

# Estrutura de Dados

Hamilton José Brumatto

Bacharelado em Ciências da Computação - UESC

31 de janeiro de 2024

## Vetores

## Sequência do mesmo tipo de tamanho limitado

- Vetores é uma sequência de armazenamento de um mesmo tipo em memória.
- O tipo de dado armazenado pode ser primitivo ou abastrato.
- Para acessar os valores armazenados em um vetor são usados índices.
  - O tamanho definido do vetor representa quantos elementos ele possui
  - Cada elemento é representado por um índice no vetor a partir do 0.
- O tamanho do vetor pode (em algumas linguagens) ser definido na declaração do vetor ao se atribuir valores.

# Saída

```
int main()
{
    int i;
    int vint1[10];
    int vint2[] = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9};

    for(i = 0; i < 10; i++)
        vint1[9-i] = vint2[i];
    for(i = 0; i < 10; i++)
        printf("%d..",vint1[i]);
    printf("\n");
    return 0;
}
```

9..8..7..6..5..4..3..2..1..0..

# Exemplo básico (será?) de vetores

```
typedef struct st_complexo
{
    double real;
    double imag;
} complexo;
int main() {
    int i;
    complexo c1[3];
    complexo c2[] = {{2, 3}, {3, 4}, {1, 9}};
    for(i = 0; i < 3; i++)
    {
        c1[2-i].real = c2[i].imag;
        c1[2-i].imag = c2[i].real;
    }
    for(i = 0; i < 3; i++)
        printf("(%f + i%f).." , c1[i].real, c1[i].imag);
    printf("\n");
    return 0;
}
```

(9.000000 + i1.000000)..(4.000000 + i3.000000)..(3.000000 + i2.000000)..

# Manipulando vetores a partir de ponteiros

- Ao declarar um vetor, como no exemplo: `int v[5];`
  - É alocado na memória um espaço para 5 inteiros, em sequência.
  - a variável `v` representa o endereço da primeira posição da memória.
  - este mesmo endereço é obtido diretamente pelo operador endereço `&` sobre o primeiro elemento do vetor: `&v[0]`.
  - `v` está armazenada exatamente no endereço que ela guarda.
- Podemos usar ponteiros para fazer referências a estes endereços.
- Uma vez declarado um ponteiro para o tipo inteiro (tipo do vetor): `int *p;`
  - Ele guarda o endereço para um elemento do vetor.
  - Incrementar o ponteiro de um, incrementa para o endereço do próximo elemento, automaticamente no tamanho do espaço ocupado por cada elemento.

# Exemplo de endereçamento por ponteiros

```
int main() {  
    int v[5] = {0, 1, 2, 3, 4};  
    int *p;  
    p = v;  
    printf("Endereço do vetor: %p\n", p);  
    p = &v[0];  
    printf("Endereço do primeiro elemento: %p\n", p);  
    printf("Valor do primeiro elemento: %d\n", *p);  
    p++;  
    printf("Endereço do segundo elemento: %p\n", p);  
    printf("Valor do segundo elemento: %d\n", *p);  
    p = (int *) &v;  
    printf("Endereço da variável v: %p\n", p);  
    return 0;  
}
```

```
Endereço do vetor: 0x7ffe4336e30  
Endereço do primeiro elemento: 0x7ffe4336e30  
Valor do primeiro elemento: 0  
Endereço do segundo elemento: 0x7ffe4336e34  
Valor do segundo elemento: 1  
Endereço da variável v: 0x7ffe4336e30
```

# Ponteiros para vetores de tipos abstratos

```
typedef struct racional_s {
    int num, den;
} racional;
int main(int argc, char **args) {
    racional r[5] = {{1, 2}, {2, 3}, {3, 4}, {4, 5}, {5, 6}};
    racional *pr;
    pr = r;
    printf("Endereço do vetor: %p\n", pr);
    printf("Valor do primeiro elemento: %d/%d\n", pr->num, pr->den);
    pr++;
    printf("Endereço do segundo elemento: %p\n", pr);
    printf("Valor do segundo elemento: %d/%d\n", (*pr).num, (*pr).den);
    return 0;
}
```

Endereço do vetor: 0x7fffaedb6460

Valor do primeiro elemento: 1/2

Endereço do segundo elemento: 0x7fffaedb6468

Valor o segundo elemento: 2/3



# Um pouco de abstração

```
class racional {  
    private:  
        int num, den;  
    public:  
        racional() {  
            num = 0;  
            den = 1;  
        }  
        racional(int n, int d) {  
            num = n;  
            den = d;  
        }  
        int numerador() {  
            return num;  
        }  
        int denominador() {  
            return den;  
        }  
};
```

