

METODOLOGÍA DE LA PROGRAMACIÓN
SOLUCIONES DEL TEMA 5
ESPECIFICACIÓN ECUACIONAL DE TAD

A)	Operaciones sobre listas	4
1)	incr -- #.....	4
2)	sumar -- #	4
3)	algun_par -- #.....	5
4)	coinciden_par -- #	5
5)	ultimo -- #	6
6)	sin_ultimo -- #.....	7
7)	inversa -- #	7
8)	son_inv -- #.....	8
9)	nveces -- #.....	9
10)	hay_rep -- #.....	10
11)	eliminar -- #	10
12)	eliminar_pares -- #	11
13)	eliminar_pos_pares -- #	11
14)	eliminar_pos_impares -- #	12
15)	eliminar_rep -- #	12
16)	eliminar_rep2 -- #	13
17)	par_igual -- #.....	13
18)	es_prefijo -- #.....	14
19)	es_sublista -- #	15
20)	elem_pos -- #	16
21)	insertar -- #.....	16
22)	pos_primer_par -- #	16
23)	pos_ult_apar -- #	17
24)	maximo -- #.....	18
25)	unir -- #	19
26)	quitar -- #	20
27)	coger -- #.....	20
28)	colapsar -- #	21
29)	propagar -- #.....	21
30)	arrollar -- #	22
31)	hundir -- #	22
32)	borrar -- #	23
33)	barrer (abril 2008 #1) -- #	23
34)	recorrer (abril 2008 #2) -- #	24
35)	dividir (junio 2008) -- #	24
36)	superpar (septiembre 2008) -- #.....	25
37)	acumular (abril 2009 #1) -- #.....	26
38)	adelantar (abril 2009 #2) -- #	26
39)	elimparpos (junio 2009) -- #	27
40)	ult_primo (septiembre 2009) -- #.....	28
41)	sublongparponer (Abril 2010 #1) -- #.....	29
42)	mayor_de_cada_par (Abril 2010 #2) -- #	30
43)	colocar (Junio 2010) -- #.....	31
44)	sublongparquitar (Septiembre 2010) -- #.....	32
B)	Pruebas por inducción para listas	33

A) Operaciones sobre listas

Dar ecuaciones que definan las siguientes operaciones sobre los tipos de datos [Int] o [t] según el caso:

1) incr -- #

$$\text{incr} :: ([\text{Int}]) \rightarrow [\text{Int}]$$

$$\text{incr}([]) = [] \quad (\#1)$$

$$\text{incr}(x:s) = (x + 1) : \text{incr}(s) \quad (\#2)$$

Ejemplo:

$$\begin{aligned} \text{incr}([4, 8, 5]) &= \\ &= \text{incr}(4:8:5:[]) = (\#2) & x = 4, s = 8:5:[] \\ &= (4 + 1) : \text{incr}(8:5:[]) = (\#2) & x = 8, s = 5:[] \\ &= 5 : (8 + 1) : \text{incr}(5:[]) = (\#2) & x = 5, s = [] \\ &= 5 : 9 : (5 + 1) : \text{incr}([]) = (\#1) \\ &= 5 : 9 : 6 : [] \\ &= [5, 9, 6] \end{aligned}$$

Al desarrollar el ejemplo, en cada paso se ha coloreado la parte de la fórmula a la que se le aplica la ecuación indicada en la esquina derecha de la línea. Se han utilizado dos colores para mejorar la legibilidad, por lo demás los colores distintos no tienen ningún significado.

2) sumar -- #

$$\text{sumar} :: ([\text{Int}]) \rightarrow \text{Int}$$

$$\text{sumar}([]) = 0 \quad (\#1)$$

$$\text{sumar}(x:s) = x + \text{sumar}(s) \quad (\#2)$$

Ejemplo:

$$\begin{aligned} \text{sumar}([4, 8, 5]) &= \\ &= \text{sumar}(4:8:5:[]) = (\#2) & x = 4, s = 8:5:[] \\ &= 4 + \text{sumar}(8:5:[]) = (\#2) & x = 8, s = 5:[] \\ &= 4 + 8 + \text{sumar}(5:[]) = (\#2) & x = 5, s = [] \\ &= 4 + 8 + 5 + \text{sumar}([]) = (\#1) \\ &= 4 + 8 + 5 + 0 \\ &= 17 \end{aligned}$$

Al desarrollar el ejemplo, en cada paso se ha coloreado la parte de la fórmula a la que se le aplica la ecuación indicada en la esquina derecha de la línea. Se han utilizado dos colores para mejorar la legibilidad, por lo demás los colores distintos no tienen ningún significado.

3) algun_par -- #

$\text{algun_par} :: ([\text{Int}]) \rightarrow \text{Bool}$

$\text{algun_par}([]) = \text{False}$ (#1)

$\text{algun_par}(x:s)$
 | $\text{par}(x)$ = True (#2)

 | $\text{impar}(x)$ = $\text{algun_par}(s)$ (#3)

Ejemplo 1:

$\text{algun_par}([7, 5, 9]) =$
 = $\text{algun_par}(7:5:9:[]) = \text{(#3)}$ $x = 7, s = 5:9:[]$
 = $\text{algun_par}(5:9:[]) = \text{(#3)}$ $x = 5, s = 9:[]$
 = $\text{algun_par}(9:[]) = \text{(#3)}$ $x = 9, s = []$
 = $\text{algun_par}([]) = \text{(#1)}$
 = False

Ejemplo 2:

$\text{algun_par}([7, 5, 8, 9, 12]) =$
 = $\text{algun_par}(7:5:8:9:12:[]) = \text{(#3)}$ $x = 7, s = 5:8:9:12:[]$
 = $\text{algun_par}(5:8:9:12:[]) = \text{(#3)}$ $x = 5, s = 8:9:12:[]$
 = $\text{algun_par}(8:9:12:[]) = \text{(#2)}$ $x = 8, s = 9:12:[]$
 = True

Ejemplo 3:

$\text{algun_par}([4, 5, 8, 9, 12]) =$
 = $\text{algun_par}(4:5:8:9:12:[]) = \text{(#2)}$ $x = 4, s = 5:8:9:12:[]$
 = True

Al desarrollar el ejemplo, en cada paso se ha coloreado la parte de la fórmula a la que se le aplica la ecuación indicada en la esquina derecha de la línea. Se han utilizado dos colores para mejorar la legibilidad, por lo demás los colores distintos no tienen ningún significado.

4) coinciden_par -- #

$\text{coinciden_par} :: ([\text{Int}], [\text{Int}]) \rightarrow \text{Bool}$

$\text{coinciden_par}([], r)$
 | $\text{not es_vacía}(r)$ = error "Distinta longitud" (#1)

 | otherwise = True (#2)

$\text{coinciden_par}(x:s, r)$
 | $\text{longitud}(x:s) \neq \text{longitud}(r)$ = error "Distinta longitud" (#3)

 | $(\text{par}(x) \ \&\& \ \text{par}(\text{primero}(r))) \parallel (\text{impar}(x) \ \&\& \ \text{impar}(\text{primero}(r)))$
 = $\text{coinciden_par}(s, \text{resto}(r))$ (#4)

 | otherwise = False (#5)

Ejemplo 1:

```

coinciden_par([7, 4, 9], [5, 10, 1]) =
= coinciden_par(7:4:9:[], 5:10:1:[]) = (#4)      x = 7, s = 4:9:[],
                                                    primero(r) = 5, resto(r) = 10:1:[]
= coinciden_par(4:9:[], 10:1:[]) = (#4)          x = 4, s = 9:[]
                                                    primero(r) = 10, resto(r) = 1:[]
= coinciden_par(9:[], 1:[]) = (#4)              x = 9, s = []
                                                    primero(r) = 1, resto(r) = []
= coinciden_par([], []) = (#2)
= True

