SOLUCIONES PARA LOS EJERCICIOS DEL TEMA 2
ESPECIFICACIÓN Y DOCUMENTACIÓN DE PROGRAMAS

ÍNDICE

a) Fórmulas, predicados y variables libres y ligadas 3
1. par 3
2. impar 3
3. potencia 3
4. potdos 3
5. todosmayores 3
6. algunpositivo 3
7. todospositivos 3
8. digitos 3
9. numpares 3
10. todospares 4
11. denotatodospares 4
12. vecesseccion 4
13. veces 4
14. todosdistintos 4
15. masvecesque 4
16. mismonumveces 5
17. almenosdosrep 5
18. justodosrep 5
19. todosdosvecesomas 5
20. todosjustodosveces 5
21. primo 6
22. sumaconsecutivos 6
23. sumaintervalo 6
24. sumaintervalo2 6
25. sumapospares 6
26. sumapares 6
27. sumamayores 6
28. productoprimos 6
29. sumacontiguos 7
30. aparece 7
31. aparecenambos 7
32. mayoresdistintos 7
33. dostresmult 7
34. multposicion 8
35. pospares positivos 8
36. mayormenor 8
37. unnegninguncero 8
38. primerapos 8
39. denotaaparece 8
40. denotaantes 9
41. paresceros 9
42. todospotdos 9
43. minimo 9
44. maximoseccion 9

45. numprimosseccion 9
46. ultimosiguales 9
47. distintoshastaposicion 10
48. apareceizquierda 10
49. apareceizquierda2 10
50. rotacionderecha 10
51. rotacionizquierda 10
52. disjuntos 11
53. maspositivos 11
54. permutacion 11
55. palindromo 11
56. almenosunpardif 12
57. justounpardif 12
58. numposmismovalor 12
59. mismasvecesvectores 12
60. numero 12
61. numcapicua 12
62. contieneveces 13
63. subvectorseccion 13
64. subvector 13
65. almenosparcomun 13
66. justoparcomun 14
67. almenosparcomunpos 14
68. justoparcomunpos 14
69. primosconsec 14
70. indicemax 14
71. indicemin 14
72. creciente 14
73. inverso 14
74. norep 15
75. nosecsumanula 15
76. noparcerosconsec 15
77. todosdosveces 15
78. tresdisjuntos 15
79. seleccionpositivos 15
80. particion 15
81. primerosprimosorden 15
82. maximominimounavez 16

a) Fórmulas, predicados y variables libres y ligadas

1. par

par(x) ≡ x mod 2 = 0

Variables libres: x Variables ligadas: ---

2. impar

(i) impar(x) ≡ ¬par(x)

Variables libres: x Variables ligadas: ---

(ii) impar(x) ≡ x mod 2 ≠ 0

Variables libres: x Variables ligadas: ---

3. potencia

potencia(x, w) ≡ $\exists k(k \geq 0 \land x = w^k)$

Variables libres: x, w Variables ligadas: k

4. potdos

(i) potdos(x) ≡ potencia(x, 2)

Variables libres: x Variables ligadas: ---

(ii) potdos(x) ≡ $\exists k(k \geq 0 \land x = 2^k)$

Variables libres: x Variables ligadas: k

5. todosmayores

todosmayores(x, A(1..n)) ≡ $\forall k(1 \leq k \leq n \rightarrow A(k) > x)$

Variables libres: x, A(1..n) Variables ligadas: k

6. algunpositivo

algunpositivo(A(1..n)) ≡ $\exists k(1 \leq k \leq n \land A(k) > 0)$

Variables libres: A(1..n) Variables ligadas: k

7. todospositivos

(i) todospositivos(A(1..n)) ≡ todosmayores(0, A(1..n))

Variables libres: A(1..n) Variables ligadas: ---

(ii) todospositivos(A(1..n)) ≡ $\forall k(1 \leq k \leq n \rightarrow A(k) > 0)$

Variables libres: A(1..n) Variables ligadas: k

8. digitos

digitos(A(1..n)) ≡ $\forall k(1 \leq k \leq n \rightarrow 0 \leq A(k) \leq 9)$

Variables libres: A(1..n) Variables ligadas: k

También es posible escribir $A(k) \geq 0 \land A(k) \leq 9$ en vez de $0 \leq A(k) \leq 9$

9. numpares

numpares(x, A(1..n)) ≡ $Nk(1 \leq k \leq n \land par(A(k))) = x$

Variables libres: x, A(1..n) Variables ligadas: k

10. todospares

(i) $todospares(A(1..n)) \equiv numpares(n, A(1..n))$
Variables libres: A(1..n) Variables ligadas: ---

