12. Programa que calcula en f el factorial de un número natural x -- #

Solución para la primera versión:

Empezamos con la precondición y la postcondición:

(1) ≡ $\{x \geq 0\}$
(8) ≡ $\{f = \prod_{k=1}^{x} k \}$

A partir de la precondición calculamos las aserciones previas al while:

(2) ≡ $\{x \geq 0 \wedge f = 1\}$
(3) ≡ $\{x \geq 0 \wedge f = 1 \wedge t = 1\}$

A partir de la postcondición obtenemos el invariante:
(4) ≡ $\{(1 \leq t \leq x + 1) \wedge f = \prod_{k=1}^{t-1} k \}$

A partir del invariante obtenemos las aserciones intermedias que van dentro del while:
(5) ≡ $\{(1 \leq t \leq x) \wedge f = \prod_{k=1}^{t-1} k \}$
(6) ≡ $\{(1 \leq t \leq x) \wedge f = \prod_{k=1}^{t} k \}$
(7) ≡ $\{(2 \leq t \leq x + 1) \wedge f = \prod_{k=1}^{t-1} k \}$

Terminamos dando la expresión cota E:
Como t va creciendo, la expresión E será "último valor que tomará t menos t".

(9) ≡ $\{E = x + 1 - t\}$

Solución para la segunda versión:

La precondición y la postcondición coinciden con la primera versión porque el programa calcula el mismo resultado, aunque lo haga de manera distinta.

(1) ≡ $\{x \geq 0\}$

(8) ≡ $\{f = \prod_{k=1}^{x} k\}$

A continuación, a partir de la precondición se dan las aserciones correspondientes a las inicializaciones previas al while:

(2) ≡ $\{x \geq 0 \wedge f = 1\}$

(3) ≡ $\{x \geq 0 \wedge f = 1 \wedge t = x\}$

Luego, a partir de la postcondición se calcula el invariante:

(4) ≡ $\{(0 \leq t \leq x) \wedge f = \prod_{k=t+1}^{x} k\}$

A partir del invariante se calculan las aserciones que van dentro del while:

(5) ≡ $\{(1 \leq t \leq x) \wedge f = \prod_{k=t+1}^{x} k\}$

(6) ≡ $\{(1 \leq t \leq x) \wedge f = \prod_{k=t}^{x} k\}$

(7) ≡ $\{(0 \leq t \leq x - 1) \wedge f = \prod_{k=t+1}^{x} k\}$

Para terminar se da la expresión cota:

Como t va decreciendo, la expresión cota es "t menos último valor que tomará t".

(9) ≡ $\{E = t - 0\}$

Como se resta 0, se puede poner solo t:

(9) ≡ $\{E = t\}$