Radiosidade

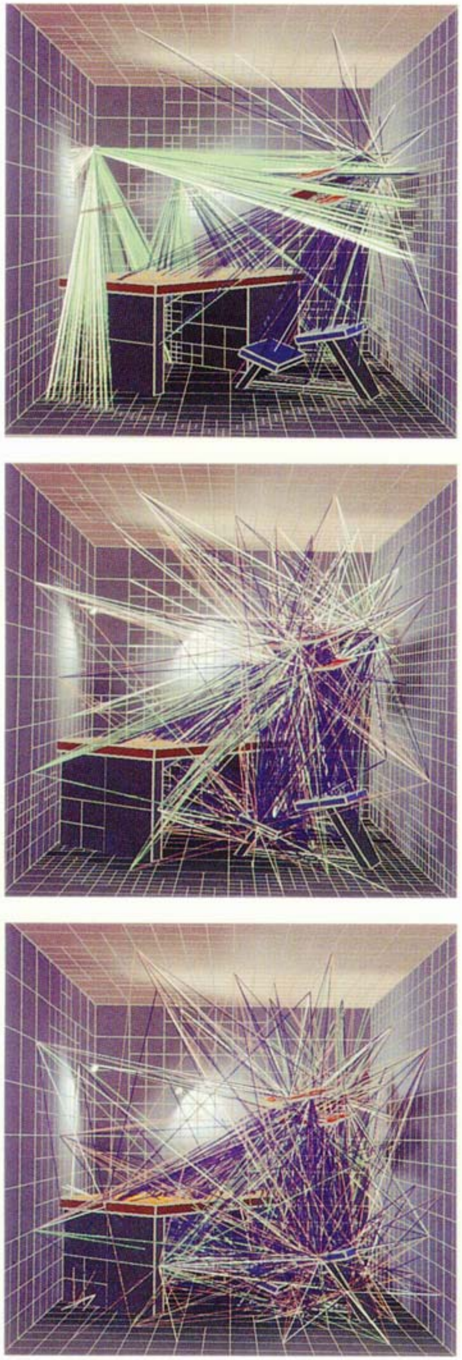
Modelos Locais de Iluminação

- Somente a luz direta ou a primeira reflexão numa superfície são consideradas (modelos de primeira ordem).
  - Modelo de Phong.
    - Completamente empírico.
  - Modelo de Cook e Torrance.
    - Esquema híbrido que usa um modelo físico baseado na rugosidade das superfícies para calcular a intensidade da reflexão e um modelo de ondas para certos efeitos de cor.
  - Modelo de Cabral.
    - Baseado completamente numa simulação física da rugosidade de superfícies.
  - Modelo de Kajiya.
    - Completamente baseado na teoria de ondas (*the rendering equation*).

Modelos Globais de Iluminação

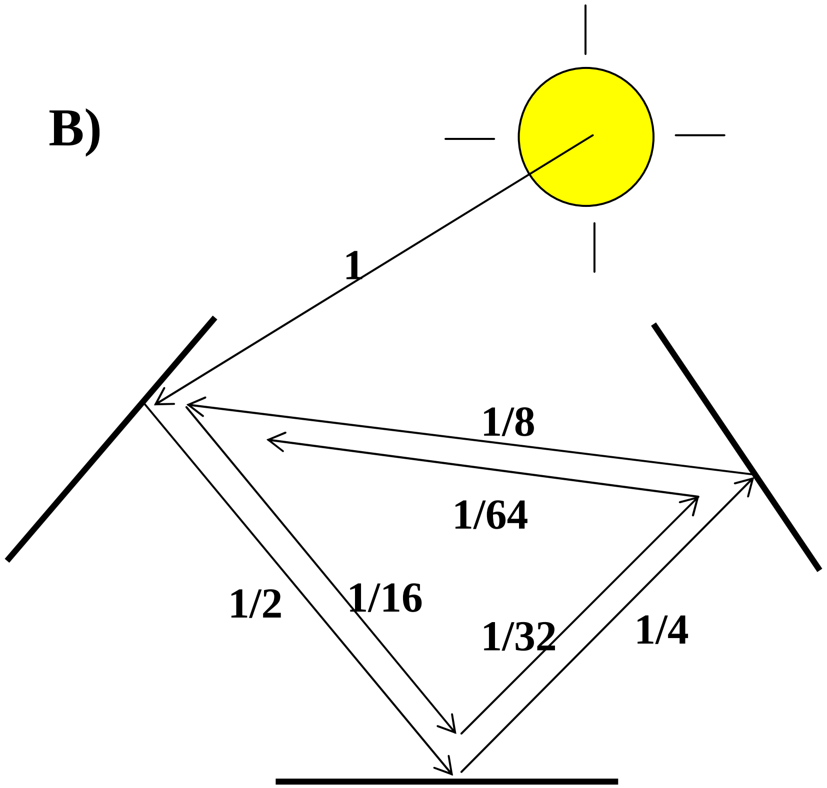
- Traçado de raios - (Ray-Tracing).
  - Usa um aspecto particular da interação luz-objeto: reflexão especular.
- Radiosidade.
  - Favorece a interação de superfícies difusas em detrimento da reflexão especular.
  - Baseado na teoria de transmissão de calor (Engenharia Mecânica).

Problemas com o Ray-tracing



A)

B)

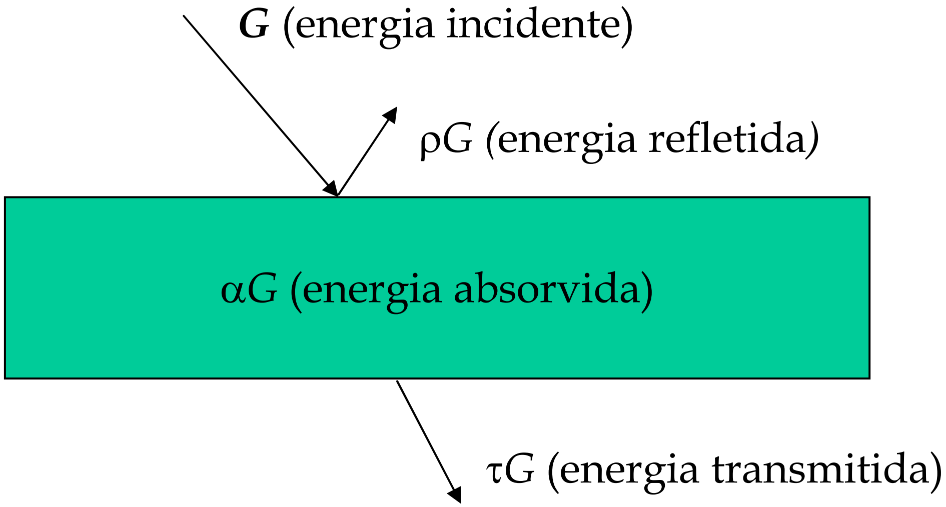


Definições e Propriedades

- Considere-se um raio ou um feixe de energia incidente num corpo:
  - $\alpha \equiv$ fração de energia incidente absorvida: **absorção**.
  - $\rho \equiv$ fração de energia incidente refletida: **reflectância**.
  - $\tau \equiv$ fração de energia incidente transmitida: **transmissão**.