(ii) $todospares(A(1..n)) \equiv \forall k(1 \le k \le n \rightarrow par(A(k)))$
Variables libres: A(1..n) Variables ligadas: k

11. denotatodospares

(i) $denotatodospares(p, A(1..n)) \equiv p \leftrightarrow todospares(A(1..n))$
Variables libres: p, A(1..n) Variables ligadas: ---

(ii) $denotatodospares(p, A(1..n)) \equiv p \leftrightarrow \forall k(1 \le k \le n \rightarrow par(A(k)))$
Variables libres: p, A(1..n) Variables ligadas: k

12. vecesseccion

$vecesseccion(pos1, pos2, x, v, A(1..n)) \equiv$
$1 \le pos1 \le n + 1 \wedge 0 \le pos2 \le n \wedge Nk(pos1 \le k \le pos2 \wedge A(k) = x) = v$
Variables libres: pos1, pos2, x, v, A(1..n) Variables ligadas: k

13. veces

(i) $veces(x, v, A(1..n)) \equiv vecesseccion(1, n, x, v, A(1..n))$
Variables libres: x, v, A(1..n) Variables ligadas: ---

(ii) $veces(x, v, A(1..n)) \equiv Nk(1 \le k \le n \wedge A(k) = x) = v$
Variables libres: x, v, A(1..n) Variables ligadas: k

14. todosdistintos

(i) $todosdistintos(pos1, pos2, A(1..n)) \equiv$
$1 \le pos1 \le n + 1 \wedge 0 \le pos2 \le n \wedge$
$\forall k(pos1 \le k \le pos2 \rightarrow vecesseccion(pos1, pos2, A(k), 1, A(1..n)))$
Variables libres: pos1, pos2, A(1..n) Variables ligadas: k

(ii) $todosdistintos(pos1, pos2, A(1..n)) \equiv$
$1 \le pos1 \le n + 1 \wedge 0 \le pos2 \le n \wedge$
$\forall k(pos1 \le k \le pos2 \rightarrow \forall j(pos1 \le j \le pos2 \wedge j \ne k \rightarrow A(j) \ne A(k)))$
Variables libres: A(1..n) Variables ligadas: k, j
En esta segunda versión cada $\forall$ ha de llevar necesariamente una variable distinta (por ejemplo k y j) porque una está anidada dentro de la otra.

15. masvecesque

$masvecesque(x, y, A(1..n)) \equiv$
$\equiv Nk(1 \le k \le n \wedge A(k) = x) > Nj(1 \le j \le n \wedge A(j) = y)$
Variables libres: x, y, A(1..n) Variables ligadas: k, j

En este caso como las dos apariciones de la función N son independientes, es decir, no están anidadas, se podría utilizar la misma letra (por ejemplo k) para las dos N's:
$masvecesque(x, y, A(1..n)) \equiv$
$\equiv Nk(1 \le k \le n \wedge A(k) = x) > Nk(1 \le k \le n \wedge A(k) = y)$
Variables libres: x, y, A(1..n) Variables ligadas: k

16. mismonumveces

mismonumveces(x, y, A(1..n)) ≡

$\equiv x \neq y \wedge Nk(1 \leq k \leq n \wedge A(k) = x) = Nj(1 \leq j \leq n \wedge A(j) = y)$

Variables libres: x, y, A(1..n) Variables ligadas: k, j

También en este caso como las dos apariciones de la función N son independientes, es decir, no están anidadas, se podría utilizar la misma letra (por ejemplo k) para las dos N's:

mismonumveces(x, y, A(1..n)) ≡

$\equiv Nk(1 \leq k \leq n \wedge A(k) = x) = Nk(1 \leq k \leq n \wedge A(k) = y)$

Variables libres: x, y, A(1..n) Variables ligadas: k

17. almenosdosrep

almenosdosrep(A(1..n)) ≡

$\equiv \exists k(1 \leq k \leq n \wedge \exists j(1 \leq j \leq n \wedge k \neq j \wedge A(j) = A(k)))$

Variables libres: A(1..n) Variables ligadas: k, j

Cada ∃ ha de llevar necesariamente una variable distinta (por ejemplo k y j) porque una está anidada dentro de la otra.

18. justodosrep

justodosrep(A(1..n)) ≡

$\equiv Nk(1 \leq k \leq n \wedge \exists j(1 \leq j \leq n \wedge k \neq j \wedge A(j) = A(k))) = 2$

Variables libres: A(1..n) Variables ligadas: k, j

En este caso N y ∃ han de llevar necesariamente una variable distinta (por ejemplo k y j) porque una está anidada dentro de la otra.