# Usando a classe racional

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main(int argc, char **args) {
    racional r[3];
    racional *pr;

    r[0] = racional(1,2);
    r[1] = racional(2,3);
    r[2] = racional(3,4);
    pr = r;
    cout << "Endereço do vetor: " << r << endl;
    pr = &r[0];
    cout << "Endereço do primeiro elemento: " << pr << endl;
    cout << "Valor do primeiro elemento: " << r[0].numerador() << "/" <<
r[0].denominador() << endl;
    pr++;
    cout << "Endereço do segundo elemento: " << pr << endl;
    cout << "Valor do segundo elemento: " << pr->numerador() << "/" <<
pr->denominador() << endl;
    return 0;
}
```

## Resultado do programa:

```
Endereço do vetor: 0x7fffa5dca050  
Endereço do primeiro elemento: 0x7fffa5dca050  
Valor do primeiro elemento: 1/2  
Endereço do segundo elemento: 0x7fffa5dca058  
Valor do segundo elemento: 2/3
```

Algumas curiosidades na programação C++:

- O uso de `private` ou `public` está associado com o escopo de visibilidade dos elementos na orientação a objetos (não é tema desta disciplina)
- Podemos resumir da forma: para acessarmos um elemento interno: “(p-*i*num)”, por exemplo, este elemento deve estar definido após a declaração explícita de “publico:”.

# Funções com vetores funciona de forma simples

```
void troca(int[3]);

int main() {
    int i;
    int vint[3] = {0, 1, 2};
    troca(vint);
    for(i = 0; i < 3; i++)
        printf("%d..",vint[i]);
    return 0;
}

void troca(int v[3]) {
    int aux;
    aux = v[2];
    v[2] = v[0];
    v[0] = aux;
    return;
}
```

2..1..0..

# Podemos evitar especificar o tamanho do vetor no parâmetro da função

```
void troca(int*);

int main() {
    int i;
    int vint[3] = {0, 1, 2};
    troca(vint);
    for(i = 0; i < 3; i++)
        printf("%d..", vint[i]);
    return 0;
}

void troca(int *v) {
    int aux;
    aux = v[2];
    v[2] = v[0];
    v[0] = aux;
    return;
}
```

## Reverso o conceito de vetores e ponteiros

- A diferença entre ambos exemplos anteriores é que como parâmetro especificamos: `int *v`
- Ou seja, `v` é um ponteiro para inteiro que tem o endereço de `vint`
- Ainda assim usamos `v[0]`.
- Será que funciona somente como parâmetro? Ou sempre?
- É mais interessante que isto. Veja o próximo código.

# A ordem das parcelas não altera a soma!

```
int main() {  
    int vint[3] = {0, 1, 2};  
    int *v;  
  
    v = vint;  
  
    printf("Segundo elemento: %d\n", vint[1]);  
    printf("Segundo elemento: %d\n", v[1]);  
    printf("Segundo elemento: %d\n", *(v+1));  
    printf("Segundo elemento: %d\n", *(1+v));  
    printf("Segundo elemento: %d\n", 1[v]);  
    return 0;  
}
```