Balanço de Energia

- $G = \alpha G + \rho G + \tau G \Rightarrow 1 = \alpha + \rho + \tau.$



Materiais

- Para maioria dos sólidos em engenharia $\tau = 0$.
- Para líquidos a mesma suposição pode ser feita (mas depende da espessura).
- Para gases a reflexão é muito pequena e considera-se $\rho = 0$.

Modelos de Reflexão

- A reflexão da energia radiante por uma superfície é descrita em termos de dois modelos ideais: refletores **difusos** e **especulares**.
- **Rugosidade** da superfície tem uma grande influência sobre as propriedades térmicas dos materiais.

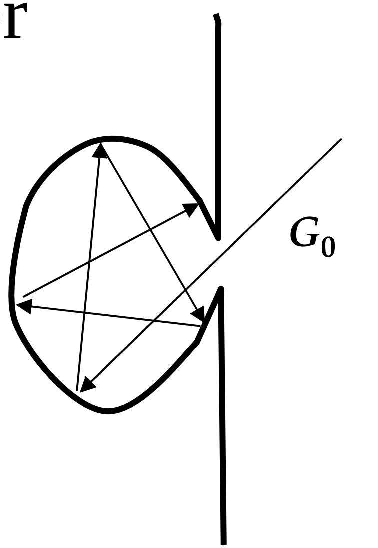
Comportamento em função da rugosidade.

- Se os elementos de rugosidade da superfície são muito <u>pequenos</u> comparados ao comprimento de onda da radiação a superfície é <u>especular</u>.
- Se os elementos de rugosidade da superfície são muito <u>grandes</u> comparados ao comprimento de onda da radiação a superfície é <u>difusa</u>.

Corpos Negros

- A superfície ideal para o estudo da radiação térmica é o **corpo negro**.
  - absorve toda a energia incidente em <u>todos</u> os comprimentos de onda (reflectância = 0).
- Corpo negro é uma idealização que pode ser imaginado como uma cavidade numa superfície com $0 < \alpha < 1$ (buraco de fechadura).

$$G_n = (1-\alpha)^n \, G_0.$$



Emissividade

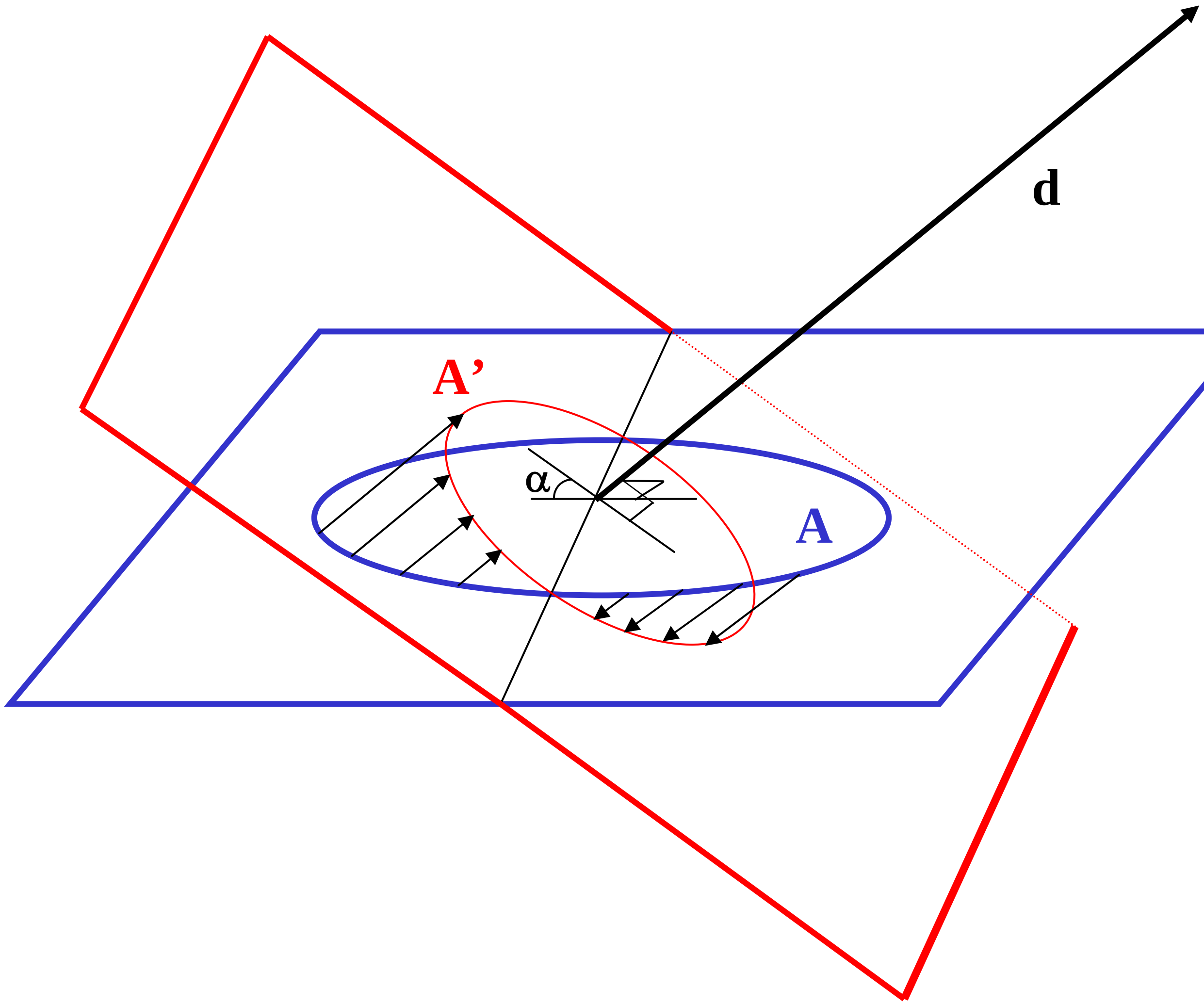
- A energia total emitida por um corpo por unidade de área por unidade de tempo é chamada de **irradiância** (potência emissiva).
- Toda superfície não negra terá uma irradiância E menor do que a de um corpo negro à mesma temperatura.