19. todosdosvecesomas

todosdosvecesomas(A(1..n)) ≡

$\forall k(1 \leq k \leq n \rightarrow \exists j(1 \leq j \leq n \wedge j \neq k \wedge A(j) = A(k)))$

Variables libres: A(1..n) Variables ligadas: k, j

Las dos letras k y j son necesarias porque el cuantificador ∃ está anidado dentro del cuantificador ∀.

20. todosjustodosveces

(i)

todosjustodosveces (A(1..n)) ≡ ∀k(1 ≤ k ≤ n → veces(A(k), 2, A(1..n)))

Variables libres: A(1..n) Variables ligadas: k

(ii)

todosjustodosveces(A(1..n)) ≡

$\equiv \forall k(1 \leq k \leq n \rightarrow (Nj(1 \leq j \leq n \wedge j \neq k \wedge A(k) = A(j)) = 1))$

Variables libres: A(1..n) Variables ligadas: k, j

Las dos letras k y j son necesarias porque la función N está anidada dentro del cuantificador ∀.

21. primo

primo(x) ≡ x ≥ 1 ∧ Nk(1 ≤ k ≤ x ∧ x mod k = 0) = 2

Variables libres: x Variables ligadas: k

22. sumaconsecutivos

sumaconsecutivos(z) ≡ ∃k(k ≥ 1 ∧ z = $\sum_{\ell=1}^{k} \ell$)

Variables libres: z Variables ligadas: k, ℓ

Las dos letras k y ℓ son necesarias porque la función Σ está anidada dentro del cuantificador ∃.

23. sumaintervalo

sumaintervalo(x, w, s, A(1..n)) ≡ 1 ≤ x ≤ w ∧ x ≤ w ≤ n ∧ s = $\sum_{k=x}^{w} A(k)$

Variables libres: x, w, s, A(1..n) Variables ligadas: k

En vez de 1 ≤ x ≤ w ∧ x ≤ w ≤ n se puede escribir también 1 ≤ x ≤ w ≤ n.

24. sumaintervalo2

sumaintervalo2(x, y, A(1..n)) ≡ sumaintervalo(x, y, n, A(1..n))

Variables libres: x, y, A(1..n) Variables ligadas: ---

Este predicado es un caso particular del anterior, en el que la suma coincide con el número de elementos de A(1..n).

25. sumaospares

sumapospares(s, A(1..n)) ≡ s = $\sum_{1 \le k \le n \wedge par(k)} A(k)$

Variables libres: s, A(1..n) Variables ligadas: k

26. sumapares

sumapares(s, A(1..n)) ≡ s = $\sum_{1 \le k \le n \wedge par(A(k))} A(k)$

Variables libres: s, A(1..n) Variables ligadas: k

27. sumamayores

sumamayores(s, x, A(1..n)) ≡ s = $\sum_{1 \le k \le n \wedge A(k) > x} A(k)$

Variables libres: s, x, A(1..n) Variables ligadas: k

28. productoprimos

productoprimos(sp, A(1..n)) ≡ todospositivos(A(1..n)) ∧ sp = $\prod_{1 \le k \le n \wedge primo(A(k))} A(k)$

Variables libres: sp, A(1..n) Variables ligadas: k

29. sumacontiguos

sumacontiguos(s, A(1..n)) ≡ s = $\sum_{1 \le k \le n-1 \wedge A(k)+1=A(k+1)} A(k)$

Variables libres: s, A(1..n) Variables ligadas: k

En este caso hay que poner n – 1 porque consideramos los elementos de dos en dos y el último par es cuando k vale n – 1 (el par n – 1, n).

30. aparece

(i) aparece(pos1, pos2, x, A(1..n)) ≡

$\equiv 1 \le pos1 \le pos2 \le n \wedge \exists k(pos1 \le k \le pos2 \wedge A(k) = x)$

Variables libres: pos1, pos2, x, A(1..n) Variables ligadas: k

(ii) aparece(pos1, pos2, x, A(1..n)) ≡

$\equiv 1 \le pos1 \le pos2 \le n \wedge Nk(pos1 \le k \le pos2 \wedge A(k) = x) \ge 1$

Variables libres: pos1, pos2, x, A(1..n) Variables ligadas: k

31. aparecenambos

aparecenambos(x, y, A(1..n)) ≡

≡ x ≠ y ∧ aparece(1, n, x, A(1..n)) ∧ aparece(1, n, y, A(1..n))

