

**EJERCICIO 7 (Especificación ecuacional – Pilas) – (0,200 puntos)**

**Especificar ecuacionalmente** la función *may* que dadas dos pilas de tipo Int, devuelve la pila que se obtiene seleccionando el mayor de los elementos que están a la misma altura en ambas pilas. Si a una determinada altura ambas pilas tienen el mismo valor, se pondrá ese valor. Si las pilas tienen distinta altura se ha de mostrar un mensaje de error. Si las dos pilas son vacías, se ha de devolver la pila vacía.

Se pueden utilizar las siguientes funciones sin necesidad de definirlas:

- *es\_pvacia*, que dada una pila devuelve *true* si la pila es vacía y *false* en caso contrario.
- *cima*, que dada una pila devuelve el elemento que está en la cima de la pila.
- *desapilar*, que dada una pila devuelve la pila que se obtiene eliminando el elemento de la cima.
- *altura*, que dada una pila devuelve el número de elementos de la pila.

**Ejemplo 1:**

	10	7	10
	2	4	4
	12	15	15
	11	11	11
	4	20	20
<i>may</i> (	9	5	) =
			9

**Ejemplo 2:**

*may*(Apilar(1, Apilar(2, Pvacía)), Apilar(3, Apilar(4, Pvacía))) =  
= Apilar(3, Apilar(4, Pvacía))

**EJERCICIO 8 (Especificación ecuacional – Colas) – (0,150 puntos)**

**Especificar ecuacionalmente** la función *uc* que dada una cola de enteros, devuelve la cola que se obtiene sustituyendo los elementos pares por 0 y los impares por 1, devolviendo, por tanto una cola que solo contiene unos y ceros. Si la cola inicial es vacía, ha de devolver la cola vacía.

**Ejemplo 1:**

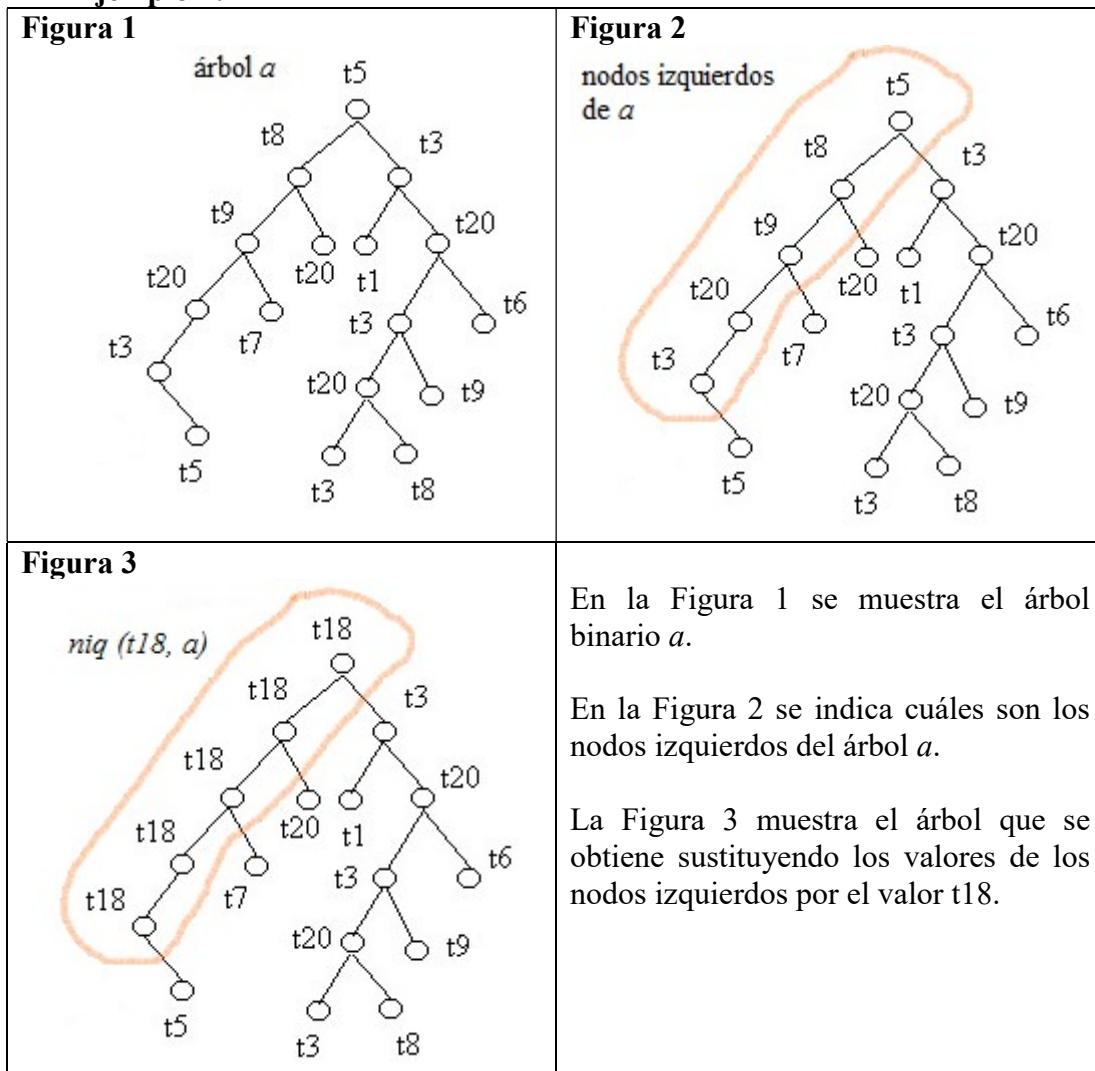
*uc*(<< 5, 7, 8, 8, 1, 6 >>) = << 1, 1, 0, 0, 1, 0 >>