$\varepsilon = E/E_b$ (**emissividade**).

Emissividade x Temperatura

- Para condutores, emissividades altas correspondem a altas temperaturas.
- O mesmo não é válido para **não** condutores.
- Pela lei de Kirchhoff, $\alpha = \varepsilon$.

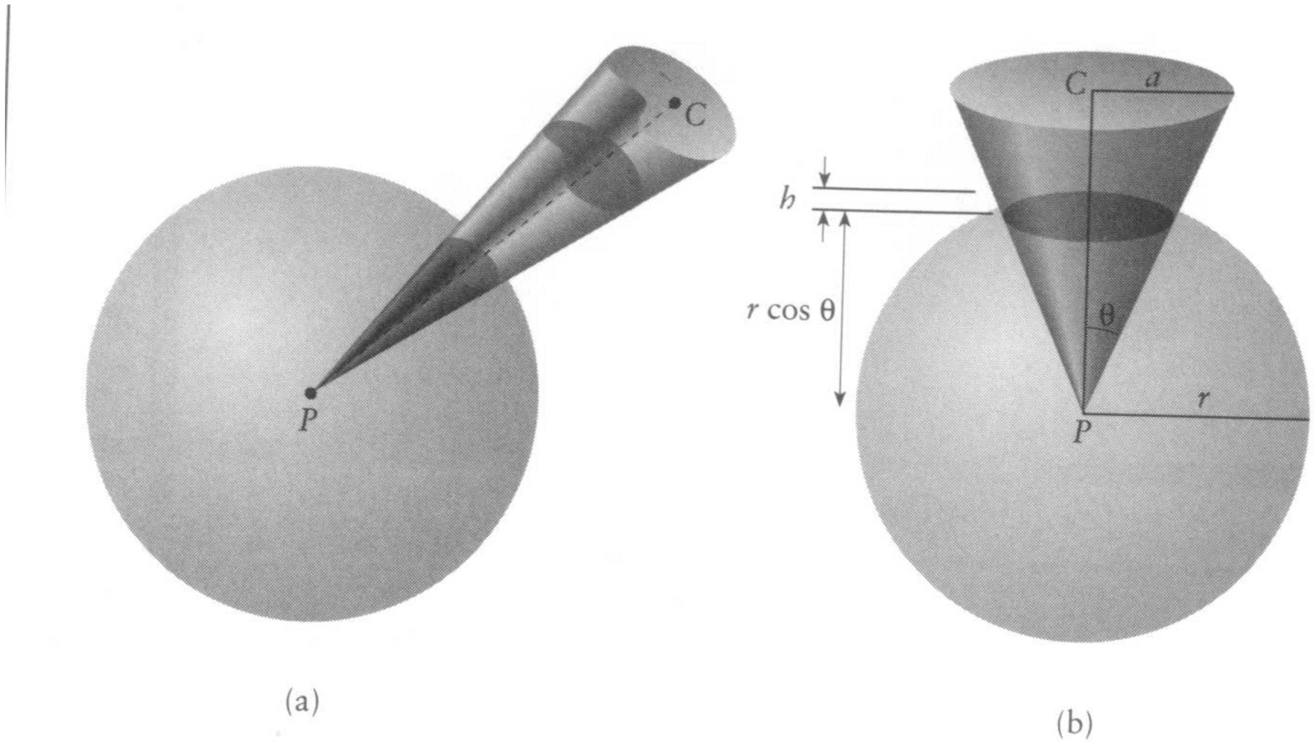
Área Aparente
(Vista de uma dada direção **d**)



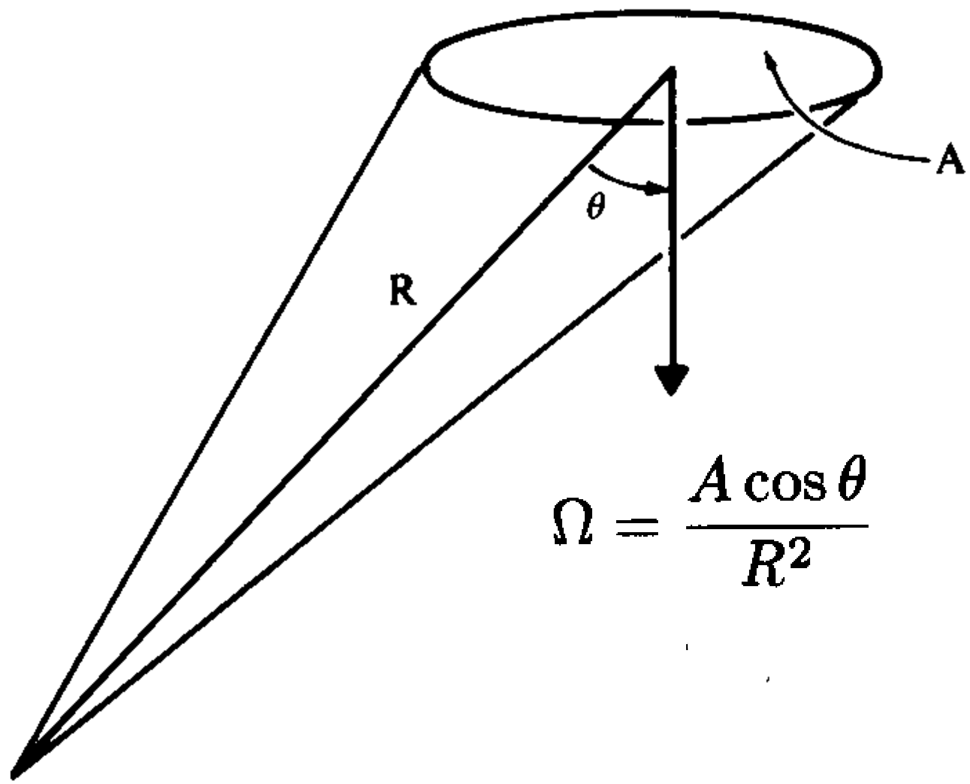
A' = A cos(α)

Ângulo Sólido

É a área determinada pela interseção de um cone com a esfera unitária.