Variables libres: x, y, A(1..n) Variables ligadas: ---

32. mayoresdistintos

(i) mayoresdistintos(x, w, A(1..n)) ≡

≡ x ≠ w ∧ todosmayores(x, A(1..n)) ∧ ¬aparece(1, n, w, A(1..n))

Variables libres: x, w, A(1..n) Variables ligadas: ---

(ii) mayoresdistintos(x, w, A(1..n)) ≡

$\equiv x \ne w \wedge \forall k(1 \le k \le n \rightarrow (A(k) > x \wedge A(k) \ne w))$

Variables libres: x, w, A(1..n) Variables ligadas: k

33. dostresmult

dostresmult(x, w, A(1..n)) ≡

$\equiv Nk(1 \le k \le n \wedge A(k) \bmod x = 0) = 2 \wedge Nj(1 \le j \le n \wedge A(j) \bmod w = 0) = 3$

Variables libres: x, w, A(1..n) Variables ligadas: k, j

Como las N's no están anidadas se puede utilizar la misma letra en ambos casos, por ejemplo k:

dostresmult(x, w, A(1..n)) ≡

$\equiv Nk(1 \le k \le n \wedge A(k) \bmod x = 0) = 2 \wedge Nk(1 \le k \le n \wedge A(k) \bmod w = 0) = 3$

Variables libres: x, w, A(1..n) Variables ligadas: k

34. multposicion

multposicion(A(1..n)) $\equiv \forall k(1 \le k \le n \to (A(k) > 0 \land A(k) \bmod k = 0))$
Variables libres: A(1..n) Variables ligadas: k

35. posparespositivos

posparespositivos(A(1..n)) $\equiv \forall k(1 \le k \le n \land par(k) \to A(k) > 0)$
Variables libres: A(1..n) Variables ligadas: k

36. mayormenor

mayormenor(x, A(1..n)) $\equiv$
$\equiv \exists k(1 \le k \le n \land A(k) > x) \land \exists j(1 \le j \le n \land A(j) < x)$
Variables libres: x, A(1..n) Variables ligadas: k, j

Como los cuatificadores $\exists$ no están anidados se puede utilizar la misma letra en ambos casos, por ejemplo k:
mayormenor(x, A(1..n)) $\equiv$
$\equiv \exists k(1 \le k \le n \land A(k) > x) \land \exists k(1 \le k \le n \land A(k) < x)$
Variables libres: x, A(1..n) Variables ligadas: k

37. unnegninguncero

(i) unnegninguncero(pos, A(1..n)) $\equiv 1 \le pos \le n \land$
$Nk(pos \le k \le n \land A(k) < 0) = 1 \land$ vecesseccion(pos, n, 0, 0, A(1..n))
Variables libres: pos, A(1..n) Variables ligadas: k

(ii) unnegninguncero(pos, A(1..n)) $\equiv 1 \le pos \le n \land$
$(Nk(pos \le k \le n \land A(k) < 0) = 1) \land (Nj(pos \le j \le n \land A(j) = 0) = 0)$
Variables libres: pos, A(1..n) Variables ligadas: k, j
Al no estar anidadas las N's, se puede utilizar k para las dos.

38. primerapos

(i) primerapos(pos, x, A(1..n)) $\equiv$
$1 \le pos \le n \land A(pos) = x \land \neg$aparece(1, pos – 1, x, A(1..n))
Variables libres: pos, x, A(1..n) Variables ligadas: ---

(ii) primerapos(pos, x, A(1..n)) $\equiv$
$1 \le pos \le n \land A(pos) = x \land \forall k(1 \le k \le pos - 1 \to A(k) \ne x)$
Variables libres: pos, x, A(1..n) Variables ligadas: k

39. denotaaparece

(i) denotaaparece(esta, x, A(1..n)) $\equiv$ esta $\leftrightarrow$ aparece(1, n, x, A(1..n))
Variables libres: esta, x, A(1..n) Variables ligadas: ---
(ii) denotaaparece(esta, x, A(1..n)) $\equiv$ esta $\leftrightarrow \exists k(1 \le k \le n \land A(k) = x)$
Variables libres: esta, x, A(1..n) Variables ligadas: k

40. denotaantes

denotaantes(antes, pos, x, A(1..n)) $\equiv$

$1 \leq pos \leq n \wedge (antes \leftrightarrow aparece(1, pos - 1, x, A(1..n)))$

Variables libres: antes, pos, x, A(1..n) Variables ligadas: ---

41. paresceros

paresceros(z, A(1..n)) $\equiv$

$\equiv Nk(1 \leq k \leq n - 1 \wedge A(k) = 0 \wedge A(k + 1) = 0) = z$

Variables libres: z, A(1..n) Variables ligadas: k

En este caso hay que poner n – 1 porque consideramos los elementos de dos en dos y el ultimo par es cuando k vale n – 1 (el par n – 1, n).