```

Ejemplo 2:

```

coinciden_par([7, 4, 8, 9], [5, 10, 1, 15]) =
= coinciden_par(7:4:8:9:[], 5:10:1:15:[]) = (#4)      x = 7, s = 4:8:9:[],
                                                    primero(r) = 5, resto(r) = 10:1:15:[]
= coinciden_par(4:8:9:[], 10:1:15:[]) = (#4)          x = 4, s = 8:9:[]
                                                    primero(r) = 10, resto(r) = 1:15:[]
= coinciden_par(9:[], 1:[]) = (#5)                  x = 8, s = 9:[]
                                                    primero(r) = 1, resto(r) = 15:[]
= False

```

Ejemplo 3:

```

= coinciden_par(7:4:8:9:[], 2:10:1:15:[]) = (#5)      x = 7, s = 4:8:9:[],
                                                    primero(r) = 2, resto(r) = 10:1:15:[]
= False

```

Al desarrollar el ejemplo, en cada paso se ha coloreado la parte de la fórmula a la que se le aplica la ecuación indicada en la esquina derecha de la línea. Se han utilizado dos colores para mejorar la legibilidad, por lo demás los colores distintos no tienen ningún significado.

5) ultimo -- #

ultimo:: ([t]) → t

ultimo([]) = error "Lista vacía" (#1)

ultimo(x:s)		
es_vacia(s)	= x	(#2)
otherwise	= ultimo(s)	(#3)

Ejemplo:

```

ultimo([7, 5, 9]) =
= ultimo(7:5:9:[]) = (#3)      x = 7, s = 5:9:[]
= ultimo(5:9:[]) = (#3)        x = 5, s = 9:[]
= ultimo(9:[]) = (#2)          x = 9, s = []
= 9

```

6) sin_ultimo -- #

`sin_ultimo:: ([t]) → [t]`

`sin_ultimo([]) = error "Lista vacía"` (#1)

`sin_ultimo(x:s)`
 | `es_vacia(s)` = [] (#2)
 | `otherwise` = `x : sin_ultimo(s)` (#3)

Ejemplo:

`sin_ultimo([7, 5, 9]) =`
 = `sin_ultimo(7:5:9:[])` = (#3) `x = 7, s = 5:9:[]`
 = `7 : ultimo(5:9:[])` = (#3) `x = 5, s = 9:[]`
 = `7 : 5 : ultimo(9:[])` = (#2) `x = 9, s = []`
 = `7 : 5 : []`
 = `[7, 5]`

7) inversa -- #

Hacerlo de dos formas:

a) Utilizando ++

`inversa:: ([t]) → [t]`

`inversa([]) = []` (#1)

`inversa(x:s) = inversa(s) ++ (x:[])` (#2)

Ejemplo:

`inversa([2, 5, 9]) =`
 = `inversa(2:5:9:[])` = (#2) `x = 2, s = 5:9:[]`
 = `inversa(5:9:[]) ++ (2:[])` = (#2) `x = 5, s = 9:[]`
 = `inversa(9:[]) ++ (5:[]) ++ (2:[])` = (#2) `x = 9, s = []`
 = `inversa([]) ++ (9:[]) ++ (5:[]) ++ (2:[])` = (#1)
 = `[9, 5, 2]`

b) Utilizando ultimo, sin_ultimo

`inversa:: ([t]) → [t]`

`inversa([]) = []` (#1)

`inversa(x:s) = ultimo(x:s) : inversa(sin_ultimo(x:s))` (#2)

Ejemplo:

`inversa([2, 5, 9]) =`

```

= inversa(2:5:9:[]) = (#2)           x = 2, s = 5:9:[]
                                ultimo(2:5:9:[]) = 9, sin_ultimo(2:5:9:[]) = 2:5:[]
= 9 : inversa(2:5:[]) = (#2)         x = 2, s = 5:[]
                                ultimo(2:5:[]) = 5, sin_ultimo(2:5:[]) = 2:[]
= 9: 5: inversa(2:[]) = (#2)         x = 2, s = []
                                ultimo(2:[]) = 2, sin_ultimo(2:[]) = []
= 9 : 5 : 2 : inversa([]) = (#1)
= 9 : 5 : 2 : []
= [9, 5, 2]

```

8) son_inv --

Hacerlo de dos formas:

a) Utilizando **inversa**

$\text{son_inv}:: ([t], [t]) \rightarrow \text{Bool}$

```

son_inv(s, r)
  | s == inversa(r)      = True           (#1)
  | otherwise            = False          (#2)

```

Ejemplo 1:

```

son_inv([2, 5, 9], [9, 5, 2]) =
= son_inv(2:5:9:[], 9:5:2:[]) = (#1)           s = 2:5:9:[], r = 9:5:2:[]
= True

```

Ejemplo 2:

```

son_inv([2, 5, 9], [9, 8, 2]) =
= son_inv(2:5:9:[], 9:5:2:[]) = (#2)           s = 2:5:9:[], r = 9:8:2:[]
= False

```

En esta definición de la función `son_inv`, no hay recursividad y por ello los ejemplos se resuelven en un único paso.

b) Utilizando **ultimo**, **sin_ultimo**, **longitud** y **es_vacia**

$\text{son_inv}:: ([t], [t]) \rightarrow \text{Bool}$

```

son_inv([], ℓ)
  | not es_vacia(ℓ)      = False          (#1)
  | otherwise            = True           (#2)

son_inv(x:s, ℓ)
  | longitud(x:s) /= longitud(ℓ) = False          (#3)
  | x /= ultimo(ℓ)           = False          (#4)
  | otherwise                = son_inv(s, sin_ultimo(ℓ)) (#5)

```

Ejemplo 1:

```

son_inv([2, 5, 9], [9, 5, 2]) =
= son_inv(2:5:9:[], 9:5:2:[]) = (#5)
= son_inv(5:9:[], 9:5:[]) = (#5)
= son_inv(9:[], 9:[]) = (#5)
= son_inv([], []) = (#2)
= True

```

```

x = 2, s = 5:9:[], ℓ = 9:5:2:[]
ultimo(ℓ) = 2, sin_ultimo(ℓ) = 9:5:[]
x = 5, s = 9:[], ℓ = 9:5:[]
ultimo(ℓ) = 5, sin_ultimo(ℓ) = 9:[]
x = 9, s = [], ℓ = 9:[]
ultimo(ℓ) = 9, sin_ultimo(ℓ) = []

```

Ejemplo 2:

```

son_inv([2, 5, 9], [9, 8, 2]) =
= son_inv(2:5:9:[], 9:8:2:[]) = (#5)
= son_inv(5:9:[], 9:8:[]) = (#4)
= False

```

```

x = 2, s = 5:9:[], ℓ = 9:8:2:[]
ultimo(ℓ) = 2, sin_ultimo(ℓ) = 9:8:[]
x = 5, s = 9:[], ℓ = 9:8:[]
ultimo(ℓ) = 8, sin_ultimo(ℓ) = 9:[]

```

En esta segunda definición de la función `son_inv`, sí hay recursividad y por tanto los ejemplos necesitan (en general) varios pasos.

