eman ta zabal zazu

EUSKAL HERRIKO UNIBERTSITATEA
UNIVERSIDAD DEL PAIS VASCO

BILBOKO INGENIARITZA ESKOLA

ESCUELA DE INGENIERÍA DE BILBAO

ÁLGEBRA

ALJEBRA

Grado en Ingeniería Informática de Gestión y Sistemas de Información

CONVOCATORIA ORDINARIA

Curso 2018/2019 **23 de mayo de 2019**

Nombre y apellidos:	***Grupo:***

EJERCICIO 1 **(2.5 puntos)**

Sea $\left(\mathrm{P}_3(x),<,>\right)$ el espacio vectorial euclídeo con producto escalar usual, y sean los siguientes subconjuntos:

$$S \equiv \left\{ p(x) = a\,x^3 + b\,x^2 + c\,x + d \in \mathrm{P}_3(x) \,/\, \int_{-3}^{3} p(x)\,dx = 0 \quad \wedge \quad \forall a,b,c,d \in \mathbb{R} \right\}$$

$$T \equiv \mathcal{L}\left\{ p_1(x) = x^3 - 3x^2,\, p_2(x) = 1 \right\} \subset \mathrm{P}_3(x)$$

(1.) Compruebe que S es un subespacio vectorial.
(2.) Determine una base y dimensión del subespacio vectorial S .
(3.) Obtenga una base y dimensión del subespacio vectorial $S \bigcap T$.
(4.) Logre una base y dimensión del subespacio vectorial $S + T$.
(5.) ¿Son S y T complementarios? Razone la respuesta.

EJERCICIO 2 **(2.5 puntos)**

Sea $A \in \mathrm{M}_{3\times 3}(\mathbb{R})$ la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 4a \\ 1 & 0 & -6a-2 \\ 0 & 1 & 2a+3 \end{pmatrix}$$

(1.) Obtenga su polinomio característico para $\forall a \in \mathbb{R}$ haciendo uso de adjuntos. Determine sus valores propios.
(2.) Determine para qué valores de $a \in \mathbb{R}$ es la matriz A diagonalizable.
(3.) ¿Es posible obtener una base de $\mathbb{R}^3$ compuesta por vectores propios? ¿Y una compuesta por vectores propios ortonormales? Razone las respuestas. En caso afirmativo, diagonalize la matriz A haciendo uso de esa base.

EJERCICIO 3 **(2.5 puntos)**

Para el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{aligned} 3x - 2y + z &= 2 \\ 2x - y + z &= 1 \\ x + y - a\,z &= 1 \\ 2x + b\,y + z &= 1 \end{aligned}$$

(1.) Clasifique el sistema de ecuaciones lineales para $\forall a,b \in \mathbb{R}$ y resuelva el sistema cuando sea compatible.

EJERCICIO 4 **(2.5 puntos)**

Responda las siguientes cuestiones razonando las respuestas:

(1.) Sean el vector $\vec{x}$ del subespacio S *y* el vector $\overrightarrow{x'}$ la mejor aproximación de $\vec{x}$ en el subespacio $S^{\perp}$. ¿De qué particularidad nos percatamos al obtener $\overrightarrow{x'}$?

(2.) En el procedimiento para calcular $S^{\perp}$,¿la base de S debe ser ortogonal?

(3.) Sea un base $B=\{\bar{u}_1,\bar{u}_2,\bar{u}_3\}$ no ortogonal únicamente debido a que $\bar{u}_2$ y $\bar{u}_3$ no son ortogonales, el resto de vectores son ortogonales dos a dos. Determine cómo se implementaría el método de ortogonalización de Gram-Schmidt. ¿Qué particularidad/particularidades se da/dan en las proyecciones?

(4.) En el proceso de diagonalización de una matriz simétrica $A\in M_{3x3}(\mathbb{R})$, ¿qué se debería hacer para obtener una base ortonormal formada por vectores propios asociados a los valores propios $\lambda_1=1$, $\lambda_2=2$ y $\lambda_3=3$?

(5.) ¿Pueden ser $\lambda_1=2$, $\lambda_2=4$ y $\lambda_3=6$ los valores propios de una matriz singular $A\in M_{3x3}(\mathbb{R})$?