42. todospotdos

todospotdos(A(1..n)) $\equiv \forall k(1 \leq k \leq n \rightarrow potdos(A(k)))$

Variables libres: A(1..n) Variables ligadas: k

43. minimo

minimo(x, A(1..n)) $\equiv \exists k(1 \leq k \leq n \wedge A(k) = x) \wedge \forall j(1 \leq j \leq n \rightarrow A(j) \geq x)$

Variables libres: x, A(1..n) Variables ligadas: k, j

Como los cuantificadores $\exists$ y $\forall$ no están anidados, se puede utilizar la misma letra (por ejemplo k) para los dos.

44. maximoseccion

maximoseccion(i, j, x, A(1..n)) $\equiv$

$1 \leq i \leq n \wedge i \leq j \leq n \wedge \exists k(i \leq k \leq j \wedge A(k) = x) \wedge \forall h(i \leq h \leq j \rightarrow A(h) \leq x)$

Variables libres: i, j, x, A(1..n) Variables ligadas: k, h

En vez de $1 \leq i \leq n \wedge i \leq j \leq n$ se puede escribir también $1 \leq i \leq j \leq n$. Como los cuantificadores $\exists$ y $\forall$ no están anidados, se puede utilizar la misma letra (por ejemplo k) para los dos.

45. numprimosseccion

numprimosseccion(i, j, x, A(1..n)) $\equiv$

$\equiv 1 \leq i \leq j \leq n \wedge todospositivos(A(1..n)) \wedge Nk(i \leq k \leq j \wedge primo(A(k))) = x$

Variables libres: i, j, x, A(1..n) Variables ligadas: k

46. ultimosiguales

ultimosiguales(pos, A(1..n)) $\equiv$

$\equiv 1 \leq pos \leq n - 1 \wedge A(pos) = A(pos + 1) \wedge$

$\forall k(pos + 1 \leq k \leq n - 1 \rightarrow A(k) \neq A(k + 1))$

Variables libres: pos, A(1..n) Variables ligadas: k

47. distintoshastaposicion

distintoshastaposicion(pos, A(1..n)) ≡ todosdistintos(1, pos, A(1..n))

Variables libres: pos, A(1..n) Variables ligadas: ---

En este caso al utilizar el predicado "todosdistintos", por definición de ese predicado se garantiza que pos cumplirá $1 \leq pos \leq n$. De todas formas, aunque se ponga otra vez, está bien:

distintoshastaposicion(pos, A(1..n)) ≡

$\equiv 1 \leq pos \leq n \wedge$ todosdistintos(1, pos, A(1..n))

48. apareceizquierda

(i) apareceizquierda(x, A(1..n)) ≡

$\exists k(1 \leq k \leq n \wedge$ vecesseccion(1, k, x, k, A(1..n)) $\wedge$ vecesseccion(k + 1, n, x, 0, A(1..n)))

Variables libres: x, A(1..n) Variables ligadas: k

(ii) apareceizquierda(x, A(1..n)) ≡

$\exists k(1 \leq k \leq n \wedge \forall j(1 \leq j \leq k \rightarrow A(j) = x) \wedge \forall h(k + 1 \leq h \leq n \rightarrow A(h) \neq x))$

Variables libres: x, A(1..n) Variables ligadas: k, j, h

En este caso al estar los cuantificadores ∀ anidados dentro de ∃, es necesario que ∃ y ∀ lleven letras distintas (k y j por ejemplo o k y h). Pero al ser las dos fórmulas ∀ independientes entre ellas, esas dos fórmulas sí podrían utilizar la misma letra (por ejemplo las dos j en vez de utilizar una j y la otra h).

49. apareceizquierda2

(i) apareceizquierda2(x, A(1..n)) ≡

$\exists k(0 \leq k \leq n \wedge$ vecesseccion(1, k, x, k, A(1..n)) $\wedge$ vecesseccion(k + 1, n, x, 0, A(1..n)))

Variables libres: x, A(1..n) Variables ligadas: k

(ii) apareceizquierda2(x, A(1..n)) ≡

$\exists k(0 \leq k \leq n \wedge \forall j(1 \leq j \leq k \rightarrow A(j) = x) \wedge \forall h(k + 1 \leq h \leq n \rightarrow A(h) \neq x))$

Variables libres: x, A(1..n) Variables ligadas: k, j, h

La única diferencia entre las fórmulas de los ejercicios 48 y 49 es que en el primero k está en el intervalo [1..n] y en el segundo k está en el intervalo [0..n].