9) nvec -- #

`nvec:: (t, [t]) → Int`

`nvec(x, []) = 0` (#1)

`nvec(x, y:s)`
 | `x == y` `= 1 + nvec(x, s)` (#2)

 | `otherwise` `= nvec(x, s)` (#3)

Ejemplo:

```

nvec(8, [7, 8, 5, 9, 8]) =
= nvec(8, 7:8:5:9:8:[]) = (#3)
= nvec(8, 8:5:9:8:[]) = (#2)
= 1 + nvec(8, 5:9:8:[]) = (#3)
= 1 + nvec(8, 9:8:[]) = (#3)
= 1 + nvec(8, 8:[]) = (#2)
= 1 + 1 + nvec(8, []) = (#1)
= 1 + 1 + 0 = 2

```

```

x = 8, y = 7, s = 8:5:9:8:[]
x = 8, y = 8, s = 5:9:8:[]
x = 8, y = 5, s = 9:8:[]
x = 8, y = 9, s = 8:[]
x = 8, y = 8, s = []
x = 8

```

10)hay_rep -- #

hay_rep:: ([t]) → Bool

hay_rep([]) = False (#1)

hay_rep(x:s)
 | esta(x, s) = True (#2)
 | otherwise = hay_rep(s) (#3)

Ejemplo 1:

hay_rep([7, 5, 8, 9, 8]) =
 = hay_rep(7:5:8:9:8:[]) = (#3) x = 7, s = 5:8:9:8:[]
 = hay_rep(5:8:9:8:[]) = (#3) x = 5, s = 8:9:8:[]
 = hay_rep(8:9:8:[]) = (#2) x = 8, s = 9:8:[]
 = True

Ejemplo 2:

hay_rep([7, 5, 8, 9, 1]) =
 = hay_rep(7:5:8:9:1:[]) = (#3) x = 7, s = 5:8:9:1:[]
 = hay_rep(5:8:9:1:[]) = (#3) x = 5, s = 8:9:1:[]
 = hay_rep(8:9:1:[]) = (#3) x = 8, s = 9:1:[]
 = hay_rep(9:1:[]) = (#3) x = 9, s = 1:[]
 = hay_rep(1:[]) = (#3) x = 1, s = []
 = hay_rep([]) = (#1)
 = False

11)eliminar -- #

eliminar:: (t, [t]) → [t]

eliminar(x, []) = [] (#1)

eliminar(x, y:s)
 | x == y = eliminar(x, s) (#2)
 | otherwise = y:eliminar(x, s) (#3)

Ejemplo:

eliminar(8, [7, 5, 8, 9, 8]) =
 = eliminar(8, 7:5:8:9:8:[]) = (#3) x = 8, y = 7, s = 5:8:9:8:[]
 = 7:eliminar(8, 5:8:9:8:[]) = (#3) x = 8, y = 5, s = 8:9:8:[]
 = 7:5:eliminar(8, 8:9:8:[]) = (#2) x = 8, y = 8, s = 9:8:[]
 = 7:5:eliminar(8, 9:8:[]) = (#3) x = 8, y = 9, s = 8:[]
 = 7:5:9:eliminar(8, 8:[]) = (#2) x = 8, y = 8, s = []
 = 7:5:9:eliminar(8, []) = (#1) x = 8
 = 7:5:9:[] = [7, 5, 9]

12)eliminar_pares -- #

eliminar_pares:: ([Int]) → [Int]

eliminar_pares([]) = [] (#1)

eliminar_pares(x:s) = eliminar_pares(s) (#2)

| impar(x) = x:eliminar_pares(s) (#3)

Ejemplo:

eliminar_pares([7, 5, 8, 9, 12]) =
 = eliminar_pares(7:5:8:9:12:[]) = (#3) x = 7, s = 5:8:9:12:[]
 = 7:eliminar_pares(5:8:9:12:[]) = (#3) x = 5, s = 8:9:12:[]
 = 7:5:eliminar_pares(8:9:12:[]) = (#2) x = 8, s = 9:12:[]
 = 7:5:eliminar_pares(9:12:[]) = (#3) x = 9, s = 12:[]
 = 7:5:9:eliminar_pares(12:[]) = (#2) x = 12, s = []
 = 7:5:9:eliminar_pares([]) = (#1)
 = 7:5:9:[] = [7, 5, 9]

13)eliminar_pos_pares -- #

eliminar_pos_pares:: ([t]) → [t]

eliminar_pos_pares([]) = [] (#1)

eliminar_pos_pares(x:s) = x:s (#2)

| otherwise = x:eliminar_pos_pares(resto(s)) (#3)

Ejemplo 1:

eliminar_pos_pares([7, 5, 8, 9, 12]) =
 = eliminar_pos_pares(7:5:8:9:12:[]) = (#3) x = 7, s = 5:8:9:12:[], resto(s) = 8:9:12:[]
 = 7:eliminar_pos_pares(8:9:12:[]) = (#3) x = 8, s = 9:12:[], resto(s) = 12:[]
 = 7:8:eliminar_pos_pares(12:[]) = (#2) x = 8, s = []
 = 7:8:12:[] = [7, 8, 12]

Ejemplo 2:

eliminar_pos_pares([7, 5, 8, 9]) =
 = eliminar_pos_pares(7:5:8:9:[]) = (#3) x = 7, s = 5:8:9:[], resto(s) = 8:9:[]
 = 7:eliminar_pos_pares(8:9:[]) = (#3) x = 8, s = 9:[], resto(s) = []
 = 7:8:eliminar_pos_pares([]) = (#1)
 = 7:8:[] = [7, 8]

14)eliminar_pos_impares --

$$\text{eliminar_pos_impares}:: ([t]) \rightarrow [t]$$
$$\text{eliminar_pos_impares}([]) = [] \quad (\#1)$$
$$\begin{array}{ll} \text{eliminar_pos_impares}(x:s) & \\ \quad | \text{es_vacía}(s) & = [] \quad (\#2) \\ \quad | \text{otherwise} & = \text{primero}(s):\text{eliminar_pos_impares}(\text{resto}(s)) \quad (\#3) \end{array}$$

Ejemplo 1:

```

eliminar_pos_impares([7, 5, 8, 9, 12]) =
= eliminar_pos_impares(7:5:8:9:12:[]) = (#3)
      x = 7, s = 5:8:9:12:[], primero(s) = 5, resto(s) = 8:9:12:[]
= 5:eliminar_pos_impares(8:9:12:[]) = (#3)
      x = 8, s = 9:12:[], primero(s) = 9, resto(s) = 12:[]
= 5:9:eliminar_pos_impares(12:[]) = (#2)      x = 8, s = []
= 5:9:[] = [5, 9]

```

Ejemplo 2:

```
eliminar_pos_impares([7, 5, 8, 9]) =  
= eliminar_pos_impares(7:5:8:9:[]) = (#3)  
x = 7, s = 5:8:9:[], primero(s) = 5, resto(s) = 8:9:[]  
= 5:eliminar_pos_impares(8:9:[]) = (#3)  
x = 8, s = 9:[], primero(s) = 9, resto(s) = []  
= 5:9:eliminar_pos_impares([]) = (#1)  
= 5:9:[] = [5, 9]
```

15)eliminar_rep -- #

$$\text{eliminar_rep} :: ([t]) \rightarrow [t]$$
$$\text{eliminar rep}([\])=[\] \quad (\#1)$$
$$\begin{array}{ll} \text{eliminar_rep}(x:s) & \\ \quad | \text{ esta}(x, s) & = x:\text{eliminar_rep}(\text{eliminar}(x, s)) \quad (\#2) \\ \quad | \text{ otherwise} & = x:\text{eliminar_rep}(s) \quad (\#3) \end{array}$$

Ejemplo:

```

eliminar_rep([7, 5, 8, 5, 2, 8, 8]) =
= eliminar_rep(7:5:8:5:2:8:8:[]) = (#3)      x = 7, s = 5:8:5:2:8:8:[]
= 7:eliminar_rep(5:8:5:2:8:8:[]) = (#2)        x = 5, s = 8:5:2:8:8:[]
= 7:5:eliminar_rep(8:2:8:8:[]) = (#2)          x = 8, s = 2:8:8:[]
= 7:5:8:eliminar_rep(2:[]) = (#3)              x = 2, s = []
= 7:5:8:2:eliminar_rep([]) = (#1)
= 7:5:8:2:[] = [7, 5, 8, 2]