**Ejemplo 2**

*uc*(<< 7, 8, 4 >>) = << 1, 0, 0 >>  
*uc*(Poner(Poner(Poner(Cvacía, 7), 8), 4)) =  
= Poner(Poner(Poner(Cvacía, 1), 0), 0)

**EJERCICIO 9 (Especificación ecuacional – Árboles binarios) – (0,400 puntos)**

**Especificar ecuacionalmente** la función *niq* que dados un valor  $x$  de tipo  $t$  y un árbol binario de tipo  $t$ , devuelve el árbol binario que se obtiene sustituyendo los valores de los *nodos izquierdos* por el valor  $x$ . Los *nodos izquierdos* son la raíz y todos los nodos que son alcanzables seleccionando siempre el subárbol izquierdo. Si el árbol es vacío se ha de devolver el árbol vacío:

**Ejemplo 1:****Ejemplo 2:**

```

niq(t18, Crear(t1, Crear(t2, Avacio, Avacio),
                  Crear(t3, Crear(t4, Avacio, Avacio),
                          Avacio
                  )
            )
) = Crear(t18, Crear(t18, Avacio, Avacio),
          Crear(t3, Crear(t4, Avacio, Avacio),
                  Avacio
          )
)

```

**EJERCICIO 3 (Especificación ecuacional – Pilas) – (0,200 puntos)**

**Especificar ecuacionalmente** la función  $fp$  que, dada una pila de enteros, fusiona los números pares por medio del producto, de tal forma que en la pila que se obtiene no hay dos números pares juntos. Los impares se mantienen. Si la pila de entrada es vacía, se ha de devolver la pila vacía.

Se pueden utilizar las siguientes funciones sin necesidad de definir las:

- *es\_pvacía*, que dada una pila devuelve *true* si la pila es vacía y *false* en caso contrario.
- *cima*, que dada una pila devuelve el elemento que está en la cima de la pila.
- *desapilar*, que dada una pila devuelve la pila que se obtiene quitando el elemento de la cima.
- *par*, que dado un número entero devuelve *true* si es par y *false* en caso contrario.
- *impar*, que dado un número entero devuelve *true* si es impar y *false* en caso contrario.

**Ejemplo 1:**

$$fp\left( \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline 5 \\ \hline 8 \\ \hline 2 \\ \hline 10 \\ \hline 7 \\ \hline 9 \\ \hline \end{array} \right) = \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline 5 \\ \hline 160 \\ \hline 7 \\ \hline 9 \\ \hline \end{array} \quad \text{donde } 160 = 8 * 2 * 10$$

**Ejemplo 2:**

$$fp\left( \begin{array}{|c|} \hline 11 \\ \hline 7 \\ \hline 9 \\ \hline \end{array} \right) = \begin{array}{|c|} \hline 11 \\ \hline 7 \\ \hline 9 \\ \hline \end{array}$$

**Ejemplo 3:**

$$fp\left( \begin{array}{|c|} \hline 10 \\ \hline 4 \\ \hline 6 \\ \hline \end{array} \right) = \boxed{240} \quad \text{donde } 240 = 10 * 4 * 6$$

**EJERCICIO 4 (Especificación ecuacional – Colas) – (0,150 puntos)**

**Especificar ecuacionalmente** la función  $cp$  que, dada una cola de enteros, devuelve la cola que contiene sólo los números pares de la cola original en el mismo orden.

