40. (Abril 2009 #2) Predicados opuestos(C(1..r), D(1..r)) y cambioneg(C(1..r), (c_1, c_2, …, c_r), D(1..r), (d_1, d_2, …, d_r), pos) y programa que dados dos vectores A(1..n) y B(1..n) de signo opuesto, intercambia cada elemento negativo de A(1..n) por el elemento que ocupa la misma posición de B(1..n). -- #

a) opuestos(C(1..r), D(1..r)) ≡

$\{\forall k\ (1 \le k \le r \rightarrow ((C(k) < 0 \rightarrow D(k) \ge 0) \wedge (C(k) \ge 0 \rightarrow D(k) < 0)))\}$

b) cambioneg(C(1..r), (c_1, c_2, …, c_r), D(1..r), (d_1, d_2, …, d_r), pos) ≡

$\{(0 \le pos \le r) \wedge$

$\forall k\ (1 \le k \le pos \rightarrow ((c_k < 0 \rightarrow (C(k) = d_k \wedge D(k) = c_k)) \wedge$

$\wedge (c_k \ge 0 \rightarrow (C(k) = c_k \wedge D(k) = d_k))))\}$

c) Las aserciones se darán en el orden en el que es más natural formularlas:

(1) {Precondición} ≡ $\{n \ge 1 \wedge \text{opuestos}(A(1..n), B(1..n)) \wedge$

$\forall k\ (1 \le k \le n \rightarrow (A(k) = a_k \wedge B(k) = b_k))\}$

(2) {Aserción intermedia} ≡ $\{(1) \wedge i = 0\}$

(9) {Postcondición} ≡

$\{\text{cambioneg}(A(1..n), (a_1, a_2, \ldots, a_n), B(1..n), (b_1, b_2, \ldots, b_n), n)\}$

(3) {Invariante} ≡

$\{(0 \le i \le n) \wedge \text{cambioneg}(A(1..n), (a_1, a_2, \ldots, a_n), B(1..n), (b_1, b_2, \ldots, b_n), i)\}$

(4) {Aserción intermedia} ≡

$\{(0 \le i \le n - 1) \wedge$

$\text{cambioneg}(A(1..n), (a_1, a_2, \ldots, a_n), B(1..n), (b_1, b_2, \ldots, b_n), i)\}$

(5) {Aserción intermedia} ≡

$\{(0 \le i \le n - 1) \wedge$

$\text{cambioneg}(A(1..n), (a_1, a_2, \ldots, a_n), B(1..n), (b_1, b_2, \ldots, b_n), i)$

$\wedge A(i + 1) < 0 \wedge A(i + 1) = a_{i+1} \wedge B(i + 1) = b_{i+1}\}$

(5) se puede abreviar como sigue:

(5) ≡ $\{(4) \wedge A(i + 1) < 0 \wedge A(i + 1) = a_{i+1} \wedge B(i + 1) = b_{i+1}\}$

(6) {Aserción intermedia} ≡

$\{(0 \le i \le n - 1) \wedge$

$\text{cambioneg}(A(1..n), (a_1, a_2, \ldots, a_n), B(1..n), (b_1, b_2, \ldots, b_n), i)$

$\wedge A(i + 1) < 0 \wedge A(i + 1) = a_{i+1} \wedge B(i + 1) = b_{i+1} \wedge aux = A(i + 1)\}$

(6) se puede abreviar como sigue:

(6) ≡ $\{(5) \wedge aux = A(i + 1)\}$

(7) {Aserción intermedia} ≡

$\{(0 \le i \le n - 1) \wedge$

cambioneg(A(1..n), $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$, B(1..n), $(b_1, b_2, \ldots, b_n)$, i)

$\wedge\ a_{i+1} < 0 \wedge A(i + 1) = B(i + 1) \wedge B(i + 1) = b_{i+1} \wedge aux = a_{i+1}\}$

(7) se puede abreviar como sigue:

$(7) \equiv \{(4) \wedge a_{i+1} < 0 \wedge A(i + 1) = B(i + 1) \wedge B(i + 1) = b_{i+1} \wedge aux = a_{i+1}\}$

(11) {Aserción intermedia} ≡

$\{(0 \le i \le n - 1) \wedge$

cambioneg(A(1..n), $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$, B(1..n), $(b_1, b_2, \ldots, b_n)$, i)

$\wedge\ a_{i+1} < 0 \wedge A(i + 1) = b_{i+1} \wedge B(i + 1) = aux \wedge aux = a_{i+1}\}$

El punto (11) se cumple justo después de la asignación B(i + 1) : = aux;

(11) se puede abreviar como sigue:

$(11) \equiv \{(4) \wedge a_{i+1} < 0 \wedge A(i + 1) = b_{i+1} \wedge B(i + 1) = aux \wedge aux = a_{i+1}\}$

Pero hay otra opción para el punto (11). La cuestión es que el predicado cambioneg(A(1..n), $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$, B(1..n), $(b_1, b_2, \ldots, b_n)$, i) dice que en las posiciones que van desde la posición 1 hasta la i ya se han hecho los cambios necesarios y por la formula $a_{i+1} < 0 \wedge A(i + 1) = b_{i+1} \wedge B(i + 1) = aux \wedge aux = a_{i+1}$ ya sabemos que también se ha hecho el cambio de la posición i + 1. Por tanto tenemos que ya se han hecho los cambios necesarios en las posiciones que van desde la posición 1 hasta la i + 1 y eso se puede expresar poniendo i + 1 (en vez de i) en el predicado *cambioneg*:

(11) {Aserción intermedia} ≡

$\{(0 \le i \le n - 1) \wedge$

cambioneg(A(1..n), $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$, B(1..n), $(b_1, b_2, \ldots, b_n)$, i + 1) $\wedge$

$a_{i+1} < 0 \wedge aux = a_{i+1}\}$

Al poner i + 1 en el predicado, ya no hace falta poner $A(i + 1) = b_{i+1} \wedge B(i + 1) = aux$ porque eso queda dicho mediante el predicado.

(8) {Aserción intermedia} ≡

$\{(0 \le i \le n - 1) \wedge$

cambioneg(A(1..n), $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$, B(1..n), $(b_1, b_2, \ldots, b_n)$, i + 1)}

La diferencia entre el (8) y el (11) es que en el (8) no sabemos si la condición del if se ha cumplido y por ello no podemos poner $a_{i+1} < 0 \wedge aux = a_{i+1}$.

(12) {Aserción intermedia} ≡
{$(1 \le i \le n) \wedge$
cambioneg(A(1..n), (a_1, a_2, …, a_n), B(1..n), (b_1, b_2, …, b_n), i)}

(10) E = n – i

Las partes coloreadas resaltan los cambios que hay de una aserción a otra.