```

16)eliminar_rep2 -- #

eliminar_rep2:: ([t]) → [t]

eliminar_rep2([]) = [] (#1)

eliminar_rep2(x:s)
| esta(x, s) = eliminar_rep2(s) (#2)

| otherwise = x:eliminar_rep2(s) (#3)

Ejemplo:

eliminar_rep2([7, 5, 8, 5, 2, 8, 8]) =
 = eliminar_rep2(7:5:8:5:2:8:8:[]) = (#3)
 = 7:eliminar_rep2(5:8:5:2:8:8:[]) = (#2)
 = 7:eliminar_rep2(8:5:2:8:8:[]) = (#2)
 = 7:eliminar_rep2(5:2:8:8:[]) = (#3)
 = 7:5:eliminar_rep2(2:8:8:[]) = (#3)
 = 7:5:2:eliminar_rep2(8:8:[]) = (#2)
 = 7:5:2:eliminar_rep2(8:[]) = (#3)
 = 7:5:2:eliminar_rep2([]) = (#1)
 = 7:5:2:8:[] = [7, 5, 2, 8]

x = 7, s = 5:8:5:2:8:8:[]
 x = 5, s = 8:5:2:8:8:[]
 x = 8, s = 5:2:8:8:[]
 x = 5, s = 2:8:8:[]
 x = 2, s = 8:8:[]
 x = 8, s = 8:[]
 x = 8, s = []

17)par_igual -- #

par_igual:: ([t]) → Bool

par_igual([]) = False (#1)

par_igual(x:s)
| es_vacia(s) = False (#2)
| x == primero(s) = True (#3)
| otherwise = par_igual(s) (#4)

Ejemplo 1:

par_igual ([7, 5, 8, 8, 6, 5]) =
 = par_igual(7:5:8:8:6:5:[]) = (#4)
 = par_igual(5:8:8:6:5:[]) = (#4)
 = par_igual(8:8:6:5:[]) = (#3)
 = True

x = 7, s = 5:8:8:6:5:[], primero(s) = 5
 x = 5, s = 8:8:6:5:[], primero(s) = 8
 x = 8, s = 8:6:5:[], primero(s) = 8

Ejemplo 2:

par_igual ([7, 5, 8, 5]) =
 = par_igual(7:5:8:5:[]) = (#4)
 = par_igual(5:8:5:[]) = (#4)
 = par_igual(8:5:[]) = (#4)
 = par_igual(5:[]) = (#2)
 = False

x = 7, s = 5:8:5:[], primero(s) = 5
 x = 5, s = 8:5:[], primero(s) = 8
 x = 8, s = 5:[], primero(s) = 5
 x = 5, s = []

18)es_prefijo -- #

es_prefijo:: ([t], [t]) → Bool

es_prefijo([], r) = True (#1)

es_prefijo(x:s, r)
| es_vacia(r) = False (#2)

| x /= primero(r) = False (#3)

| otherwise = es_prefijo(s, resto(r)) (#4)

Ejemplo 1:

es_prefijo ([1, 2, 3], [1, 2, 5, 6]) =
= es_prefijo(1:2:3:[], 1:2:5:6:[]) = (#4)
x = 1, s = 2:3:[], r = 1:2:5:6:[], primero(r) = 1, resto(r) = 2:5:6:[]
= es_prefijo(2:3:[], 2:5:6:[]) = (#4)
x = 2, s = 3:[], r = 2:5:6:[], primero(r) = 2, resto(r) = 5:6:[]
= es_prefijo(3:[], 5:6:[]) = (#3)
x = 3, s = [], r = 5:6:[], primero(r) = 5, resto(r) = 6:[]
= False

Ejemplo 2:

es_prefijo ([1, 2, 3], [1, 2, 3, 5, 6]) =
= es_prefijo(1:2:3:[], 1:2:3:5:6:[]) = (#4)
x = 1, s = 2:3:[], r = 1:2:3:5:6:[], primero(r) = 1, resto(r) = 2:3:5:6:[]
= es_prefijo(2:3:[], 2:3:5:6:[]) = (#4)
x = 2, s = 3:[], r = 2:3:5:6:[], primero(r) = 2, resto(r) = 3:5:6:[]
= es_prefijo(3:[], 3:5:6:[]) = (#4)
x = 3, s = [], r = 3:5:6:[], primero(r) = 3, resto(r) = 5:6:[]
= es_prefijo([], 5:6:[]) = (#1) r = 5:6:[]
= True

Ejemplo 3:

es_prefijo ([1, 2, 3], [1, 2]) =
= es_prefijo(1:2:3:[], 1:2:[]) = (#4)
x = 1, s = 2:3:[], r = 1:2:[], primero(r) = 1, resto(r) = 2:[]
= es_prefijo(2:3:[], 2:[]) = (#4)
x = 2, s = 3:[], r = 2:[], primero(r) = 2, resto(r) = []
= es_prefijo(3:[], []) = (#2) x = 3, s = [], r = []
= True

19)es_sublista -- #

es_sublista:: ([t], [t]) → Bool

es_sublista([], r) = True (#1)

es_sublista(x:s, r)		
es_vacia(r)	= False	(#2)
es_prefijo(x:s, r)	= True	(#3)
otherwise	= es_sublista(x:s, resto(r))	(#4)

Ejemplo 1:

```

es_sublista ([4, 5], [1, 2, 5, 6]) =
= es_sublista(4:5:[], 1:2:5:6:[]) = (#4)
                                x = 4, s = 5:[], r = 1:2:5:6:[], resto(r) = 2:5:6:[]
= es_sublista(4:5:[], 2:5:6:[]) = (#4)
                                x = 4, s = 5:[], r = 2:5:6:[], resto(r) = 5:6:[]
= es_sublista(4:5:[], 5:6:[]) = (#4)
                                x = 4, s = 5:[], r = 5:6:[], resto(r) = 6:[]
= es_sublista(4:5:[], 6:[]) = (#4)
                                x = 4, s = 5:[], r = 6:[], resto(r) = []
= es_sublista(4:5:[], []) = (#2)
                                x = 4, s = 5:[], r = []
= False

```

Ejemplo 2:

```

es_sublista ([4, 5], [1, 2, 4, 5, 6]) =
= es_sublista(4:5:[], 1:2:4:5:6:[]) = (#4)
                                x = 4, s = 5:[], r = 1:2:4:5:6:[], resto(r) = 2:4:5:6:[]
= es_sublista(4:5:[], 2:4:5:6:[]) = (#4)
                                x = 4, s = 5:[], r = 2:4:5:6:[], resto(r) = 4:5:6:[]
= es_sublista(4:5:[], 4:5:6:[]) = (#3)
                                x = 4, s = 5:[], r = 4:5:6:[]
= True

```

20)elem_pos -- #

elem_pos:: (Int, [t]) → t

elem_pos(pos, []) = error "No es adecuado" (#1)

elem_pos(pos, x:s)

pos <= 0 pos > longitud(x:s)	= error "No es adecuado"	(#2)
pos == 1	= x	(#3)
otherwise	= elem_pos(pos - 1, s)	(#4)

Ejemplo:

elem_pos(3, [5, 9, 8, 6, 2]) =
 = elem_pos(3, 5:9:8:6:2:[]) = (#4) pos = 3, x = 5, s = 9:8:6:2:[]
 = elem_pos(2, 9:8:6:2:[]) = (#4) pos = 2, x = 9, s = 8:6:2:[]
 = elem_pos(1, 8:6:2:[]) = (#3) pos = 1, x = 8, s = 6:2:[]
 = 8