```
Segundo elemento:  1  
Segundo elemento:  1  
Segundo elemento:  1  
Segundo elemento:  1  
Segundo elemento:  1
```

## Considerações finais

- A passagem de parâmetros de tipos abstratos é semelhante aos tipos primitivos
- Para isto é necessário definir um tipo (`typedef`), pois este será especificado como tipo do parâmetro.
- Isto acontece naturalmente no C++ pois a classe em si é um tipo.
- Aqui nos restringimos principalmente à aplicação com estrutura de dados, mas o uso de ponteiros é muito mais poderosa.
- Podemos passar como parâmetro de uma função, outra função (Teremos um exemplo rápido brincando com busca em árvores).



## Aplicações de estrutura de vetores

- Veremos nas próximas aulas estruturas mais tradicionais baseadas em vetores.
- Mas os vetores são, em si, já uma estrutura abstrata, e podem ser usados como tal.
- Por exemplo um vetor pode possuir os valores de uma função matemática para um intervalo de pontos.
- Desta forma podemos querer encontrar algo neste vetor, como o maior valor.
- Assim temos os algoritmos de busca que percorrem as estruturas de dados para encontrar algum valor.

# Busca Sequencial

- A busca sequencial é uma busca que se faz olhando cada elemento, um por um, em sequência.
- A busca pode se interromper, por exemplo, se um elemento é encontrado.
- No pior dos casos, todos os elementos precisam ser olhados.
- Na busca do maior, se não olharmos todos, pode ser que algum que não olhamos era maior.
- Às vezes a busca é por todos os elementos: quero a soma de todos.
- Dizemos que numa busca sequencial, precisamos percorrer os  $n$  elementos, então o algoritmo leva um “tempo” de tamanho  $n : O(n)$ .

# Busca Sequencial: buscando um valor $x$

**Entrada:** Um vetor  $A$  e um valor  $x$  que desejamos em  $A$

**Saída:** O índice de  $x$  em  $A$  ou  $-1$ , se não estiver em  $A$

**Algoritmo** BUSCA( $A, x$ )

$pos \leftarrow -1.$

$i \leftarrow 1$

**enquanto**  $i < \text{tamanho}(A)$  **e**  $pos = -1$  **faça**

**se**  $A[i] = x$  **então**

$pos \leftarrow i$

**retorne**  $pos$

- No pior caso, quantos elementos tenho de olhar?

# Busca Sequencial: buscando um valor $x$

**Entrada:** Um vetor  $A$  e um valor  $x$  que desejamos em  $A$

**Saída:** O índice de  $x$  em  $A$  ou  $-1$ , se não estiver em  $A$

**Algoritmo** BUSCA( $A, x$ )

$pos \leftarrow -1.$

$i \leftarrow 1$

**enquanto**  $i < \text{tamanho}(A)$  **e**  $pos = -1$  **faça**

**se**  $A[i] = x$  **então**

$pos \leftarrow i$

**retorne**  $pos$

- No pior caso, quantos elementos tenho de olhar?

## Busca Sequencial: buscando um valor $x$

**Entrada:** Um vetor  $A$  e um valor  $x$  que desejamos em  $A$

**Saída:** O índice de  $x$  em  $A$  ou  $-1$ , se não estiver em  $A$

**Algoritmo** BUSCA( $A, x$ )

$pos \leftarrow -1.$

$i \leftarrow 1$

**enquanto**  $i < \text{tamanho}(A)$  **e**  $pos = -1$  **faça**

**se**  $A[i] = x$  **então**

$pos \leftarrow i$

**retorne**  $pos$

- No pior caso, quantos elementos tenho de olhar?  $n$

# Busca Sequencial: buscando o maior

**Entrada:** Um vetor  $A$

**Saída:** O índice de seu maior elemento

**Algoritmo** BUSCAMAIOR( $A$ )

$maior \leftarrow 1$

**para**  $i \leftarrow 2$  **até** tamanho( $A$ ) **faça**

**se**  $A[maior] < A[i]$  **então**

$maior \leftarrow i$

**retorne**  $maior$

- Quantos elementos precisamos olhar?

# Busca Sequencial: buscando o maior

**Entrada:** Um vetor  $A$

**Saída:** O índice de seu maior elemento

**Algoritmo** BUSCAMAIOR( $A$ )

$maior \leftarrow 1$

**para**  $i \leftarrow 2$  **até** tamanho( $A$ ) **faça**

**se**  $A[maior] < A[i]$  **então**

$maior \leftarrow i$

**retorne**  $maior$

- Quantos elementos precisamos olhar?  $n$

## Busca sequencial: Outros casos

- Buscar o maior e menor simultaneamente.  
Há um truque aqui, varrer de 2 em 2, reduz o número de IFs.
- Somar todos os elementos.
- Encontrar a primeira ou a última posição de um elemento.
- Encontrar, se existe uma subsequência exata (uma palavra, por exemplo).
- Encontrar uma subsequência de maior soma. (Este é divertido, dá para fazer olhando no máximo  $n$  elementos.
- ...



## Busca sequencial: Considerações finais

- Como o próprio nome diz, a busca é feita em sequência.
- Podemos começar do início e ir buscando até o fim.
- Podemos começar do fim e ir buscando até o início.