50. rotacionderecha

rotacionderecha(A(1..n), $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$) ≡

$A(1) = a_n \wedge \forall k(2 \leq k \leq n \rightarrow A(k) = a_{k-1})$

Variables libres: A(1..n), $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ Variables ligadas: k

51. rotacionizquierda

rotacionizquierda(A(1..n), $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$) ≡

$A(n) = a_1 \wedge \forall k(1 \leq k \leq n - 1 \rightarrow A(k) = a_{k+1})$

Variables libres: A(1..n), $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ Variables ligadas: k

52. disjuntos

(i) disjuntos(A(1..n), B(1..m)) ≡
$\forall k(1 \le k \le n \rightarrow \neg$aparece$(1, m, A(k), B(1..m)))$
Variables libres: A(1..n), B(1..m) Variables ligadas: k

(ii) disjuntos(A(1..n), B(1..m)) ≡
$\forall k(1 \le k \le n \rightarrow \neg\exists j(1 \le j \le m \wedge A(k) = B(j)))$
Variables libres: A(1..n), B(1..m) Variables ligadas: k, j
En este caso k y j son necesarias debido al anidamiento.

Otra posibilidad:
disjuntos(A(1..n), B(1..m)) ≡
$\forall k(1 \le k \le n \rightarrow \forall j(1 \le j \le m \rightarrow A(k) \ne B(j)))$
Variables libres: A(1..n), B(1..m) Variables ligadas: k, j
También en este caso k y j son necesarias debido al anidamiento.

53. maspositivos

maspositivos(A(1..n)) ≡
$Nk(1 \le k \le n \wedge A(k) < 0) < Nj(1 \le j \le n \wedge A(j) > 0) \wedge \neg$aparece$(1, n, 0, A(1..n))$

Variables libres: A(1..n) Variables ligadas: k, j

Como no hay anidamiento, es posible utilizar solo k:
$Nk(1 \le k \le n \wedge A(k) < 0) < Nk(1 \le k \le n \wedge A(k) > 0) \wedge \neg$aparece$(1, n, 0, A(1..n))$

54. permutacion

permutacion(A(1..n), B(1..n)) ≡
$$\forall k(1 \le k \le n \rightarrow (\underbrace{Nj(1 \le j \le n \wedge A(k) = A(j))}_{\text{Número de veces que aparece } A(k) \text{ en } A(1..n)} = \underbrace{Nh(1 \le h \le n \wedge A(k) = B(h))}_{\text{Número de veces que aparece } A(k) \text{ en } B(1..n)}))$$

Variables libres: A(1..n), B(1..n) Variables ligadas: k, j, h

Sería posible utilizar j con las dos N's ya que no están anidadas:
$\forall k(1 \le k \le n \rightarrow (Nj(1 \le j \le n \wedge A(k) = A(j)) = Nj(1 \le j \le n \wedge A(k) = B(j))))$

55. palindromo

palindromo(A(1..n)) ≡ $\forall k(1 \le k \le n \rightarrow A(k) = A(n - k + 1))$
Variables libres: A(1..n) Variables ligadas: k

56. almenosunpardif

almenosunpardif(A(1..n)) ≡ $\exists k(1 \leq k \leq n - 1 \wedge A(k) \neq A(k + 1))$

Variables libres: A(1..n) Variables ligadas: k

57. justounpardif

justounpardif(A(1..n)) ≡ $Nk(1 \leq k \leq n - 1 \wedge A(k) \neq A(k + 1)) = 1$

Variables libres: A(1..n) Variables ligadas: k

58. numposmismovalor

numposmismovalor(A(1..n), B(1..m)) ≡

$np = Nk(1 \leq k \leq n \wedge 1 \leq k \leq m \wedge A(k) = B(k))$

Variables libres: A(1..n), B(1..m) Variables ligadas: k

No sabemos cuál es mayor, n o m, por eso la variable ligada ha de estar entre 1 y n y entre 1 y m. De esta forma aseguramos que k estará en el intervalo más pequeño entre [1..n] y [1..m] y por tanto siempre respresenta posiciones tanto de A como de B.