21)insertar -- #

insertar:: (Int, t, [t]) → [t]

insertar(pos, x, [])

pos /= 1	= error "No es adecuado"	(#1)
pos == 1	= x:[]	(#2)

insertar(pos, x, y:s)

pos <= 0 pos > (longitud(x:s) + 1)	= error "No es adecuado"	(#3)
pos == 1	= x:y:s	(#4)
otherwise	= y: insertar(pos - 1, x, s)	(#5)

Ejemplo:

insertar(3, 7, [5, 9, 8, 6, 2]) =
 = insertar(3, 7, 5:9:8:6:2:[]) = (#5) pos = 3, x = 7, y = 5, s = 9:8:6:2:[]
 = 5: insertar(2, 7, 9:8:6:2:[]) = (#5) pos = 2, x = 7, y = 9, s = 8:6:2:[]
 = 5:9: insertar(1, 7, 8:6:2:[]) = (#4) pos = 1, x = 7, y = 8, s = 6:2:[]
 = 5:9:7:8:6:2:[]

22)pos_primer_par -- #

pos_primer_par:: (Int, [t]) → t

pos_primer_par([]) = 1 (#1)

pos_primer_par(x:s)

x `mod` 2 == 0	= 1	(#2)
otherwise	= 1 + pos_primer_par(s)	(#3)

Ejemplo 1:

$\text{pos_primer_par}([5, 9, 8, 6]) =$
 $= \text{pos_primer_par}(5:9:8:6:[]) = \text{\#3}$ $x = 5, s = 9:8:6:[]$
 $= 1 + \text{pos_primer_par}(9:8:6:[]) = \text{\#3}$ $x = 9, s = 8:6:[]$
 $= 1 + 1 + \text{pos_primer_par}(8:6:[]) = \text{\#2}$ $x = 8, s = 6:[]$
 $= 1 + 1 + 1 = 3$

Ejemplo 2:

$\text{pos_primer_par}([5, 9]) =$
 $= \text{pos_primer_par}(5:9:[]) = \text{\#3}$ $x = 5, s = 9:[]$
 $= 1 + \text{pos_primer_par}(9:[]) = \text{\#3}$ $x = 9, s = []$
 $= 1 + 1 + \text{pos_primer_par}([]) = \text{\#1}$
 $= 1 + 1 + 1 = 3$

23)pos_ult_apar -- #

$\text{pos_ult_apar}:: (\text{Int}, [\text{Int}]) \rightarrow \text{Int}$

$\text{pos_ult_apar}(x, []) = 0$ (#1)

$\text{pos_ult_apar}(x, y:s)$
 $\quad | x \neq y \ \&\& \text{not esta}(x, s) \quad = 0$ (#2)
 $\quad | \text{otherwise} \quad = 1 + \text{pos_ult_apar}(x, s)$ (#3)

Ejemplo 1:

$\text{pos_ult_apar}(8, [8, 6, 8, 5]) =$
 $= \text{pos_ult_apar}(8, 8:6:8:5:[]) = \text{\#3}$ $x = 8, y = 8, s = 6:8:5:[]$
 $= 1 + \text{pos_ult_apar}(8, 6:8:5:[]) = \text{\#3}$ $x = 8, y = 6, s = 8:5:[]$
 $= 1 + 1 + \text{pos_ult_apar}(8, 8:5:[]) = \text{\#3}$ $x = 8, y = 8, s = 5:[]$
 $= 1 + 1 + 1 + \text{pos_ult_apar}(8, []) = \text{\#1}$ $x = 8$
 $= 1 + 1 + 1 + 0 = 3$

Ejemplo 2:

$\text{pos_ult_apar}(8, [3, 2]) =$
 $= \text{pos_ult_apar}(8, 3:2:[]) = \text{\#2}$ $x = 8, y = 3, s = 2:[]$
 $= 0$

Otra opción para definir la función:

$\text{pos_ult_apar}:: (\text{Int}, [\text{Int}]) \rightarrow \text{Int}$

$\text{pos_ult_apar}(x, []) = 0$ (#1)

$\text{pos_ult_apar}(x, y:s)$
 $\quad | x == y \quad = 1 + \text{pos_ult_apar}(x, s)$ (#2)
 $\quad | \text{esta}(x, s) \quad = 1 + \text{pos_ult_apar}(x, s)$ (#3)
 $\quad | \text{otherwise} \quad = 0$ (#4)

Ejemplo 1:

$\text{pos_ult_apar}(8, [8, 6, 8, 5]) =$
 $= \text{pos_ult_apar}(8, 8:6:8:5:[]) = \text{\#2}$
 $= 1 + \text{pos_ult_apar}(8, 6:8:5:[]) = \text{\#3}$
 $= 1 + 1 + \text{pos_ult_apar}(8, 8:5:[]) = \text{\#2}$
 $= 1 + 1 + 1 + \text{pos_ult_apar}(8, []) = \text{\#1}$
 $= 1 + 1 + 1 + 0 = 3$

$x = 8, y = 8, s = 6:8:5:[]$
 $x = 8, y = 6, s = 8:5:[]$
 $x = 8, y = 8, s = 5:[]$
 $x = 8$

Ejemplo 2:

$\text{pos_ult_apar}(8, [3, 2]) =$
 $= \text{pos_ult_apar}(8, 3:2:[]) = \text{\#4}$
 $= 0$

$x = 8, y = 3, s = 2:[]$

24)maximo -- #

$\text{maximo}:: ([\text{Int}]) \rightarrow \text{Int}$

$\text{maximo}([]) = \text{error "Lista vacía"}$ (#1)

$\text{maximo}(x:s)$
 $\quad | \text{es_vacía}(s) \quad \quad \quad = x \quad \quad \quad \text{\#2}$
 $\quad | x \geq \text{primero}(s) \quad \quad = \text{maximo}(x:\text{resto}(s)) \quad \quad \text{\#3}$
 $\quad | \text{otherwise} \quad \quad \quad = \text{maximo}(s) \quad \quad \quad \text{\#4}$

Ejemplo:

$\text{maximo}([5, 3, 8, 7, 8]) =$
 $= \text{maximo}(5:3:8:7:8:[]) = \text{\#3}$
 $= \text{maximo}(5:8:7:8:[]) = \text{\#4}$
 $= \text{maximo}(8:7:8:[]) = \text{\#3}$
 $= \text{maximo}(8:8:[]) = \text{\#3}$
 $= \text{maximo}(8:[]) = \text{\#2}$
 $= 8$

$x = 5, s = 3:8:7:8:[], \text{primero}(s) = 3,$
 $\text{resto}(s) = 8:7:8:[]$
 $x = 5, s = 8:7:8:[], \text{primero}(s) = 8,$
 $\text{resto}(s) = 7:8:[]$
 $x = 8, s = 7:8:[], \text{primero}(s) = 7,$
 $\text{resto}(s) = 8:[]$
 $x = 8, s = 8:[], \text{primero}(s) = 8, \text{resto}(s) = []$
 $x = 8$

25)unir -- #**a) Sin utilizar** funciones definidas con anterioridad $\text{unir}:: ([t], [t]) \rightarrow [t]$ $\text{unir}([], r) = r \quad (\#1)$ $\text{unir}(x:s, r) = \text{unir}(s, x:r) \quad (\#2)$ **Ejemplo:**

$\text{unir}([5, 3, 8], [7, 9]) =$	
$= \text{unir}(5:3:8:[], 7:9:[]) = (\#2)$	$x = 5, s = 3:8:[], r = 7:9:[]$
$= \text{unir}(3:8:[], 5:7:9:[]) = (\#2)$	$x = 3, s = 8:[], r = 5:7:9:[]$
$= \text{unir}(8:[], 3:5:7:9:[]) = (\#2)$	$x = 8, s = [], r = 3:5:7:9:[]$
$= \text{unir}([], 8:3:5:7:9:[]) = (\#1)$	$r = 8:3:5:7:9:[]$
$= 8:3:5:7:9:[] = [8,3,5,7,9]$	

b) Utilizando las operaciones ya definidas **inversa** y **++** $\text{unir}:: ([t], [t]) \rightarrow [t]$ $\text{unir}(r1, r2) = \text{inversa}(r1) ++ r2 \quad (\#1)$ Esta definición de la función *unir* no es recursiva.**Ejemplo:**