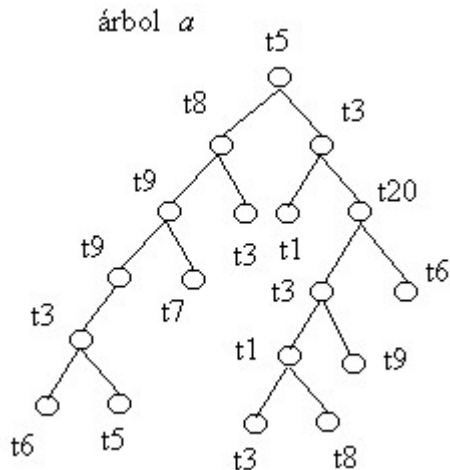
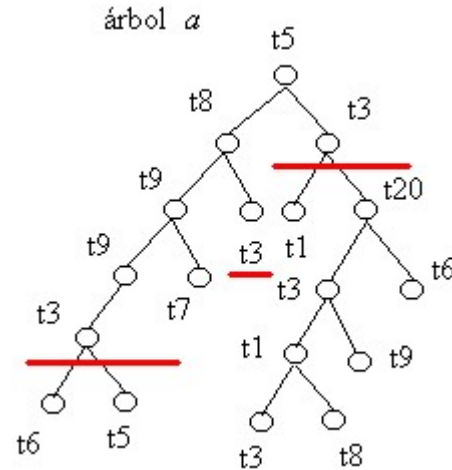
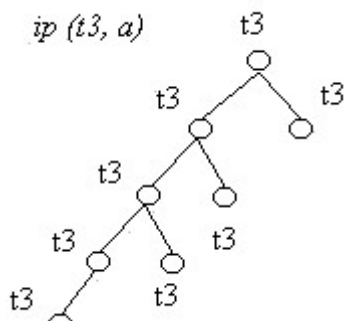
**Ejemplo:**

$$cp(<< 5, 7, 8, 2, 5, 2 >>) = << 8, 2, 2 >>$$

$$\begin{aligned} &cp(\text{Poner}(\text{Poner}(\text{Poner}(\text{Poner}(\text{Poner}(\text{Poner}(\text{Cvacía}, 5), 7), 8), 2), 5), 2) = \\ &= \text{Poner}(\text{Poner}(\text{Poner}(\text{Cvacía}, 8), 2), 2) \end{aligned}$$

**EJERCICIO 5 (Especificación ecuacional – Árboles binarios) – (0,400 puntos)**

**Especificar ecuacionalmente** la función *ip* que, dados un valor *v* de tipo *t* y un árbol binario de tipo *t*, devuelve el árbol binario que se obtiene eliminando en cada rama del árbol original todos los nodos que queden por debajo (a más profundidad) que el primer nodo de la rama (empezando desde la raíz) con valor *v* y, además, el valor de todos los nodos del nuevo árbol binario ha de ser igual al valor *v*. Si el árbol binario de entrada es vacío, entonces se ha de devolver un árbol binario vacío:

**Ejemplo 1:****Figura 1****Figura 2****Figura 3**

- En la Figura 1 se muestra un árbol binario *a*.

- En la Figura 2 se muestra qué nodos se deben eliminar para calcular *ip*(*t3*, *a*). En cada rama los nodos que queden por debajo de la raya horizontal gruesa serán eliminados.

- En la Figura 3 se muestra el árbol binario resultante en el que todos los nodos que han quedado tienen el valor *t3*.

**Ejemplo 2:**

```

ip(t3, Crear(t1, Crear(t2, Avacio, Avacio),
                Crear(t3, Crear(t4, Avacio, Avacio),
                          Avacio)
            )
    ) =
= Crear(t3, Crear(t3, Avacio, Avacio),
        Crear(t3, Avacio,
              Avacio)
    )

```

**EJERCICIO 3 (Especificación ecuacional – Pilas) – (0,200 puntos)**

**Especificar ecuacionalmente** la función *ucb* que, dada una pila de enteros, deja una única copia por cada bloque formado por números iguales. Si la pila inicial es vacía, ha de devolver la pila vacía.

Utilizar las siguientes funciones:

- *es\_pvacía*, que dada una pila devuelve *true* si la pila es vacía y *false* en caso contrario.
- *cima*, que dada una pila devuelve el elemento que está en la cima de la pila.

