

VERSUCH NUMMER 602

Röntgenemission und -absorption

Irgendjemand

irgend.jemand@tu-dortmund.de

Someone

some.one@tu-dortmund.de

Durchführung: 07.06.2022

Abgabe: 14.06.2022

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	1
2 Theoretische Grundlagen	1
3 Versuchsaufbau und Durchführung	2
3.1 Durchführung	3
3.1.1 Bragg-Bedingung	3
3.1.2 Emissionsspektrum	3
3.1.3 Absorptionsspektrum	3
4 Auswertung	3
4.1 Bragg-Bedingung	4
4.2 Emissionsspektrum	5
4.3 Absorptionsspektrum	7
5 Diskussion	8
6 Anhang	9
Literatur	14

1 Zielsetzung

In diesem Versuch soll mit Hilfe eines LiF Kristalls das Emissionsspektrum einer Kupfer Röntgenröhre untersucht werden. Durch das Verwenden von verschiedenen Absorbern kann auch das Absorptionsspektrum bestimmt werden. Zudem soll die Bragg-Bedingung nachgewiesen werden.

2 Theoretische Grundlagen

Für die Erzeugung von Röntgenstrahlung die in verschiedenen Prozessen nützlich ist wird häufig die Brems Strahlung ausgenutzt. Diese entsteht wenn Elektronen auf ein Material Treffen und an den Kernen abgebremst werden. Durch diese Abbremsung kommt es zu einem kontinuierlichem Spektrum aus Wellenlängen. Der Verlauf der Intensität von verschiedenen Wellenlängen ist in Abbildung 1 zu erkennen.

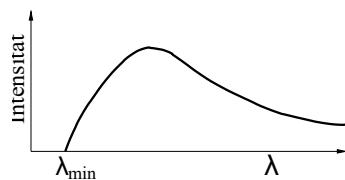


Abbildung 1: Intensitätsverlauf der Wellenlängen.[1]

λ_{\min} ist die minimale Wellenlänge (also maximale Energie) die aus dem Spektrum auftreten kann. Für diese wurde die gesamte Energie des Elektrons angegeben also

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{e_0 U}.$$

Zudem gibt es charakteristische Wellenlängen. Diese sind materialabhängig und entstehen wenn die Elektronen die Energie zwischen zwei Energiezuständen des Absorbermaterials besitzen. In diesem Fall können die Elektronen, Schalenelektronen auslösen und einen leeren Zustand zurücklassen. Dieser wird durch andere Elektronen des Atoms gefüllt. Durch den Energieverlust dieser Elektronen werden Röntgenquanten ausgesendet. Für diese Quanten gilt

$$E = hf = E_m - E_n.$$

Dabei beschreibt E_n die Energie der Elektronen auf der n-ten Schale. Diese ergibt sich durch

$$E_n = R_\infty z_{\text{eff}}^2 \frac{1}{n^2} \quad (1)$$

mit der effektiven Kernladungszahl $z_{\text{eff}} = z - \sigma$ der Abschirmkonstanten σ und der Rydbergkonstanten $R_\infty = 14 \text{ eV}$. Da die Elektronen auf der gleichen Schale verschiedene Bindungsenergien haben kommt es zu der sogenannten Feinstruktur. Für jedes Elektron der Schale wird die Linie aufgeteilt. Dies ist zu beobachten wenn ein Absorber in den Weg der Röntgenstrahlung gebracht wird. Bei verschiedenen Energien der Strahlung kommt es zu Sprüngen in der Absorption. Diese Sprünge sind in Abbildung 2 zu erkennen.