$\text{unir}([5, 3, 8], [7, 9]) =$	
$= \text{unir}(5:3:8:[], 7:9:[]) = (\#1)$	$r1 = 5:3:8:[], r2 = 7:9:[]$
$= 8:3:5:[] ++ 7:9:[]$	
$= 8:3:5:7:9:[] = [8,3,5,7,9]$	

Otra opción: $\text{unir}:: ([t], [t]) \rightarrow [t]$ $\text{unir}([], r) = r \quad (\#1)$ $\text{unir}(x:s, r) = \text{inversa}(s) ++ (x:r) \quad (\#2)$ **Ejemplo:**

$\text{unir}([5, 3, 8], [7, 9]) =$	
$= \text{unir}(5:3:8:[], 7:9:[]) = (\#2)$	$x = 5, s = 3:8:[], r = 7:9:[]$
$= 8:3:[] ++ 5:7:9:[]$	
$= 8:3:5:7:9:[] = [8,3,5,7,9]$	

26)quitar -- #

quitar:: (Int, [t]) → [t]

quitar(cuantos, [])		
cuantos /= 0	= error "No adecuado"	(#1)
otherwise	= []	(#2)

quitar(cuantos, x:s)		
cuantos < 0 cuantos > longitud (x:s)	= error "No adecuado"	(#3)
cuantos == 0	= x:s	(#4)
otherwise	= quitar(cuantos - 1, s)	(#5)

Ejemplo:

quitar(3, [7, 6, 8, 5, 9]) =
 = quitar(3, 7:6:8:5:9:[]) = (#5)
 = quitar(2, 6:8:5:9:[]) = (#5)
 = quitar(1, 8:5:9:[]) = (#5)
 = quitar(0, 5:9:[]) = (#4)
 = 5:9:[] = [5, 9]

cuantos = 3, x = 7, s = 6:8:5:9:[]
 cuantos = 2, x = 6, s = 8:5:9:[]
 cuantos = 1, x = 8, s = 5:9:[]
 cuantos = 0, x = 5, s = 9:[]

27)coger -- #

coger:: (Int, [t]) → [t]

coger(cuantos, [])		
cuantos /= 0	= error "No adecuado"	(#1)
otherwise	= []	(#2)

coger(cuantos, x:s)		
cuantos < 0 cuantos > longitud (x:s)	= error "No adecuado"	(#3)
cuantos == 0	= []	(#4)
otherwise	= x:coger(cuantos - 1, s)	(#5)

Ejemplo:

coger(3, [7, 6, 8, 5, 9]) =
 = coger(3, 7:6:8:5:9:[]) = (#5)
 = 7:coger(2, 6:8:5:9:[]) = (#5)
 = 7:6:coger(1, 8:5:9:[]) = (#5)
 = 7:6:8:coger(0, 5:9:[]) = (#4)
 = 7:6:8:[] = [7, 6, 8]

cuantos = 3, x = 7, s = 6:8:5:9:[]
 cuantos = 2, x = 6, s = 8:5:9:[]
 cuantos = 1, x = 8, s = 5:9:[]
 cuantos = 0, x = 5, s = 9:[]

28)colapsar -- #**a)**

colapsar:: ([Int]) → [Int]

colapsar([]) = [] (#1)

colapsar(x:s)		
es_vacia(s)	= x:s	(#2)
x == primero(s)	= colapsar(s)	(#3)
otherwise	= x:colapsar(s)	(#4)

b)**Ejemplo:**

colapsar([3, 9, 9, 3]) =
 = colapsar(3:9:9:3:[]) = (#4)
 = 3:colapsar(9:9:3:[]) = (#3)
 = 3:colapsar(9:3:[]) = (#4)
 = 3:9:colapsar(3:[]) = (#2)
 = 3:9:3:[] = [3, 9, 3]

x = 3, s = 9:9:3:[], primero(s) = 9
 x = 9, s = 9:3:[], primero(s) = 9
 x = 9, s = 3:[], primero(s) = 3
 x = 3, s = []

29)propagar -- #**a)**

propagar:: ([Int]) → [Int]

propagar([]) = [] (#1)

propagar(x:s)		
es_vacia(s)	= x:s	(#2)
x `mod` 2 == 0	= x:propagar((x + primero(s)):resto(s))	(#3)
otherwise	= x:propagar(s)	(#4)

b)**Ejemplo:**

propagar([8, 7, 2]) =
 = propagar(8:7:2:[]) = (#3)
 = 8:propagar(15:2:[]) = (#4)
 = 8:15:propagar(2:[]) = (#2)
 = 8:15:2:[] = [8, 15, 2]

x = 8, s = 7:2:[], primero(s) = 7, resto(s) = 2:[]
 x = 15, s = 2:[], primero(s) = 2, resto(s) = []
 x = 2, s = []

30) arrollar -- #**a)**

arrollar:: ([Int]) → [Int]

arrollar([]) = [] (#1)

arrollar(x:s)

| es_vacia(s) = x:s (#2)

| x >= primero(s) = x:arrollar(x:resto(s)) (#3)

| otherwise = x:arrollar(s) (#4)

b)

arrollar([3, 9, 9, 3]) =

= arrollar(3:9:9:3:[]) = (#4) x = 3, s = 9:9:3:[], primero(s) = 9, resto(s) = 9:3:[]

= 3:arrollar(9:9:3:[]) = (#3) x = 9, s = 9:3:[], primero(s) = 9, resto(s) = 3:[]

= 3:9:arrollar(9:3:[]) = (#3) x = 9, s = 3:[], primero(s) = 3, resto(s) = []

= 3:9:9:arrollar(9:[]) = (#2) x = 9, s = []

= 3:9:9:9:[] = [3, 9, 9, 9]

31) hundir -- #**a)**

hundir:: ([Int]) → [Int]

hundir([]) = [] (#1)

hundir(x:s)

| es_vacia(s) = x:s (#2)

| x > leh(s) = primero(s):hundir(x:resto(s)) (#3)

| otherwise = x:s (#4)

b)

hundir([8, 3, 2, 9]) =

= hundir(8:3:2:9:[]) = (#3) x = 8, s = 3:2:9:[], primero(s) = 3, resto(s) = 2:9:[]

= 3:hundir(8:2:9:[]) = (#3) x = 8, s = 2:9:[], primero(s) = 2, resto(s) = 9:[]

= 3:2:hundir(8:9:[]) = (#4) x = 8, s = 9:[], primero(s) = 9, resto(s) = []

= 3:2:8:9:[] = [3, 2, 8, 9]

32) borrar -- #**a)**

borrar:: ([Int], Int) → [Int]

borrar([], pos) = error "Lista vacía" (#1)

borrar(x:s, pos)		
pos <= 0 pos > longitud(x:s)	= error "No es adecuado"	(#2)
pos == longitud(x:s)	= s	(#3)
otherwise	= x: borrar(s, pos)	(#4)

b)

borrar([1, 7, 5, 8], 2) =	
= borrar(1:7:5:8:[], 2) = (#4)	x = 1, s = 7:5:8:[], pos = 2
= 1: borrar(7:5:8:[], 2) = (#4)	x = 7, s = 5:8:[], pos = 2
= 1:7: borrar(5:8:[], 2) = (#3)	x = 5, s = 8:[], pos = 2
= 1:7:8:[] = [1, 7, 8]	

