39. (Abril 2009 #1) Predicados par(x) y sumado(D(1..r), (d_1, d_2, …, d_r), E(1..r), (e_1, e_2, …, e_r), pos) y programa que suma los elementos pares de A(1..n) a los elementos de B(1..n) que ocupan la misma posición, dejando un 0 en esas posiciones de A(1..n). -- #

a) par(x) ≡ $\{x \bmod 2 = 0\}$

b) sumado(D(1..r), (d_1, d_2, …, d_r), E(1..r), (e_1, e_2, …, e_r), pos) ≡

$$\{(0 \le pos \le r) \wedge \forall k\,(1 \le k \le pos \rightarrow ((par(d_k) \rightarrow (D(k) = 0 \wedge E(k) = d_k + e_k)) \wedge \wedge (\neg par(d_k) \rightarrow (D(k) = d_k \wedge E(k) = e_k))))\}$$

También es posible dar la siguiente fórmula:

$$\{(0 \le pos \le r) \wedge \forall k\,(1 \le k \le pos \wedge par(d_k) \rightarrow (D(k) = 0 \wedge E(k) = d_k + e_k)) \wedge \forall k\,(1 \le k \le pos \wedge \neg par(d_k) \rightarrow (D(k) = d_k \wedge E(k) = e_k))\}$$

c) Las aserciones se darán en el orden en el que es más natural formularlas:

(1) {Precondición} ≡ $\{n \ge 1 \wedge \forall k\,(1 \le k \le n \rightarrow (A(k) = a_k \wedge B(k) = b_k))\}$

(2) {Aserción intermedia} ≡ {Precondición $\wedge$ $i = 0$}

(8) {Postcondición} ≡

{sumado(A(1..n), (a_1, a_2, …, a_n), B(1..n), (b_1, b_2, …, b_n), n)}

(3) {Invariante} ≡

{$(0 \le i \le n)$ $\wedge$ sumado(A(1..n), (a_1, a_2, …, a_n), B(1..n), (b_1, b_2, …, b_n), i)}

(4) {Aserción intermedia} ≡

{$(0 \le i \le n - 1)$ $\wedge$

sumado(A(1..n), (a_1, a_2, …, a_n), B(1..n), (b_1, b_2, …, b_n), i)}

(5) {Aserción intermedia} ≡

{$(1 \le i \le n)$ $\wedge$

sumado(A(1..n), (a_1, a_2, …, a_n), B(1..n), (b_1, b_2, …, b_n), $i - 1$)}

(6) {Aserción intermedia} ≡

{$(1 \le i \le n)$ $\wedge$ sumado(A(1..n), (a_1, a_2, …, a_n), B(1..n), (b_1, b_2, …, b_n), $i - 1$),

$\wedge$ par(A(i)) $\wedge$ $A(i) = a_i$ $\wedge$ $B(i) = b_i$}

Se puede abreviar como:

(6) {Aserción intermedia} ≡ {(5) $\wedge$ par(A(i)) $\wedge$ $A(i) = a_i$ $\wedge$ $B(i) = b_i$}

(7) {Aserción intermedia} ≡
$\{(1 \le i \le n) \wedge \text{sumado}(A(1..n), (a_1, a_2, \ldots, a_n), B(1..n), (b_1, b_2, \ldots, b_n), i - 1),$
$\wedge\ \text{par}(A(i)) \wedge A(i) = a_i \wedge B(i) = A(i) + b_i\}$

Se puede abreviar como:
(7) {Aserción intermedia} ≡ $\{(6) \wedge \text{par}(A(i)) \wedge A(i) = a_i \wedge B(i) = A(i) + b_i\}$

(10) {Aserción intermedia} ≡
$\{(1 \le i \le n) \wedge \text{sumado}(A(1..n), (a_1, a_2, \ldots, a_n), B(1..n), (b_1, b_2, \ldots, b_n), i - 1),$
$\wedge\ \text{par}(a_i) \wedge A(i) = 0 \wedge B(i) = a_i + b_i\}$

Aserción que se cumple tras ejecutar la asignación A(i) : = 0; dentro de la rama then. No se puede abreviar.

Se puede abreviar como:
(10) {Aserción intermedia} ≡ $\{(6) \wedge \text{par}(a_i) \wedge A(i) = 0 \wedge B(i) = a_i + b_i\}$

Pero <u>hay otra opción</u> para el punto (10). La cuestión es que el predicado $\text{sumado}(A(1..n), (a_1, a_2, \ldots, a_n), B(1..n), (b_1, b_2, \ldots, b_n), i - 1)$
dice que en las posiciones que van desde la posición 1 hasta la i – 1 ya se han hecho los cambios necesarios y por la formula $\text{par}(a_i) \wedge A(i) = 0 \wedge B(i) = a_i + b_i$ ya sabemos que también se ha hecho el cambio de la posición i. Por tanto tenemos que ya se han hecho los cambios necesarios en las posiciones que van desde la posición 1 hasta la i y eso se puede expresar poniendo i (en vez de i – 1) en el predicado sumado:

(10) {Aserción intermedia} ≡
$\{(1 \le i \le n) \wedge \text{sumado}(A(1..n), (a_1, a_2, \ldots, a_n), B(1..n), (b_1, b_2, \ldots, b_n), i),$
$\wedge\ \text{par}(a_i)\}$

(11) {Aserción intermedia} ≡
$\{(1 \le i \le n) \wedge \text{sumado}(A(1..n), (a_1, a_2, \ldots, a_n), B(1..n), (b_1, b_2, \ldots, b_n), i)\}$

Aserción que se cumple tras finalizar el if. como no se sabe si se ha ido por la rama then o no, no se puede asegurar que se cumpla $\text{par}(a_i)$.

(9) E = n – i

Las partes coloreadas resaltan los cambios que hay de una aserción a otra.