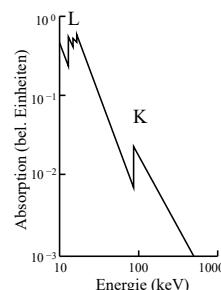


Abbildung 2: Absorption im Material bei verschiedenen Energien.[1]

Von der K-Schale gibt es nur einen Sprung aber von der L-Schale gibt es drei Sprünge. Die Energie an der K-Kante wird mit E_K bezeichnet. Zudem ist diese Energie identisch zu der Bindungsenergie der Elektronen in der Schale. Deshalb kann die Abschirmkonstante aus (1) durch

$$\sigma_K = Z - \sqrt{\frac{E_K}{r_\infty} - \frac{\alpha^2 Z^4}{4}} \quad (2)$$

bestimmt werden. $\alpha = 7,3 \cdot 10^{-3}$ beschreibt die Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante und E_K wie angesprochen die Energie der K-Kante. Die Konstanten können auch durch die Bestimmung der Energien der charakteristischen Strahlung bestimmt werden. Mit diesen gilt

$$E_{K,abs} = R_\infty (z - \sigma_1) \quad (3)$$

$$E_{K,\alpha} = R_\infty \left(\left(\frac{1}{n}\right)^2 (z - \sigma_1)^2 - \left(\frac{1}{m}\right)^2 (z - \sigma_2)^2 \right) \quad (4)$$

$$E_{K,\beta} = R_\infty \left(\left(\frac{1}{n}\right)^2 (z - \sigma_1)^2 - \left(\frac{1}{l}\right)^2 (z - \sigma_3)^2 \right). \quad (5)$$

$E_{K,abs}$ kann dabei nicht bestimmt werden und wird aus der Literatur genommen. Um die Röntgenstrahlung in ihre Energien aufzuteilen wird noch ein weiterer Effekt der Strahlung genutzt. Mit einem LiF Kristall kann mit Hilfe der Interferenz die Energien aufgeteilt werden. Der Kristall besitzt eine Struktur die in Abbildung 3 dargestellt ist.

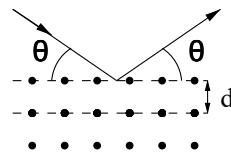


Abbildung 3: Bragg Bedingung an einer Kristalloberfläche.[1]

Da nicht das gesamte Licht an der ersten Schicht des Kristalls gespiegelt wird kann es zu Interferenz mit Licht aus der nächsten Schicht kommen. Die Strecke zwischen den Schichten ist gering im Vergleich zur Wellenlänge weshalb das Licht kohärent bleibt und interferiert. Die Bragg-Bedingung (6) beschreibt dabei die Abhängigkeit der Winkel θ von der Wellenlänge λ .

$$2d \sin \theta = n\lambda \quad (6)$$

Für einen LiF-Kristall gilt dabei immer $d = 200 \text{ pm}$. Durch das Drehen des Kristalls können so relativ diskrete Energien untersucht werden.

3 Versuchsaufbau und Durchführung

Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 4 dargestellt.

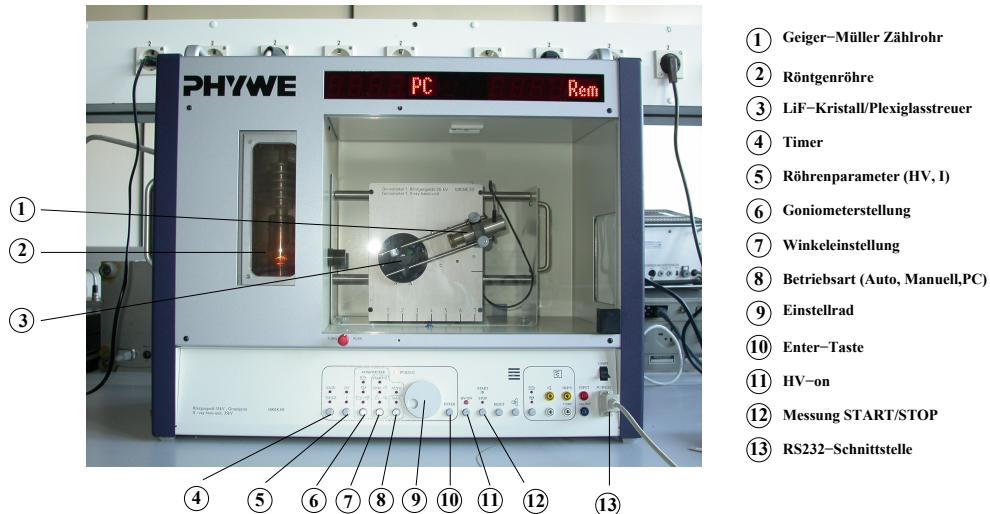


Abbildung 4: Abbildung des vollständigen Versuchsaufbaus.[1]