33) barrer (abril 2008 #1) -- #**a)**

barrer:: ([Int]) → [Int]

barrer([]) = error "Lista vacía" (#1)

barrer(x:s)		
es_vacia(s)	= x:s	(#2)
x > primero(s)	= barrer(x:resto(s))	(#3)
otherwise	= primero(s):barrer(x:resto(s))	(#4)

b)

barrer([5, 8, 4, 1, 9]) =	
= barrer(5:8:4:1:9:[]) = (#4)	x = 5, s = 8:4:1:9:[],
	primero(s) = 8, resto(s) = 4:1:9:[]
= 8: barrer(5:4:1:9:[]) = (#3)	x = 5, s = 4:1:9:[],
	primero(s) = 4, resto(s) = 1:9:[]
= 8: barrer(5:1:9:[]) = (#3)	x = 5, s = 1:9:[],
	primero(s) = 1, resto(s) = 9:[]
= 8: barrer(5:9:[]) = (#4)	x = 5, s = 9:[], primero(s) = 9, resto(s) = []
= 8:9: barrer(5:[]) = (#2)	x = 5, s = []
= 8:9:5:[] = [8, 9, 5]	

34)recorrer (abril 2008 #2) -- #**a)**

recorrer:: ([Int]) → [Int]

recorrer([]) = [] (#1)

recorrer(x:s)

| es_vacia(s) = x:s (#2)

| x == primero(s) = 0:0:resto(s) (#3)

| otherwise = primero(s):recorrer(x:resto(s)) (#4)

b)

recorrer([5, 8, 4]) =

= recorrer(5:8:4:[]) = (#4) x = 5, s = 8:4:[], primero(s) = 8, resto(s) = 4:[]

= 8: recorrer(5:4:[]) = (#4) x = 5, s = 4:[], primero(s) = 4, resto(s) = []

= 8:4: recorrer(5:[]) = (#2) x = 5, s = []

= 8:4:5:[] = [8, 4, 5]

recorrer([5, 5, 4]) =

= recorrer(5:5:4:[]) = (#3) x = 5, s = 5:4:[], primero(s) = 5, resto(s) = 4:[]

= 0:0:4:[] = [0, 0, 4]

35)dividir (junio 2008) -- #**a)**

dividir:: ([Int]) → [Int]

dividir([]) = error "Lista vacía" (#1)

dividir(x:s)

| x == 0 = error "El primero es cero" (#2)

| es_vacia(s) = s (#3)

| primero(s) `mod` x == 0 = (primero(s) `div` x):dividir(x:resto(s)) (#4)

| otherwise = primero(s):dividir(x:resto(s)) (#5)

b)

dividir([5, 20, 6, 15]) =

= dividir(5:20:6:15:[]) = (#4) x = 5, s = 20:6:15:[],
primero(s) = 20, resto(s) = 6:15:[]= 4: dividir(5:6:15:[]) = (#5) x = 5, s = 6:15:[],
primero(s) = 6, resto(s) = 15:[]= 4:6: dividir(5:15:[]) = (#4) x = 5, s = 15:[],
primero(s) = 15, resto(s) = []

= 4:6:3: dividir(5:[]) = (#3) x = 5, s = []

= 4:6:3:[] = [4, 6, 3]

36)superpar (septiembre 2008) -- #**a)**

superpar:: ([Int]) → [Int]

superpar([]) = [] (#1)

superpar(x:s)
 | es_vacia(s) = x:s (#2)

| x `mod` 2 == 0 && primero(s) `mod` 2 == 0
 = superpar((x + primero(s)):resto(s)) (#3)

| x `mod` 2 == 0 = primero(s):superpar(x:resto(s)) (#4)

| otherwise = x:superpar(s) (#5)

b)

superpar([3, 10, 8, 9]) =

= superpar(3:10:8:9:[]) = (#5)

x = 3, s = 10:8:9:[],

primero(s) = 10, resto(s) = 8:9:[]

= 3:superpar(10:8:9:[]) = (#3)

x = 10, s = 8:9:[],

primero(s) = 8, resto(s) = 9:[]

= 3:superpar(18:9:[]) = (#4)

x = 18, s = 9:[],

primero(s) = 9, resto(s) = []

= 3:9:superpar(18:[]) = (#2)

x = 18, s = []

= 3:9:18:[] = [3, 9, 18]

37)acumular (abril 2009 #1) -- #

a)

acumular:: ([Int]) → ([Int])

acumular([]) = [] (#1)

acumular(x:s)

| es_vacia(s) = x:[] (#2)

| otherwise = x: acumular((x + primero(s)):resto(s)) (#3)

b) Una vez dadas las ecuaciones, **desarrollar** paso a paso el siguiente ejemplo indicando en cada paso qué ecuación se ha utilizado: **acumular([10, 8, 15])**

acumular([10, 8, 15]) = acumular(10:8:15:[]) = (#3)
 = 10:acumular(8:15:[]) = (#3)
 = 10:18:acumular(15:[]) = (#2)
 = 10:18:33:[]

Al desarrollar el ejemplo, en cada paso se ha coloreado la parte de la fórmula a la que se le aplica la ecuación indicada en la esquina derecha de la línea. Se han utilizado dos colores para mejorar la legibilidad, por lo demás los colores distintos no tienen ningún significado.

38)adelantar (abril 2009 #2) -- #

a)

adelantar:: ([Bool], [Int]) → [Int]

adelantar([], r)

| longitud(r) ≠ 0 = error "Distinta longitud" (#1)

| otherwise = [] (#2)

adelantar(x:s, r)

| longitud(x:s) ≠ longitud(r) = error "Distinta longitud" (#3)

| es_vacia(s) = r (#4)

| x == False = primero(r):adelantar(s, resto(r)) (#5)

| x == True = primero(resto(r)):adelantar(s, primero(r):resto(resto(r))) (#6)

b)

adelantar([True, False, True, True, True], [8, 3, 9, 5, 2]) = (#6)
 = 3:adelantar([False, True, True, True], [8, 9, 5, 2]) = (#5)
 = 3:8:adelantar([True, True, True], [9, 5, 2]) = (#6)
 = 3:8:5:adelantar([True, True], [9, 2]) = (#6)
 = 3:8:5:2:adelantar([True], [9]) = (#4)
 = 3:8:5:2:9:[] = [3, 8, 5, 2, 9]

Al desarrollar el ejemplo, en cada paso se ha coloreado la parte de la fórmula a la que se le aplica la ecuación indicada en la esquina derecha de la línea. Se han utilizado dos colores para mejorar la legibilidad, por lo demás los colores distintos no tienen ningún significado.

39) elimparpos (junio 2009) --

a)

$\text{elimparpos} :: ([\text{Int}], \text{Int}) \rightarrow [\text{Int}]$

$\text{elimparpos}([], \text{pos}) = \text{error "Lista vacía"}$ (#1)

$\text{elimparpos}(x:s, \text{pos})$

| $\text{pos} < 1 \parallel \text{pos} > \text{longitud}(x:s)$ = error "Posición no adecuada" (#2)

| $\text{pos} == 1 \ \&\& \ x \bmod 2 == 0$ = s (#3)

| $\text{pos} == 1 \ \&\& \ x \bmod 2 \neq 0$ = x:s (#4)

| otherwise = x: elimparpos(s, pos – 1) (#5)

b)

$\text{elimparpos}([8, 5, 16, 7, 10, 4], 3) =$
 $= \text{elimparpos}(8:5:16:7:10:4:[], 3) =$ (#5)
 $= 8: \text{elimparpos}(5:16:7:10:4:[], 2) =$ (#5)
 $= 8: 5: \text{elimparpos}(16:7:10:4:[], 1) =$ (#3)
 $= 8: 5: 7:10:4:[] =$
 $= [8, 5, 7, 10, 4]$

Al desarrollar el ejemplo, en cada paso se ha coloreado la parte de la fórmula a la que se le aplica la ecuación indicada en la esquina derecha de la línea. Se han utilizado dos colores para mejorar la legibilidad, por lo demás los colores distintos no tienen ningún significado.