Ângulos Sólidos Elementares

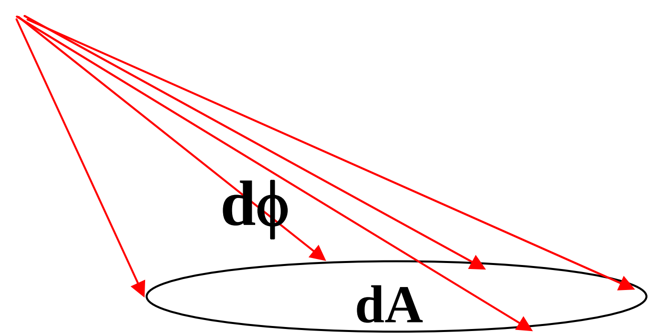


$$\Omega = \frac{A\cos\theta}{R^2}$$

Grandezas Radiométricas

Radiant term	Symbol	Definition	Unit
Energy	Q	—	J
Energy density	w	dQ/dV	J/m^3
Power (flux)	Φ	dQ/dt	W
Flux area density	u	$d\Phi/dA$	W/m^2
Intensity	I	$d\Phi/d\vec{\omega}$	W/sr
Exitance (radiosity)	M	$d\Phi/dA$	W/m^2
Irradiance	E	$d\Phi/dA$	W/m^2
Radiance	L	$d^2\Phi/(dA\, d\vec{\omega} \cos\theta)$ $= dI/dA^{\Phi}$ $= dE/d\vec{\omega}^{\Phi}$	$W/(m^2 \cdot sr)$

Irradiância:

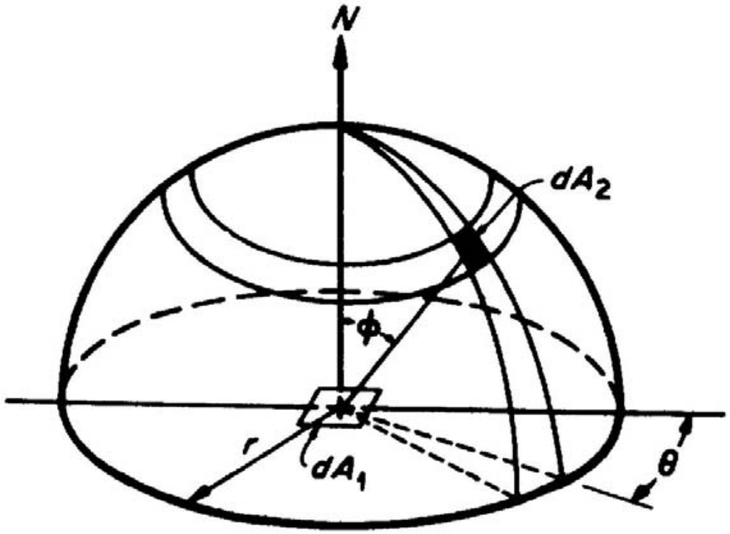


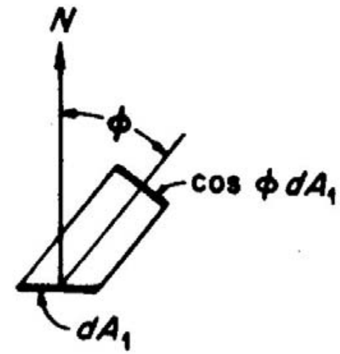
Energia Total Irradiada

- A energia total irradiada por um elemento de superfície dA_1 é interceptada por um hemisfério imaginário centrado no elemento emissor.
- Seja $q_{1\text{-}2}$ a energia que sai do emissor e atinge o sensor e I a radiância do emissor
- Então: $dq_{1\text{-}2} = I \cos(\phi)\, dA_1\, d\omega$
  - O ângulo sólido unitário ω é definido por:

    $d\omega = dA_2/r^2$.

Irradiância





- Integrando sobre todo o hemisfério:

  $dA_2 = r\, d\phi\, (r \sin(\phi)\, d\theta)$. Logo,

$$d\omega = \frac{r d\phi (r \sin(\phi) d\theta)}{r^2} = \sin(\phi)\, d\phi\, d\theta$$

Irradiância

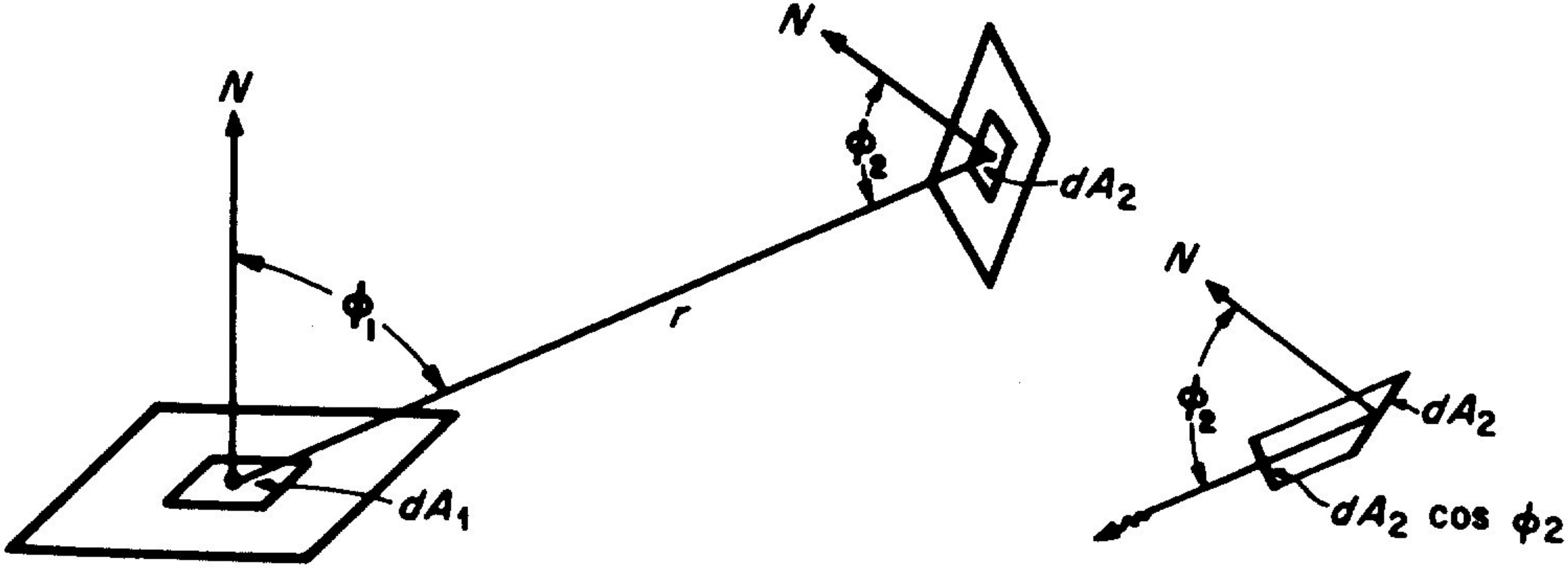
$$q_{1-2} = dA_1 \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} I \cos(\phi) \sin(\phi)\, d\phi\, d\theta$$

que para um emissor difuso perfeito (corpo negro) $I = c^{te}$ resulta em:

$$\frac{q_{1-2}}{dA_1} = E = \pi\, I$$

- Potência emissiva (irradiância) de um corpo negro é igual a π vezes a intensidade da radiação (radiância).