- Podemos começar simultaneamente do início e do fim. (Tem um problema legal desta forma na lista).

# Busca binária

- Esta busca se aplica em um vetor classificado.
- Iniciamos a busca no vetor a partir do elemento que está no meio do vetor.
- Como os itens estão ordenados, à direita do elemento estão elementos não menores que ele, e à esquerda os não maiores
- Se o valor buscado for menor que este elemento, retomamos a busca pela metade inferior do vetor..
- Da mesma forma, caso contrário, em sua metade superior.

# Busca binária - algoritmo

**Entrada:** Um vetor classificado  $A$ , e um valor  $x$

**Saída:** O índice de uma ocorrência de  $x$  em  $A$ , ou  $-1$  se não existir

**Algoritmo** BUSCABINARIA( $A, x$ )

$pos \leftarrow -1$

$ini \leftarrow 1$

$fim \leftarrow \text{tamanho}(A)$

**enquanto**  $ini \leq fim$  e  $pos = -1$  **faça**

$meio \leftarrow (ini + fim)/2$

**se**  $A[meio] = x$  **então**

$pos \leftarrow meio$

**senão**

**se**  $A[meio] > x$  **então**

$fim \leftarrow meio - 1$

**senão**

$ini \leftarrow meio + 1$

**retorne**  $pos$

- Quantos elementos olhamos, no pior caso?

# Busca binária - algoritmo

**Entrada:** Um vetor classificado  $A$ , e um valor  $x$

**Saída:** O índice de uma ocorrência de  $x$  em  $A$ , ou  $-1$  se não existir

**Algoritmo** BUSCABINARIA( $A, x$ )

$pos \leftarrow -1$

$ini \leftarrow 1$

$fim \leftarrow \text{tamanho}(A)$

**enquanto**  $ini \leq fim$  e  $pos = -1$  **faça**

$meio \leftarrow (ini + fim)/2$

**se**  $A[meio] = x$  **então**

$pos \leftarrow meio$

**senão**

**se**  $A[meio] > x$  **então**

$fim \leftarrow meio - 1$

**senão**

$ini \leftarrow meio + 1$

**retorne**  $pos$

- Quantos elementos olhamos, no pior caso?  $\log n$

## Busca binária: Considerações

- A busca binária encontra uma ocorrência do valor, não necessariamente a primeira.
- Se considerarmos a sequência em um espaçamento regular, podemos fazer uma modificação na busca binária: busca por interpolação.
  - O elemento do “meio” é encontrado em uma regra de três entre o valor que queremos encontrar e os valores dos extremos da sequência.
  - Se o valor é um valor próximo de uma das pontas, o elemento do “meio” será um elemento proporcionalmente próximo a este extremo.
- Existe uma versão recursiva do algoritmo de busca binária. Ao invés do while, apenas chamamos o algoritmo recursivamente. Retomamos esta ideia em uma próxima aula.

## Ordenação por troca: Bubble Sort

- Buscamos o vetor do início ao fim, se houver um par fora de ordem, trocamos a ordem do par.
- Na primeira busca o maior elemento é posicionado em sua posição final, pois ele sempre vai trocar com um elemento menor que ele que estiver à frente no vetor.
- Repetimos a busca continuamente terminando sempre um elemento antes (pois acabamos de colocar o maior em sua posição final).
- Opcionalmente podemos parar se não houver mais troca. Ou seja, todos já estão em sua posição.

# Ordenação por troca: Bubble Sort - algoritmo

**Entrada:** Vetor A de elementos em ordem qualquer

**Saída:** Vetor de elementos em ordem não decrescente

**Algoritmo** BUBBLESORT(A)

    fim  $\leftarrow$  falso

$n \leftarrow$  tamanho(A)

**enquanto**  $n > 1$  e  $\neg$  fim **faça**

        fim  $\leftarrow$  verdade

**para**  $j \leftarrow 2$  até  $n$  **faça**

**se**  $A[j - 1] > A[j]$  **então**

$A[j - 1] \leftrightarrow A[j]$

                fim  $\leftarrow$  falso

$n \leftarrow n - 1$

**retorne** A

## Ordenação por troca: Bubble Sort - Considerações

- São realizadas em torno de  $n^2$  buscas, dizemos que este algoritmo é  $O(n^2)$
- O nome Bubble (bolha) advem do fato do maior elemento sempre subir para a última posição de forma mais rápida.
- Podemos alterar este algoritmo fazendo uma bolha vai-e-vem, na primeira passada levamos o maior elemento para o final, e voltamos trazendo o menor para o início.
- A versão alterada não muda em nada a performance do algoritmo.
- É um algoritmo prático para ordenar um pequeno número de elementos 3.



# Ordenação por troca: Bubble Sort - O poder do C++

- Vamos considerar inicialmente um caso simples.
- Um vetor de inteiros.
- Leio uma sequência de números, ordeno em ordem não crescente, e imprimo.
- Apesar de C++, este código é basicamente C simples.
- As entradas e saídas usam C++.

## O programa principal e a ordenação