59. mismasvecesvectores

mismasvecesvectores(x, A(1..n), B(1..p)) ≡

$Nk(1 \leq k \leq n \wedge A(k) = x) = Nj(1 \leq j \leq p \wedge B(j) = x)$

Variables libres: x, A(1..n), B(1..p) Variables ligadas: k, j

Al no estar anidadas se podría haber usado solo k:

$Nk(1 \leq k \leq n \wedge A(k) = x) = Nk(1 \leq k \leq p \wedge B(k) = x)$

Variables libres: x, A(1..n), B(1..p) Variables ligadas: k

60. numero

numero(x, A(1..n)) ≡ $x = \sum_{k=1}^{n}(A(k) * 10^{n-k})$

Variables libres: x, A(1..n) Variables ligadas: k

61. numcapicua

numcapicua(A(1..n)) ≡ digitos(A(1..n)) $\wedge$ palindromo(A(1..n)) $\wedge$
$\wedge$ (A(1) = 0 $\rightarrow$ n = 1)

Variables libres: A(1..n) Variables ligadas: ---

62. contieneveces

(i) $contieneveces(A(1..n), B(1..n)) \equiv$
$\forall k(1 \le k \le n \rightarrow B(k) = veces(A(k), A(1..n)))$
Variables libres: A(1..n), B(1..n) Variables ligadas: k

(ii) $contieneveces(A(1..n), B(1..n)) \equiv$
$$\forall k(1 \le k \le n \rightarrow B(k) = \underbrace{Nj(1 \le j \le n \wedge A(k) = A(j)))}_{\text{Número de veces que aparece } A(k) \text{ en } A(1..n)}$$

Variables libres: A(1..n), B(1..n) Variables ligadas: k, j
Las variables k y j son necesarias debido al anidamiento.

63. subvectorseccion

$subvectorseccion(A(1..n), B(1..p), i, j) \equiv (1 \le n \le p) \wedge (1 \le i \le j \le p) \wedge$
$\wedge (j - i = n - 1) \wedge \forall k(1 \le k \le n \rightarrow A(k) = B(i + k - 1))$
Variables libres: A(1..n), B(1..p), i, j Variables ligadas: k

Otra opción:

$subvectorseccion(A(1..n), B(1..p), i, j) \equiv (1 \le n \le p) \wedge (1 \le i \le j \le p) \wedge$
$\wedge (j - i = n - 1) \wedge \forall k(i \le k \le j \rightarrow B(k) = A(k - i + 1))$
Variables libres: A(1..n), B(1..p), i, j Variables ligadas: k

64. subvector

(i) $subvector(A(1..n), B(1..p)) \equiv$
$\exists h(1 \le h \le n \wedge \exists g(1 \le g \le n \wedge subvectorseccion(A(1..n), B(1..p), h, g)))$
Variables libres: A(1..n), B(1..p) Variables ligadas: h, g

(ii) $subvector(A(1..n), B(1..p)) \equiv (1 \le n \le p) \wedge (1 \le i \le j \le p) \wedge$
$\exists h(1 \le h \le n \wedge \exists g(h \le g \le n \wedge g - h = n - 1 \wedge$
$\forall k(1 \le k \le n \rightarrow B(h + k - 1) = A(k))))$
Variables libres: A(1..n), B(1..p) Variables ligadas: h, g, k
Las variables ligadas h, g y k son necesarias debido al anidamiento.

65. almenosparcomun

$almenosparcomun(mp, A(1..n), B(1..m)) \equiv$
$mp \leftrightarrow \exists k(1 \le k \le n - 1 \wedge 1 \le k \le m - 1 \wedge A(k) = B(k) \wedge A(k + 1) = B(k + 1))$
Variables libres: mp, A(1..n), B(1..m) Variables ligadas: k
La variable k se utiliza para los dos vectores porque los elementos iguales han de ocupar las mismas posiciones en A y B.

66. justoparcomun

justoparcomun(b, A(1..n), B(1..m)) ≡

$b \leftrightarrow Nk(1 \leq k \leq n - 1 \wedge 1 \leq k \leq m - 1 \wedge A(k) = B(k) \wedge A(k + 1) = B(k + 1)) = 1$

Variables libres: b, A(1..n), B(1..m) Variables ligadas: k

La variable k se utiliza para los dos vectores porque los elementos iguales han de ocupar las mismas posiciones en A y B.

67. almenosparcomunpos

almenosparcomunpos(dp, A(1..n), B(1..m)) ≡

$dp \leftrightarrow \exists k(1 \leq k \leq n - 1 \wedge \exists j(1 \leq j \leq m - 1 \wedge A(k) = B(j) \wedge A(k + 1) = B(j + 1)))$

Variables libres: dp, A(1..n), B(1..m) Variables ligadas: k, j

Las variables k y j son necesarias porque los elementos iguales pueden ocupar distintas posiciones en A y B.