Interação entre Dois Elementos de Superfície



Fator de Forma

- **Fator de Forma** é a parcela de energia que deixa um elemento de superfície e atinge um outro elemento.

$$F_{A_i - A_j} = \frac{\text{energia radiante atingindo } A_j \text{ vindo de } A_i}{\text{energia radiante total deixando } A_i \text{ em todas as direções}}$$

Troca de Energia

- A energia irradiada por dA_1 que incide em dA_2 é:

$$dq_{1\text{-}2} = I\cos(\phi_1)\,dA_1\,d\omega_{1\text{-}2}$$

onde $d\omega_{1\text{-}2}$ é a área de dA_2 vista por dA_1.

$$d\omega_{1\text{-}2} = \cos(\phi_2)\,dA_2/r^2$$

- A energia total irradiada por dA_1 é: $dq = I\pi\,dA_1$
- Assim, a troca de energia entre dois elementos infinitesimais é <u>dependente somente da geometria</u>:

$$F_{dA_1-dA_2} = \frac{dq_{1-2}}{dq} = \frac{\cos(\phi_1)\cos(\phi_2)\,dA_2}{\pi\, r^2}$$

Fator de Forma

- Supondo que um emissor infinitesimal transmite energia para uma superfície finita:

$$F_{dA_1-A_2} = \frac{\int_{A_2} I_1 \cos(\phi_1) dA_1 \cos(\phi_2) dA_2 / r^2}{\pi I_1 dA_1}$$

- Como I_1 e dA_1 são independentes de dA_2

$$F_{dA_1-A_2} = \int_{A_2} \frac{\cos(\phi_1)\cos(\phi_2)}{\pi r^2} dA_2$$

Fator de Forma

- No caso da troca de energia entre duas superfícies <u>Lambertianas</u> finitas:

$$F_{A_1-A_2} = \frac{\int_{A_1}\int_{A_2} I_1 \cos(\phi_1) dA_1 \cos(\phi_2) dA_2 / r^2}{\int_{A_1} \pi I_1 dA_1}$$

$$F_{A_1-A_2} = \frac{1}{\pi A_1} \int_{A_2}\int_{A_1} \frac{\cos(\phi_1)\cos(\phi_2)}{r^2} dA_1 \, dA_2$$

Teorema da Reciprocidade

- Soma dos fatores de forma num ambiente fechado é 1.

$$\sum_{j=1}^{n} F_{A_i - A_j} = 1.0$$

- Teorema da reciprocidade ($A_1F_{1\text{-}2}=A_2F_{2\text{-}1}$).

$$A_1F_{1-2} = \int_{A_2}\int_{A_1} \frac{\cos(\phi_1)\cos(\phi_2)}{\pi\, r^2}\, dA_1 dA_2$$

Propriedades de Subdivisão

– Natureza aditiva (quando o receptor é dividido):

$$F_{dA_1-A_2} = \int_{A_2} (F_{dA_1-dA_2})\, dA_2$$

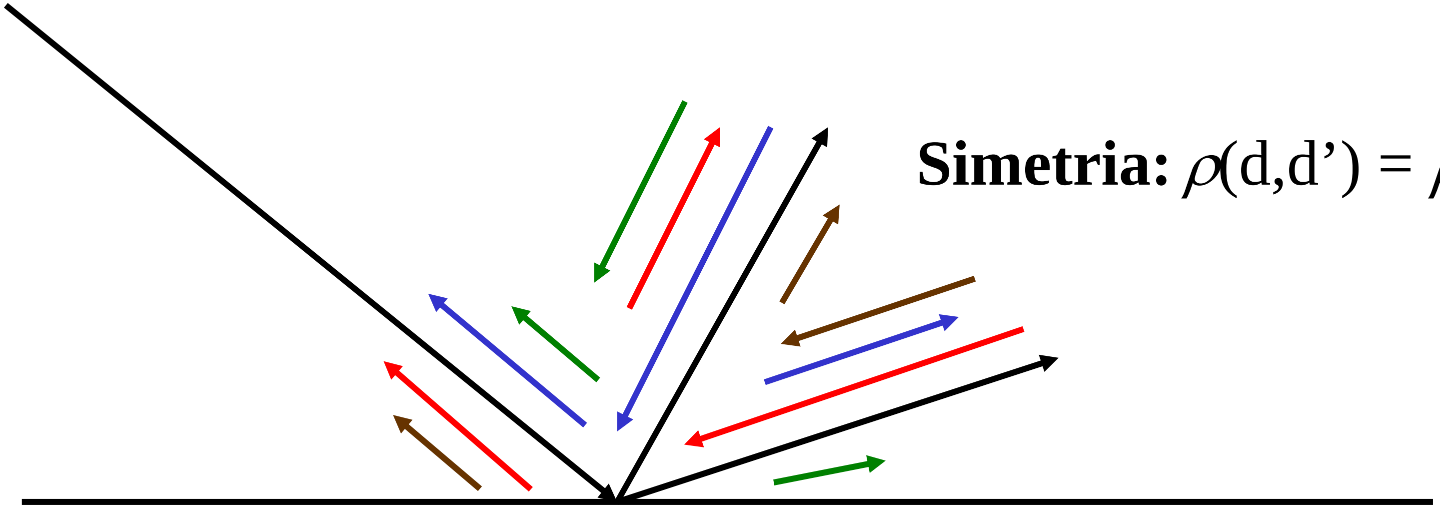
– Subdivisão do emissor.