```
int main(int argc, char **args) {  
    int v[MAX_N];  
    int tamanho;  
  
    tamanho = lerVetor(v);  
    ordenar(v,tamanho);  
    imprimirVetor(v,tamanho);  
    return 0;  
}
```

## O programa principal e a ordenação

```
void ordenar(int *v, int tamanho) {  
    bool fim = false;  
    while((tamanho > 0) && !fim) {  
        fim = true;  
        for(int j = 1; j < tamanho; j++)  
            if(v[j-1] < v[j]) {  
                int aux = v[j-1];  
                v[j-1]=v[j];  
                v[j]=aux;  
                fim = false;  
            }  
        tamanho--;  
    }  
    return;
```

## Usando um tipo abstrato

- Vamos fazer diferente, não quero trabalhar com inteiros.
- Um exemplo de ordem é a classificação dos países no quadro de medalhas das olimpíadas, vamos trabalhar com uma estrutura que indique o país e suas medalhas recebidas.
- Queremos imprimir um quadro de medalhas do primeiro ao último.
- Este problema é basicamente igual ao anterior:
- Ler os valores, ordenar de forma decrescente, imprimir.

## O programa principal e a ordenação

```
int main(int argc, char **args) {  
    medalha v[MAX_N];  
    int tamanho;  
  
    tamanho = lerVetor(v);  
    ordenar(v,tamanho);  
    imprimirVetor(v,tamanho);  
    return 0;  
}
```

## O programa principal e a ordenação

```
void ordenar(medalha *v, int tamanho) {  
    bool fim = false;  
    while((tamanho > 0) && !fim) {  
        fim = true;  
        for(int j = 1; j < tamanho; j++)  
            if(v[j-1] < v[j]) {  
                medalha aux = v[j-1];  
                v[j-1]=v[j];  
                v[j]=aux;  
                fim = false;  
            }  
        tamanho--;  
    }  
    return;
```

## O tipo abstrato (classe) medalha

- O tipo medalha é uma classe que contém uma estrutura complexa: país e número de medalhas.
- Os elementos deste tipo possuem uma ordem de classificação.
- No C++ é possível sobrecarregar operadores para um determinado tipo. Inclusive os operadores de desigualdade.
- Para medalha, vamos sobrecarregar o operador de atribuição para facilmente atribuir um valor indicado por uma variável a outra.
- Vamos também sobrecarregar os operadores de comparação de ordem.
- E, dado o escopo e visibilidade, vamos criar os métodos para construir um objeto e extrair seus valores.

# O tipo abstrato (classe) medalha

```
class medalha {  
private:  
    std::string ps;  
    int o, p, b;  
  
public:  
    medalha();  
    medalha(std::string pais, int ouro, int prata, int bronze);  
    std::string pais();  
    int ouro();  
    int prata();  
    int bronze();  
    medalha operator=(medalha m);  
    bool operator>(medalha m);  
    bool operator<(medalha m);  
    bool operator==(medalha m);  
    bool operator>=(medalha m);  
    bool operator<=(medalha m);  
    bool operator!=(medalha m);  
};
```



## O tipo abstrato (classe) medalha

```
medalha medalha::operator=(medalha m) {  
    ps = m.ps;  
    o = m.o;  
    p = m.p;  
    b = m.b;  
    return *this;  
}  
  
bool medalha::operator<(medalha m) {  
    bool ret = false;  
    if (o < m.o) ret = true;  
    else if(o == m.o && p < m.p) ret = true;  
    else if(o == m.o && p == m.p && b < m.b) ret = true;  
    return ret;  
}
```

## Algoritmos, classes e modelos

- No algoritmo de ordenação, quando usamos classes (C++), não precisamos reescrever todo o algoritmo.
- Isto se dá pois as classes podem ter os operadores de desigualdade sobrepostos, assim comparar ordem de 2 inteiros é semelhante a comparar ordem de 2 objetos.
- Vamos mais além. O algoritmo independe do tipo de elemento que usamos.
- Então, é possível definir um modelo de tipo (*template*) que pode representar qualquer tipo existente.
- Se o algoritmo consegue executar suas ações com elementos de um modelo de tipo, ele consegue trabalhar com qualquer tipo.
- Isto acontece com os algoritmos genéricos, mas este é um tema para Tópicos Avançados em Algoritmos!!