68. justoparcomunpos

justoparcomunpos(c, A(1..n), B(1..m)) ≡

$c \leftrightarrow Nk(1 \leq k \leq n - 1 \wedge \exists j(1 \leq j \leq m - 1 \wedge A(k) = B(j) \wedge A(k + 1) = B(j + 1))) = 1$

Variables libres: c, A(1..n), B(1..m) Variables ligadas: k, j

Las variables k y j son necesarias porque los elementos iguales pueden ocupar distintas posiciones en A y B.

69. primosconsec

$primosconsec(u, v) \equiv u < v \wedge primo(u) \wedge primo(v) \wedge \forall k(u < k < v \rightarrow \neg primo(k))$

Variables libres: u, v Variables ligadas: k

70. indicemax

$indicemax(i, C(1..m)) \equiv 1 \leq i \leq m \wedge maximoseccion(1, m, C(i), C(1..m))$

Variables libres: i, C(1..m) Variables ligadas: ---

71. indicemin

$indicemin(i, C(1..m)) \equiv 1 \leq i \leq m \wedge minimo(C(i), C(1..m))$

Variables libres: i, C(1..m) Variables ligadas: ---

72. creciente

$creciente(B(1..m), C(1..m)) \equiv permutacion(B(1..m), C(1..m)) \wedge$
$\forall k(1 \leq k \leq m - 1 \rightarrow B(k) \leq B(k + 1))$

Variables libres: B(1..m), C(1..m) Variables ligadas: k

73. inverso

$inverso(B(1..m), C(1..m)) \equiv \forall k(1 \leq k \leq m \rightarrow B(k) = C(m - k + 1))$

Variables libres: B(1..m), C(1..m) Variables ligadas: k

74. norep

norep(C(1..m)) ≡ todosdistintos(1, n, C(1..m))

Variables libres: C(1..m) Variables ligadas: ---

75. nosecsumanula

nosecsumanula(C(1..m)) ≡

$\forall k(1 \leq k \leq m \rightarrow \forall j(k \leq j \leq m \rightarrow \neg$sumaintervalo(k, j, 0, C(1..m))))

Variables libres: B(1..m), C(1..m) Variables ligadas: k, j

76. noparcerosconsec

noparcerosconsec(C(1..m)) ≡ paresceros(0, C(1..m))

Variables libres: C(1..m) Variables ligadas: ---

77. todosdosveces

todosdosveces(C(1..m)) ≡ todosjustodosveces(C(1..m))

Variables libres: C(1..m) Variables ligadas: ---

78. tresdisjuntos

(i) tresdisjuntos(C(1..n), D(1..m), E(1..p)) ≡

$\forall k(1 \leq k \leq n \rightarrow ($veces(C(k), 0, D(1..m)) ∧ veces(C(k), 0, E(1..p)))) ∧

$\forall j(1 \leq j \leq m \rightarrow$ veces(D(j), 0, E(1..p)))

Variables libres: C(1..n), D(1..m), E(1..p) Variables ligadas: k, j

Como los dos cuantificadores no están anidados, es posible utilizar k en vez de j también para el segundo cuantificador.

(ii) tresdisjuntos(C(1..n), D(1..m), E(1..p)) ≡ disjuntos(C(1..n), D(1..m)) ∧ disjuntos(C(1..n), E(1..p)) ∧ disjuntos(D(1..m), E(1..p))

Variables libres: C(1..n), D(1..m), E(1..p) Variables ligadas: ---

79. seleccionpositivos

seleccionpositivos(B(1..p), C(1..m)) ≡ algunpositivo(C(1..m)) ∧
todospositivos(B(1..p)) ∧ todosdistintos(B(1..p)) ∧
$\forall k(1 \leq k \leq p \rightarrow$ aparece(1, m, B(k), C(1..m)))

Variables libres: B(1..p), C(1..m) Variables ligadas: k

80. particion

particion(C(1..m), D(1..p), E(1..q)) ≡ subvectorseccion(C(1..m), E(1..q), 1, m) ∧ subvectorseccion(D(1..p), E(1..q), m + 1, m + p)

Variables libres: C(1..m), D(1..p), E(1..q) Variables ligadas: ---

81. primerosprimosorden

primerosprimosorden(A(1..n)) ≡ A(1) = 2 ∧

$\forall k(1 \leq k \leq n - 1 \rightarrow$ primosconsec(A(k), A(k + 1)))

Variables libres: A(1..n) Variables ligadas: k

82. maximominimounavez

maximominimounavez(max, min, B(1..m)) ≡

maximoseccion(1, m, max, B(1..m)) ∧ minimo(min, B(1..m)) ∧

veces(max, 1, B(1..m)) ∧ veces(min, 1, b(1..m))

Variables libres: max, min, B(1..m) Variables ligadas: ---