$$F_{A_1-A_2} = \frac{1}{A_1} \int_{A_1} (F_{dA_1-A_2})\, dA_1$$

Reflectância Bi-direcional
BRDF

$$\rho(\lambda,\theta_r,\phi_r,\theta_i,\phi_i) = \frac{\text{Radiância que sai em uma direção}}{\text{Irradiância que chega de outra direção}}$$

$$= \frac{I_{\lambda,r}(\lambda,\theta_{r,}\phi_{r,}\theta_i,\phi_i)}{I_{\lambda,i}(\lambda,\theta_i,\phi_i)\cos(\theta_i)d\omega_i}$$

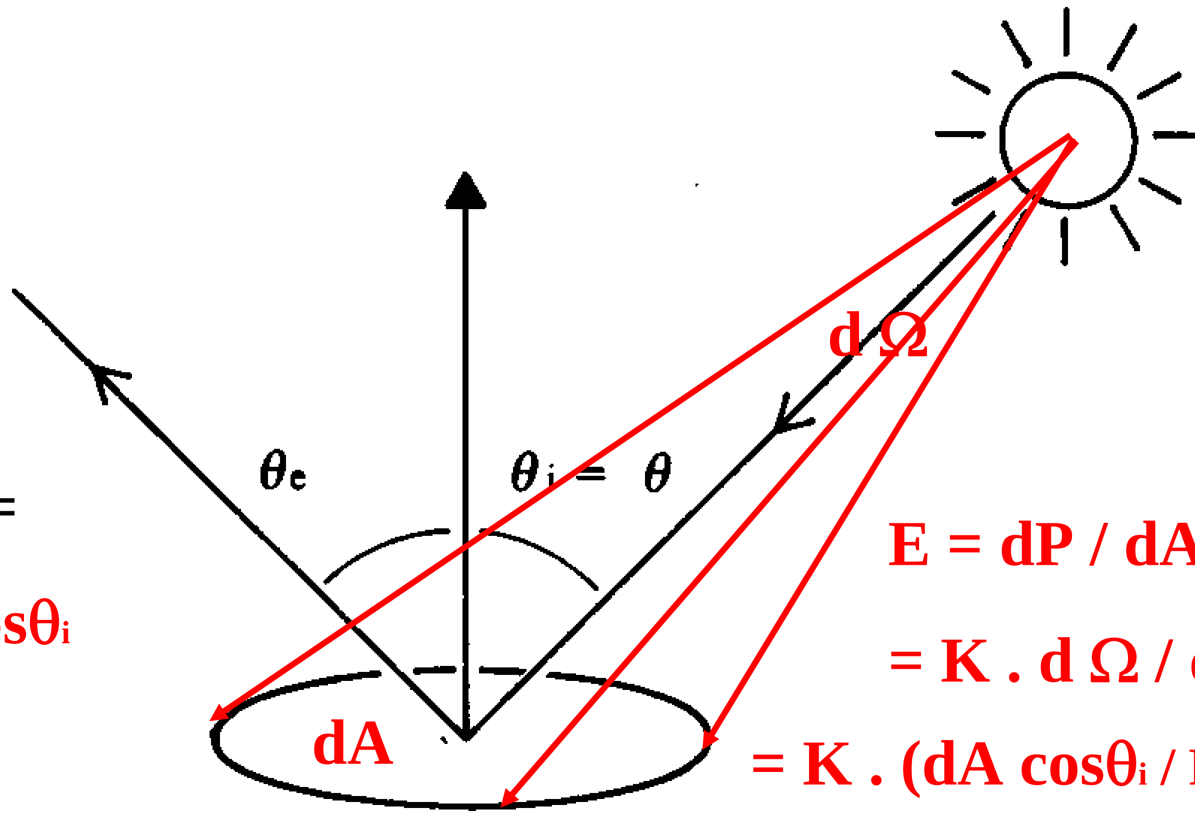


Simetria: $\rho(\text{d},\text{d'}) = \rho(\text{d'},\text{d})$

Superfícies Lambertianas

Reflexão é idêntica em todas as direções

BRDF: $\rho(d,d') = \text{constante} = 1/\pi$



$L = (1/\pi).\ E =$

$= (1/\pi).\ C.\ \cos\theta_i$

$E = dP\ /\ dA =$

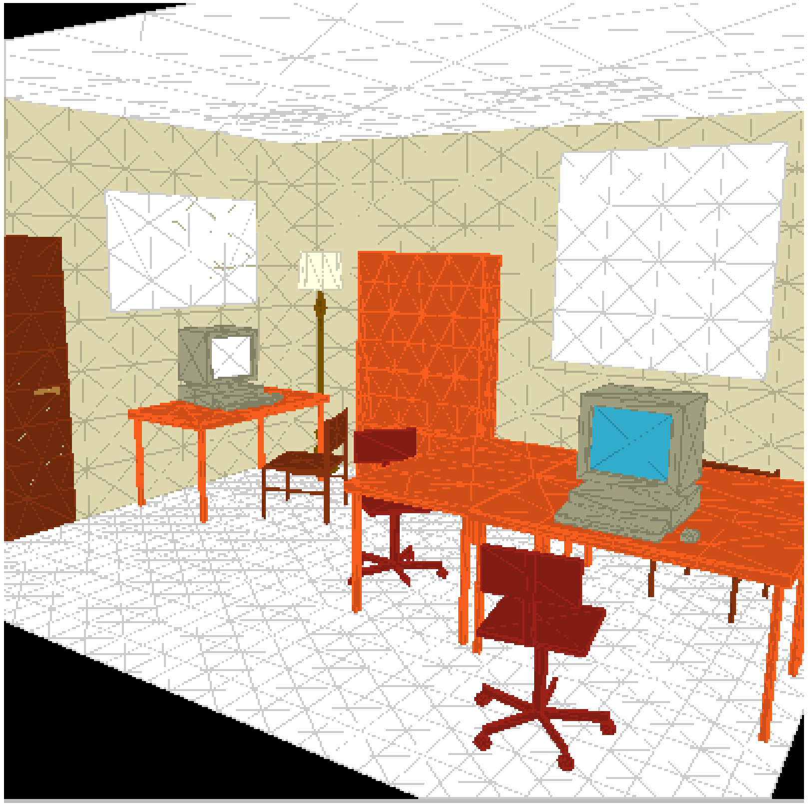
$= K\ .\ d\,\Omega\ /\ dA =$