**Ejemplo 1:**

$$ucb(\begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline 2 \\ \hline 7 \\ \hline 5 \\ \hline 5 \\ \hline 5 \\ \hline 9 \\ \hline \end{array}) = \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline 7 \\ \hline 5 \\ \hline 9 \\ \hline \end{array}$$

**Ejemplo 2:**

$$ucb(\begin{array}{|c|} \hline 5 \\ \hline 5 \\ \hline 7 \\ \hline 5 \\ \hline 5 \\ \hline 5 \\ \hline 9 \\ \hline \end{array}) = \begin{array}{|c|} \hline 5 \\ \hline 7 \\ \hline 5 \\ \hline 9 \\ \hline \end{array}$$

**Ejemplo 3:**

$$ucb(\begin{array}{|c|} \hline 11 \\ \hline 7 \\ \hline 9 \\ \hline \end{array}) = \begin{array}{|c|} \hline 11 \\ \hline 7 \\ \hline 9 \\ \hline \end{array}$$

**Ejemplo 4:**

$$ucb(\begin{array}{|c|} \hline 10 \\ \hline 10 \\ \hline 10 \\ \hline \end{array}) = \begin{array}{|c|} \hline 10 \\ \hline \end{array}$$

**EJERCICIO 4 (Especificación ecuacional – Colas) – (0,150 puntos)**

**Especificar ecuacionalmente** la función *seg* que dada una cola de enteros, devuelve la cola que se obtiene generando una segunda copia para cada número par. Si la cola inicial es vacía, ha de devolver la cola vacía.

**Ejemplo 1:**

$$seg(<< 5, 7, \underline{8}, \underline{8}, 5, \underline{6} >>) = << 5, 7, \underline{8}, \underline{8}, \underline{8}, \underline{8}, 5, \underline{6}, \underline{6} >>$$