40)ult_primo (septiembre 2009) -- #**a)** $\text{ult_primo} :: ([\text{Int}]) \rightarrow \text{Int}$ $\text{ult_primo}([]) = -1$ (#1) $\text{ult_primo}(x:s)$ $\mid \text{not es_primo}(x) = \text{ult_primo}(s)$ (#2) $\mid \text{es_vacía}(s) = x$ (#3) $\mid \text{es_primo}(\text{primero}(s)) = \text{ult_primo}(s)$ (#4) $\mid \text{not es_primo}(\text{primero}(s)) = \text{ult_primo}(x:\text{resto}(s))$ (#5)

Es importante darse cuenta de que en las ecuaciones (#3), (#4) y (#5) se cumple $\text{es_primo}(x)$. Así mismo en la ecuaciones (#4) y (#5) se cumple $\text{not es_vacía}(s)$. Además, en la ecuación (#5) se podría haber puesto *otherwise* en vez de $\text{not es_primo}(\text{primero}(s))$.

b)

```

ult_primo([8, 11, -7, 9, 3, 6]) =
= ult_primo(8:11:-7:9:3:6:[]) = (#2)
= ult_primo(11:-7:9:3:6:[]) = (#5)
= ult_primo(11:9:3:6:[]) = (#5)
= ult_primo(11:3:6:[]) = (#4)
= ult_primo(3:6:[]) = (#5)
= ult_primo(3:[]) = (#3)
= 3

```

Al desarrollar el ejemplo, en cada paso se ha coloreado la parte de la fórmula a la que se le aplica la ecuación indicada en la esquina derecha de la línea. Se han utilizado dos colores para mejorar la legibilidad, por lo demás los colores distintos no tienen ningún significado.

41)sublongparponer (Abril 2010 #1) -- #**a)**

sublongparponer:: ([t]) → ([t])

sublongparponer([]) = [] (#1)

sublongparponer(x:s)

| es_vacia(s) = x:x:[] (#2)

| x == primero(s) = x:x:sublongparponer(resto(s)) (#3)

| x /= primero(s) = x:x:sublongparponer(s) (#4)

b)

```

sublongparponer([10, 10, 10, 8, 8, 15, 8]) =
= sublongparponer(10:10:10:8:8:15:8:[]) = (#3)
= 10:10:sublongparponer(10:8:8:15:8:[]) = (#4)
= 10:10:10:10:sublongparponer(8:8:15:8:[]) = (#3)
= 10:10:10:10:8:8:sublongparponer(15:8:[]) = (#4)
= 10:10:10:10:8:8:15:15:sublongparponer(8:[]) = (#2)
= 10:10:10:10:8:8:15:15:8:8:[] =
= [10, 10, 10, 10, 8, 8, 15, 15, 8, 8]

```

Al desarrollar el ejemplo, en cada paso se ha coloreado la parte de la fórmula a la que se le aplica la ecuación indicada en la esquina derecha de la línea. Se han utilizado dos colores para mejorar la legibilidad, por lo demás los colores distintos no tienen ningún significado.

42) mayor_de_cada_par (Abril 2010 #2) -- #**a)**

$$\text{mayor_de_cada_par} :: ([\text{Int}]) \rightarrow ([\text{Int}])$$

$$\text{mayor_de_cada_par}([]) = [] \quad (\#1)$$

$$\text{mayor_de_cada_par}(x:s)$$

$$| \text{longitud}(x:s) \bmod 2 \neq 0 \quad = \text{error "Longitud impar"} \quad (\#2)$$

$$| x \geq \text{primero}(s) \quad = x : x : \text{mayor_de_cada_par}(\text{resto}(s)) \quad (\#3)$$

$$| x < \text{primero}(s) \quad = \text{primero}(s) : \text{primero}(s) : \text{mayor_de_cada_par}(\text{resto}(s)) \quad (\#4)$$
b)

```

mayor_de_cada_par([10, 8, 5, 7, 7, 20, 5, 5]) =
= mayor_de_cada_par(10:8:5:7:7:20:5:5:[]) = (#3)
= 10:10: mayor_de_cada_par(5:7:7:20:5:5:[]) = (#4)
= 10:10:7:7: mayor_de_cada_par(7:20:5:5:[]) = (#4)
= 10:10:7:7:20:20: mayor_de_cada_par(5:5:[]) = (#3)
= 10:10:7:7:20:20:5:5: mayor_de_cada_par([]) = (#1)
= 10:10:7:7:20:20:5:5:[] =
= [10, 10, 7, 7, 20, 20, 5, 5]

```

Al desarrollar el ejemplo, en cada paso se ha coloreado la parte de la fórmula a la que se le aplica la ecuación indicada en la esquina derecha de la línea. Se han utilizado dos colores para mejorar la legibilidad, por lo demás los colores distintos no tienen ningún significado.

43)colocar (Junio 2010) -- #**a)** $\text{colocar} :: ([\text{Int}], [\text{Int}]) \rightarrow [\text{Int}]$ $\text{colocar}([], \ell) = []$ (#1) $\text{colocar}(x:s, \ell)$ $\mid \text{nveces}(0, x:s) > \text{longitud}(\ell) = \text{error "longitud no adecuada"}$ (#2) $\mid x == 0 = x:\text{primero}(\ell):\text{colocar}(s, \text{resto}(\ell))$ (#3) $\mid x \neq 0 = x:\text{colocar}(s, \ell)$ (#4)**b)** $\text{colocar}([8, 0, 0, 7], [3, 20, 12, 28])$ $= \text{colocar}(8:0:0:7:0:6:[], 3:20:12:28:[]) =^{(\#4)}$ $= 8: \text{colocar}(0:0:7:[], 3:20:12:45:28:[]) =^{(\#3)}$ $= 8: 0: 3: \text{colocar}(0:7:[], 20:12:45:28:[]) =^{(\#3)}$ $= 8: 0: 3: 0: 20: \text{colocar}(7:[], 12:45:28:[]) =^{(\#4)}$ $= 8: 0: 3: 0: 20: 7: \text{colocar}([], 12:45:28:[]) =^{(\#1)}$ $= 8: 0: 3: 0: 20: 7: [] = [8, 0, 3, 0, 20, 7]$

Al desarrollar el ejemplo, en cada paso se ha coloreado la parte de la fórmula a la que se le aplica la ecuación indicada en la esquina derecha de la línea. Se han utilizado dos colores para mejorar la legibilidad, por lo demás los colores distintos no tienen ningún significado.

44)sublongparquitar (Septiembre 2010) -- #**a)**

sublongparquitar:: ([t]) → ([t])

sublongparquitar([]) = [] (#1)

sublongparquitar(x:s)

| es_vacia(s) = [] (#2)

| x == primero(s) = x:x:sublongparquitar(resto(s)) (#3)

| x /= primero(s) = sublongparquitar(s) (#4)

b)

```

sublongparquitar([10, 10, 10, 8, 8, 15, 8]) =
= sublongparquitar(10:10:10:8:8:15:8:[]) = (#3)
= 10:10:sublongparquitar(10:8:8:15:8:[]) = (#4)
= 10:10:sublongparquitar(8:8:15:8:[]) = (#3)
= 10:10:8:sublongparquitar(15:8:[]) = (#4)
= 10:10:8:sublongparquitar(8:[]) = (#2)
= 10:10:8:8:[] =
= [10, 10, 8, 8]

```

Al desarrollar el ejemplo, en cada paso se ha coloreado la parte de la fórmula a la que se le aplica la ecuación indicada en la esquina derecha de la línea. Se han utilizado dos colores para mejorar la legibilidad, por lo demás los colores distintos no tienen ningún significado.