$= K\ .\ (dA \cos\theta_i\ /\ R^2)\ /\ dA =$

$= (K\ /\ R^2) \cos\theta_i = C.\ \cos\theta_i$

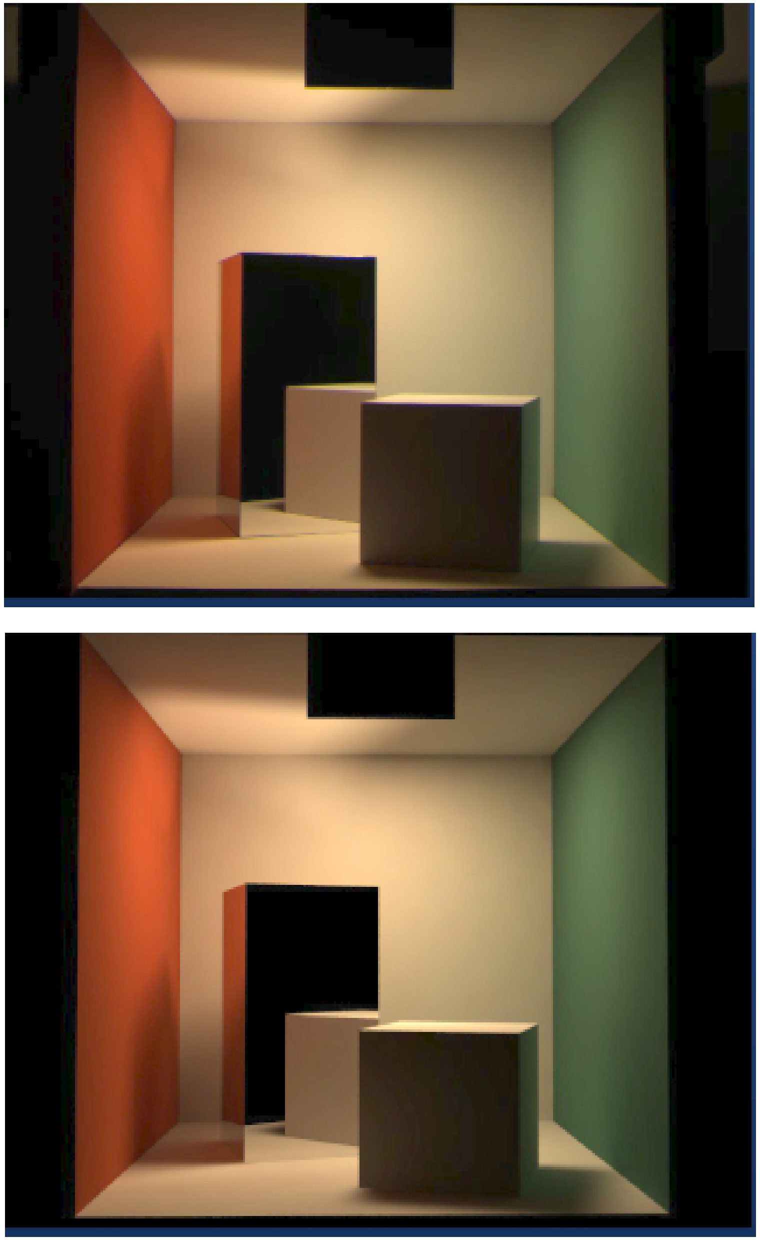
Radiosidade Clássica

- Todas as superfícies são opacas.
- Todas as superfícies são refletores difusos perfeitos ($\rho = c^{te}$).
- Superfícies são discretizadas em retalhos pequenos (*patches*).
- Radiosidade constante nos retalhos.
- Irradiância constante nos retalhos.



Conceito

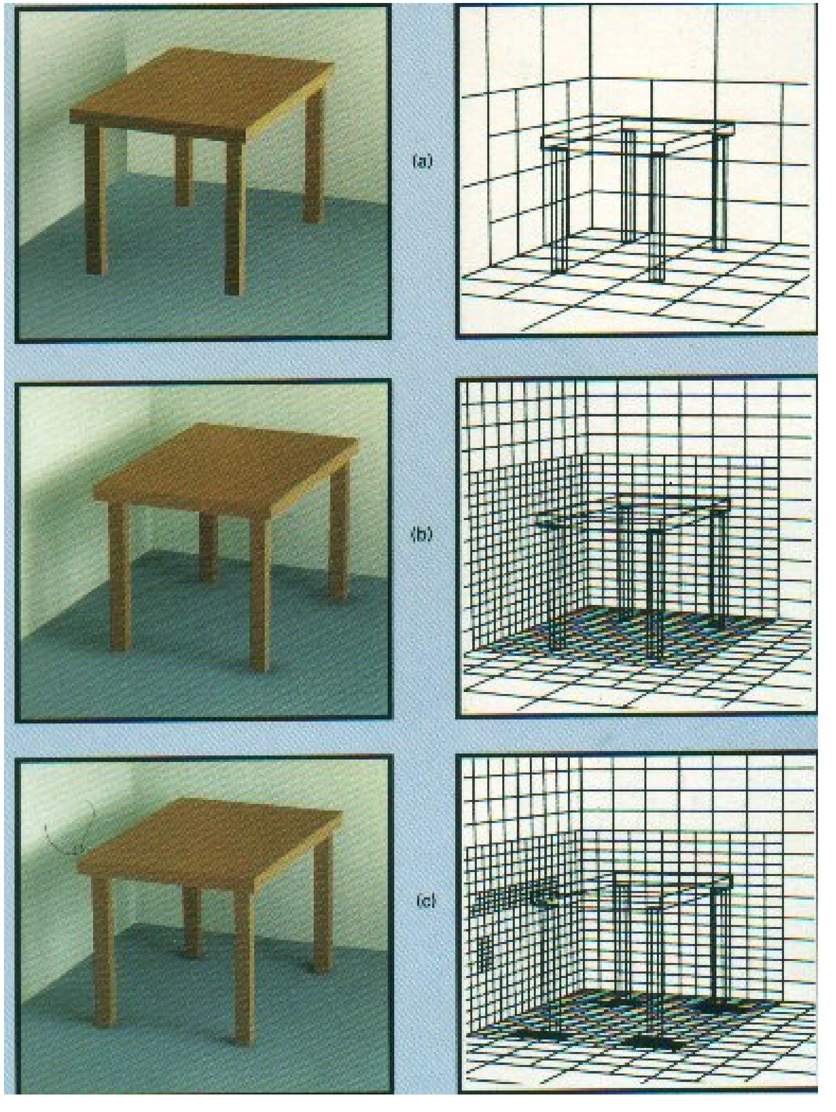
- Método de relaxação.
  - Trata a iluminação global como um sistema linear.
  - Requer BRDF constante (superfícies difusas).
  - Resolve equação de iluminação como um problema matricial.
- Processo
  - Subdivide em retalhos.
  - Calcula fatores de forma.
  - Resolve radiosidade.
  - Exibe retalhos.



