EDO LINEALES DE ORDEN SUPERIOR

1. Hallar las soluciones generales de las ecuaciones homogéneas:

a) $x''' + 3x'' - 4x = 0$ R: $x = C_1 e^t + (C_2 + C_3 t)e^{-2t}$

b) $y''' - y'' - y' - 15y = 0$ R: $y = e^{-x}(A\cos 2x + B\,\mathrm{sen}\,2x) + Ce^{3x}$

c) $x^{IV} + 3x'' - 4x = 0$ R: $x = C_1 e^t + C_2 e^{-t} + C_3 \cos 2t + C_4\,\mathrm{sen}\,2t$

d) $y^{IV} - 7y'' - 4y' + 20y = 0$ R: $y = (A + Bx)e^{2x} + e^{-2x}(C\cos x + D\,\mathrm{sen}\,x)$

---

2. Aplicar el método de los coeficientes indeterminados para resolver las ecuaciones con valor inicial:

a) $\begin{cases} x''(t) - 4x'(t) + 4x(t) = e^t(1 + te^t) \\ x(0) = x'(0) = 0 \end{cases}$ R: $x = \dfrac{(t^3 + 6t - 6)e^{2t}}{6} + e^t$

b) $\begin{cases} x''' - 6x'' + 11x' - 6x = e^{2t} - 6t^2 + 4t - 3 \\ x(0) = 4,\ x'(0) = x''(0) = 2 \end{cases}$ R: $x = 2e^t - (4 + t)e^{2t} + 2e^{3t} + t^2 + 3t + 4$

c) $\begin{cases} y'' + y = 2(\cos x + \mathrm{sen}\,x) \\ y(0) = 1,\ y'(0) = -1 \end{cases}$ R: $y = (1 - x)\cos x + x\,\mathrm{sen}\,x$

d) $\begin{cases} x'' + 2x' + x = 6te^{-t} \\ x(0) = 1,\ x'(0) = -2 \end{cases}$ R: $x = (1 - t + t^3)e^{-t}$

---

3. Utilizar el método de variación de parámetros para resolver las ecuaciones

a) $y'' + y = \dfrac{1}{\cos x}$ R: $y = A\cos x + B\,\mathrm{sen}\,x + x\,\mathrm{sen}\,x + \cos x \ln|\cos x|$

b) $y'' - 6y' + 9y = \dfrac{e^{3x}}{x^2}$ R: $y = (A + Bx - \ln x)e^{3x}$

c) $x'' - 3x' + 2x = -\dfrac{e^{2t}}{e^t + 1}$ R: $x = C_1 e^t + C_2 e^{2t} + e^t \ln(e^t + 1) + e^{2t}\ln(e^{-t} + 1)$

---

4. Resolver las ecuaciones de Euler:

a) $x^2 y'' - xy' = -2 - x\ln x$ R: $y = C_1 + C_2 x^2 + (x + 1)\ln x$

b) $(x + 2)^2 y'' - (x + 2)y' + y = 3x + 4$ R: $y = \left(\dfrac{A + B\ln(x + 2) + 3\ln^2(x + 2)}{2}\right)(x - 2) - 2$

---

5. Conocida una solución particular de la homogénea integrar las ecuaciones:

a) $\begin{cases} x^2(\ln x - 1)y'' - xy' + y = 0 \\ y_1 = x \end{cases}$ R: $y = C_1 x + C_2 \ln x$

b) $\begin{cases} y'' + (\mathrm{tg}\,x - 2\,\mathrm{ctg}\,x)y + 2y\,\mathrm{ctg}^2 x = 0 \\ y_1 = \mathrm{sen}\,x \end{cases}$ R: $y = (C_1 + C_2\,\mathrm{sen}\,x)\,\mathrm{sen}\,x$

c) $\begin{cases} xy'' + 2(1-x)y' + (x-2)y = 2e^x \\ y_1 = e^x \end{cases}$ R: $y = (Ax^{-1} + B + x)e^x$

d) $\begin{cases} x(2x+3)y'' - 6(x+1)y' + 6y = 4x^3(2x+3)^2 \\ y_1 = x^3 \end{cases}$ R: $y = Ax^3 + B(x+1) + x^5 + 3x^4$

---

6. Integrar las ecuaciones diferenciales:

a) $\begin{cases} y^3 y'' = 1 \\ y(0) = y'(0) = 1 \end{cases}$ R: $y^2 = 2x^2 + 2x + 1$

b) $xy''' - 2y'' = 0$ R: $y = Ax^4 + Bx + C$

---

7. Para la siguiente ecuaciòn diferencial, $x''(t) - 4x'(t) + 3x(t) = 8te^{3t}$, identificar qué tipo de solución particular se ensayaría si se usase el método de los coeficientes indeterminados.

R: $X = (At^2 + Bt)e^{3t}$

---

8. Utilizando el método de los coeficientes indeterminados y el método de variación de parámetros obtener la solución general de la siguiente ecuación diferencial:

$$x''(t) - 7x'(t) + 6x(t) = \sin(t)$$

R: $x = Ae^{6t} + Be^t + \dfrac{7}{74}\cos t + \dfrac{5}{74}\sin t$

---

9. Utilizando el método de los coeficientes indeterminados obtener la solución general de la siguiente ecuación diferencial:

$$y^{IV} - y = x^3 + 1$$

R: $x = C_1 e^x + C_2 e^{-x} + C_3 \cos x + C_4 \sin x - x^3 - 1$

---

10. Resolver la siguiente ecuación diferencial: $y'' + y = \tan x$

R: $y = A\cos x + B\sin x - \cos x \ln(\tan(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}))$

---

11. Obtener la solución general de la siguiente ecuación diferencial:

$$y'' - y = \frac{2}{1+e^x}$$

R: $y = C_1 e^x + C_2 e^{-x} - 1 - xe^x + (e^x - e^{-x})\ln(1+e^x)$

---

12. La siguiente ecuación diferencial tiene una solución particular de la forma $y_1 = \sin^3 x$:

$$y'' + (\tan x - 3\cot x)y' + 3\cot^2 x \cdot y = 0$$

Obtener su solución general.

R: $y = A\sin^3 x + B\sin x$