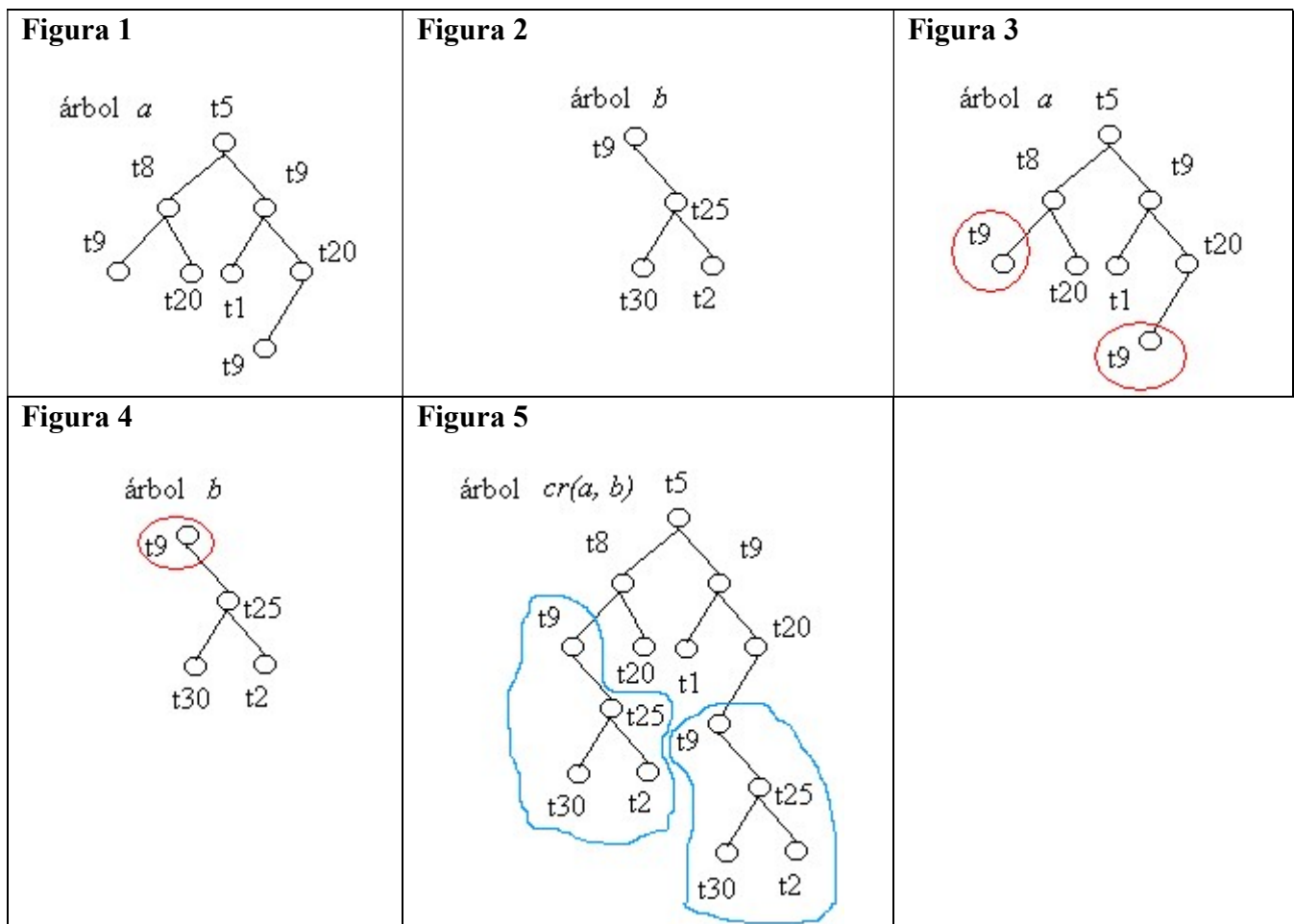
**Ejemplo 2**

$$\begin{aligned} seg(<< 7, \underline{8}, \underline{4} >>) &= << 7, \underline{8}, \underline{8}, \underline{4}, \underline{4} >> \\ &= seg(Poner(Poner(Poner(Cvacía, 7), 8), 4)) = \\ &= Poner(Poner(Poner(Poner(Poner(Cvacía, 7), 8), 8), 4), 4) \end{aligned}$$



- a) (0,350 puntos) **Especificar ecuacionalmente** la función  $cr$  que, dados dos árboles binarios de tipo  $t$ , devuelve el árbol binario que se obtiene al colgar el segundo árbol de aquellas hojas del primer árbol cuyo valor coincide con la raíz del segundo árbol. Si el segundo árbol es vacío se ha de devolver un mensaje de error. Si siendo el segundo árbol no vacío, el primero es vacío, entonces se ha de devolver el árbol vacío.

**Ejemplo 1:**



En las Figuras 1 y 2 se muestran dos árboles binarios  $a$  y  $b$ . Por medio de las Figuras 3 y 4 se indica qué hojas del árbol  $a$  coinciden con la raíz del árbol  $b$ . En la Figura 5 se muestra el árbol binario obtenido tras colgar el árbol  $b$  de aquellas hojas de  $a$  que coinciden en valor con la raíz de  $b$ .

**Ejemplo 2:**

```

cr(Crear(t1, Crear(t2, Avacio, Avacio), Crear(t3, Crear(t4, Avacio, Avacio), Avacio)
),
  Crear(t2, Crear(t8, Avacio, Avacio), Avacio)
) =
= Crear(t1, Crear(t2, Crear(t8, Avacio, Avacio), Avacio),
  Crear(t3, Crear(t4, Avacio, Avacio), Avacio)
)

```

- b) (0,4 puntos) **Especificar ecuacionalmente** la función *podar* que, dados un valor  $v$  de tipo  $t$  y un árbol binario de tipo  $t$ , devuelve el árbol binario que se obtiene eliminando en cada rama todos los nodos que queden por debajo (a más profundidad) que el primer nodo de la rama (empezando desde la raíz) con valor  $v$ :

**Ejemplo 1:**

<p><b>Figura 1</b></p> <p>árbol <math>a</math></p>	<p><b>Figura 2</b></p> <p>árbol <math>a</math></p>
<p><b>Figura 3</b></p> <p><math>podar(t3, a)</math></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- En la Figura 1 se muestra un árbol binario <math>a</math>.</li> <li>- En la Figura 2 se muestra qué nodos se deben eliminar para calcular <math>podar(t3, a)</math>. En cada rama los nodos que queden por debajo de la raya horizontal gruesa serán eliminados.</li> <li>- En la Figura 3 se muestra el árbol binario resultante.</li> </ul>

**Ejemplo 2:**

```

podar(t3, Crear(t1, Crear(t2, Avacio, Avacio),
                  Crear(t3, Crear(t4, Avacio, Avacio),
                           Avacio)
                )
      ) =
= Crear(t1, Crear(t2, Avacio, Avacio),
        Crear(t3, Avacio,
                Avacio)
      )

```