Cornell Program of Computer Graphics

Hemicubo para Computar Fatores de Forma

- a) 145 retalhos
- b) 1021 retalhos
- c) refinamento de b) por subdivisão adaptativa com 1036 sub-retalhos



Sistema Linear

$$B_i A_i = E_i A_i + \rho_i \sum_{j=1}^{n} F_{ji} B_j A_j$$

$$A_i F_{ij} = A_j F_{ji}$$

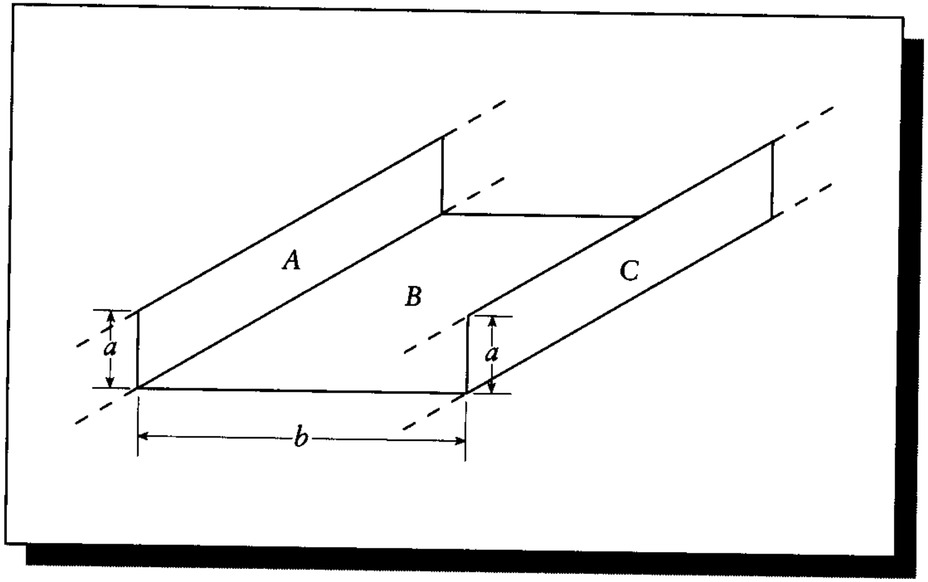
$$\boxed{B_i = E_i + \rho_i \sum_{j=1}^{n} F_{ij} B_j}$$

$$\begin{bmatrix} 1-\rho_1 F_{11} & -\rho_1 F_{12} & \cdots & -\rho_1 F_{1n} \\ -\rho_2 F_{21} & 1-\rho_2 F_{22} & \cdots & -\rho_2 F_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\rho_n F_{n1} & -\rho_n F_{n2} & \cdots & 1-\rho_n F_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \vdots \\ E_n \end{bmatrix}$$

Um Exemplo

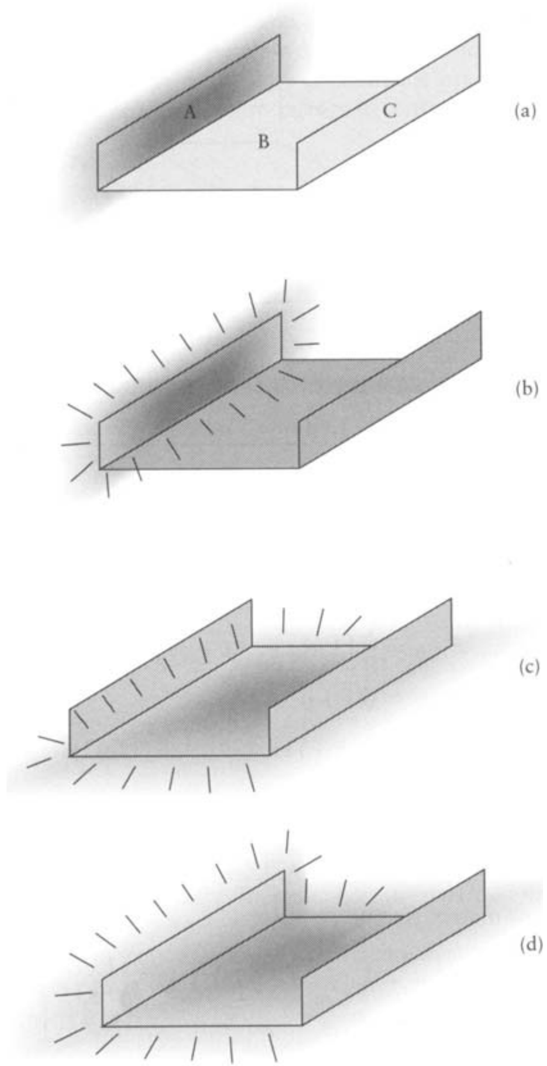
Fatores de Forma: $g = b/a$

$$F_{A,B} = \frac{1}{2}\left(1 + g - \sqrt{1+g^2}\right)$$
$$F_{A,C} = \sqrt{1+g^2} - g$$
$$F_{B,C} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{g} - \sqrt{1+\left(\frac{1}{g}\right)^2}\right)$$



$$K = \begin{bmatrix} 1 & -\rho_A F_{A,B} & -\rho_A F_{A,C} \\ -\rho_B F_{B,A} & 1 & -\rho_B F_{B,C} \\ -\rho_C F_{C,A} & -\rho_C F_{C,B} & 1 \end{bmatrix}$$

Prateleira Infinita



Só A emite e não reflete.

A emite e reflete.

Só B emite e não reflete.

A e B emitem e refletem.

Reflectivity	Emissivity	Radiosity
$\begin{bmatrix} \rho_A \\ \rho_B \\ \rho_C \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} E_A \\ E_B \\ E_C \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} B_A \\ B_B \\ B_C \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 0 \\ 1/2 \\ 1/3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0.11660 \\ 0.10354 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 1/10 \\ 1/2 \\ 1/3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.00709 \\ 0.11743 \\ 0.10428 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 1/2 \\ 0 \\ 1/2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.21133 \\ 1 \\ 0.21133 \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} 1/10 \\ 1/10 \\ 1/2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.04647 \\ 0.02906 \\ 0.32853 \end{bmatrix}$

Um Exemplo Real

- Refinamento progressivo depois de 1, 2, 24 e 100 passos.
- 500 retalhos, 7000 sub-retalhos.
- Radiosidade ambiente estimada foi adicionada.