Lenguajes, Computación y Sistemas Inteligentes

Grado en Ingeniería Informática de Gestión y Sistemas de Información
Escuela de Ingeniería de Bilbao (UPV/EHU)
Departamento de Lenguajes y Sistemas Informáticos
2º curso
Curso académico: 2023-2024
Grupo 16
Tema 4: λ-cálculo
0,700 puntos

Modelo de examen

Índice

4.1 Renombramiento (0,100 puntos) 1
4.2 Sustitución (0,200 puntos) 2
4.3 β-reducción (0,400 puntos) 2

****

4.1 Renombramiento (0,100 puntos)

Dados un λ-término E y dos variables γ y δ, la operación que consiste en renombrar en E todas las apariciones de la variable γ mediante la variable δ se representa como $(E\{\delta/\gamma\})$ y su **definición inductiva** es la siguiente:

(B1) Si E es la variable γ:
$(\gamma\{\delta/\gamma\}) \equiv \delta$.

(B2) Si E es una variable π distinta a γ:
$(\pi\{\delta/\gamma\}) \equiv \pi$.

(B3) Si E tiene la forma (QR), siendo Q y R dos λ-términos:
$((QR)\{\delta/\gamma\}) \equiv ((Q\{\delta/\gamma\})(R\{\delta/\gamma\}))$.

(B4) Si E tiene la forma $(\lambda\gamma.Q)$, siendo Q un λ-término:
$((\lambda\gamma.Q)\{\delta/\gamma\}) \equiv (\lambda\delta.(Q\{\delta/\gamma\}))$.

(B5) Si E tiene la forma $(\lambda\pi.Q)$, siendo π una variable distinta de γ y siendo Q un λ-término:
$((\lambda\pi.Q)\{\delta/\gamma\}) \equiv (\lambda\pi.(Q\{\delta/\gamma\}))$.

Realizar paso a paso el siguiente renombramiento, indicando el caso —(B1), (B2), etc.— utilizado en cada paso:

$((h(\lambda h.(h(\lambda h.((hj)g)))))\{j/h\})$

¿Son α-equivalentes el λ-término original y el λ-término obtenido tras realizar el renombramiento?

4.2 Sustitución (0,200 puntos)

Dados dos λ-términos E y S y una variable γ, la operación que consiste en sustituir en E todas las apariciones libres de la variable γ por la expresión S se representa como $(E[S/\gamma])$. En la operación de sustitución, las variables que son libres en S han de seguir siendo libres en los sitios donde se haya colocado S dentro de E. La **definición inductiva** de $(E[S/\gamma])$ es la siguiente:

(O1) Si E es la variable γ:
$(\gamma[S/\gamma]) \equiv S$.

(O2) Si E es una variable π distinta a γ:
$(\pi[S/\gamma]) \equiv \pi$.

(O3) Si E tiene la forma (QR), siendo Q y R dos λ-términos:
$((QR)[S/\gamma]) \equiv ((Q[S/\gamma])(R[S/\gamma]))$.

(O4) Si E tiene la forma $(\lambda\gamma.Q)$, siendo Q un λ-término:
$((\lambda\gamma.Q)[S/\gamma]) \equiv (\lambda\gamma.Q)$.

(O5) Si E tiene la forma $(\lambda\pi.Q)$, siendo π una variable distinta de γ y siendo Q un λ-término y se cumple o bien $\pi \notin \mathsf{libres}(S)$ o bien $\gamma \notin \mathsf{libres}(Q)$:
$((\lambda\pi.Q)[S/\gamma]) \equiv (\lambda\pi.(Q[S/\gamma]))$.

(O6) Si E tiene la forma $(\lambda\pi.Q)$, siendo π una variable distinta de γ y siendo Q un λ-término y se cumple $\pi \in \mathsf{libres}(S)$ y se cumple $\gamma \in \mathsf{libres}(Q)$:
$((\lambda\pi.Q)[S/\gamma]) \equiv (\lambda\rho.((Q\{\rho/\pi\})[S/\gamma]))$,
donde ρ es una variable para la cual se cumple $\rho \notin \mathsf{variables}(S)$ y se cumple $\rho \notin \mathsf{variables}(Q)$.

Realizar paso a paso la siguiente sustitución, indicando el caso —(O1), (O2), etc.— utilizado en cada paso:

$((h(\lambda g.(h(\lambda h.((hf)g)))))[(\lambda z.(hg))/h])$

4.3 β-reducción (0,400 puntos)

La regla de la β-reducción es la siguiente:

$$((\lambda\gamma.Q)R) \ \to_\beta (Q[R/\gamma])$$

donde Q y R son dos λ-términos y γ es una variable.

Calcular paso a paso —indicando dónde se aplica la β-reducción en cada paso— la forma β-normal del siguiente λ-término:

$(\textsc{not}(\textsc{not}\ \textsc{true}))$

donde los esquemas de los λ-términos NOT, TRUE y FALSE son los siguientes:

- $\textsc{not} \equiv (\lambda\delta.((\delta\ \textsc{false})\textsc{true}))$. Este esquema representa $(\neg\delta)$.
- $\textsc{true} \equiv (\lambda\gamma_1.(\lambda\gamma_2.\gamma_1))$
- $\textsc{false} \equiv (\lambda\rho_1.(\lambda\rho_2.\rho_2))$