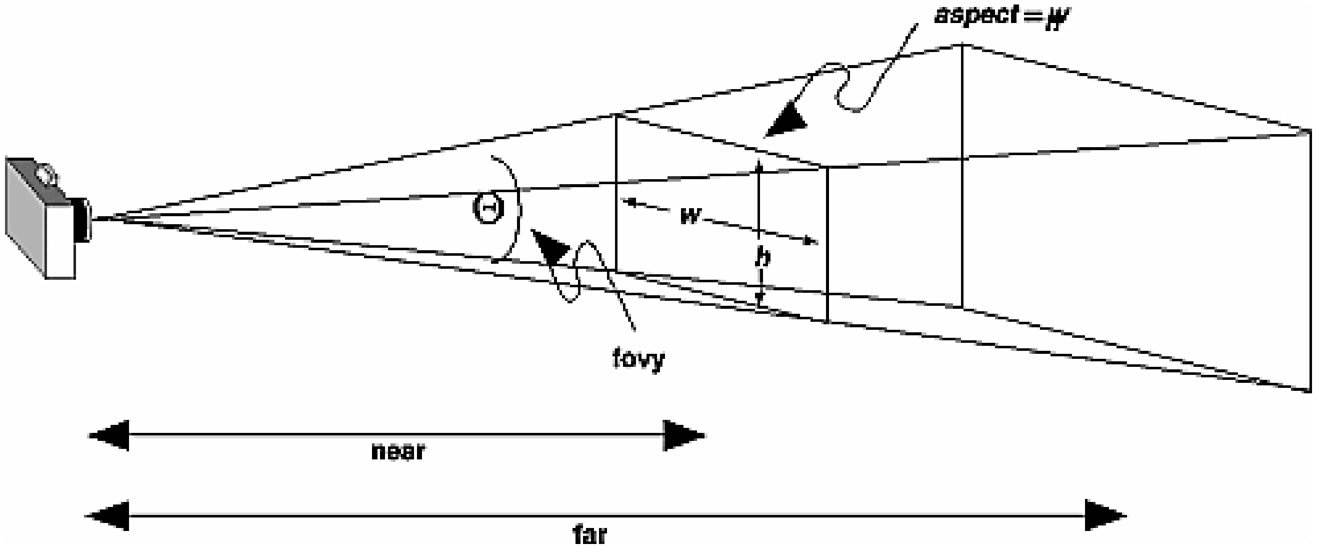
```
glFrustum(left,right,bottom,top,near,far);
```

Não necessariamente gera um v.v. simétrico



Projeção Perspectiva

- Alternativamente, pode-se usar a rotina
  `gluPerspective (fovy, aspect, near, far);`
- Gera volume de visão simétrico centrado sobre o eixo z



Receita para evitar ‘telas pretas’

Matriz de projeção especificada com `gluPerspective()`

- Tentar levar em conta a razão de aspecto da janela (parâmetro `aspect`)
- Sempre usar `glLoadIdentity()` *antes*
- Não colocar *nada depois*

Matriz de visualização especificada com gluLookAt

- Sempre usar glLoadIdentity () *antes*
- Outras transformações usadas para mover / instanciar os objetos aparecem *depois*

Exemplo

```
void resize( int w, int h )
{
   glViewport( 0, 0, (GLsizei) w, (GLsizei) h ); glMatrixMode(
   GL_PROJECTION ); glLoadIdentity();
   gluPerspective( 65.0, (GLdouble) w / h,
                   1.0, 100.0 );
   glMatrixMode( GL_MODELVIEW ); glLoadIdentity();
   gluLookAt( 0.0, 0.0, 5.0,
              0.0, 0.0, 0.0,
              0.0, 1.0, 0.0 );
}
```