Dieser wird über die ein Kabel mit dem Computer verbunden. An diesem werden alle Einstellungen vorgenommen sowie die Daten bestimmt. Der Aufbau besteht im wesentlichen aus einer Glühkathode die Elektronen aussendet und diese auf ein Kupfer Absorber beschleunigt. Die entstandene Strahlung wird durch eine Linse auf den LiF Kristall gerichtet und reflektiert in ein bewegliches Geiger-Müller-Zählrohr. Dort wird die Anzahl der ionisierenden Teilchen bestimmt.

3.1 Durchführung

3.1.1 Bragg-Bedingung

Zunächst soll mit Hilfe des Aufbaus die Bragg Bedingung nachgewiesen werden. Dazu wird der Kristall in einem festen Winkel von $\theta = 14^\circ$ festgehalten und das Geiger-Müllerzährlrohr in $0,10^\circ$ Schritten weiter bewegt. Der Gesamte Messbereich erstreckt sich dabei von $\alpha_0 = 26^\circ$ bis $\alpha_1 = 30^\circ$. An jedem Winkel sollte über 5,0 s gemessen werden. Die vom Programm erfassten Daten können dann auf einen USB-Stick exportiert werden.

3.1.2 Emissionsspektrum

Um das gesamte Spektrum der Röntgenstrahlung zu untersuchen wird im Programm die Option 2:1 Koppelmodus ausgewählt. Dies sorgt dafür, dass das Geiger-Müllerzährlrohr immer im Doppelten Winkel des Kristalls steht sodass die größtmögliche Intensität der entsprechenden Wellenlänge gemessen wird. Die Messung wird über ein Intervall von $4,0^\circ$ bis 26° in $0,20^\circ$ Schritten durchgeführt. An jedem Winkel wird wieder über 5,0 s gemessen. Nach dem die charakteristischen Peaks des Spektrums erkannt wurden, werden diese noch einmal detaillierter aufgenommen. In einem Intervall von 20° bis 24° wird die Messung alle $0,10^\circ$ durchgeführt. Aus diesen Messungen sind die Peaks der charakteristischen Strahlung zu erkennen.

3.1.3 Absorptionsspektrum

Für die Messung der Strahlung nach Absorption wird ein Absorber vor das Geiger-Müllerzährlrohr gesteckt. Nach dem die Röntgenquanten am Kristall gespiegelt wurden bewegen diese sich durch das Material und werden absorbiert. Für diese Messung werden die Literaturwerte in Tabelle 1 der K-Kanten herangezogen. Mit diesen wird ein passendes Intervall für die Messung ausgesucht. Die Winkelschritte betragen weiterhin $0,10^\circ$ aber es wird über einen Zeitraum von 20 s gemessen. Dieser Vorgang wird für 5 verschiedene Absorber wiederholt.

4 Auswertung

Für alle Rechnungen werden die in Tabelle 1 dargestellten Literaturwerte verwendet.

Tabelle 1: Literaturwerte der gemessenen Werte.[2]

Element	Z	$E_K^{\text{lit}} / \text{keV}$	$\theta_K^{\text{lit}} / {}^\circ$	σ_K^{lit}
Zn	30	9,7	19	3,6
Ga	31	10	17	3,6
Ge	32	11	16	3,7
Br	35	13	13	3,8
Rb	37	15	12	3,9
Sr	38	16	11	4,0
Zr	40	18	9,9	4,1

Die Winkel wurden durch (6) mit $n = 1$ und $\lambda = \frac{hc}{E}$ bestimmt. Mit (2) wurden auch die Abschirmkonstanten bestimmt. Dazu sind auch die Literaturwerte der Kupferlinien

$$E_{K,\text{abs}} = 9,0 \text{ keV}$$

$$E_{K,\alpha}^{\text{lit}} = 8,0 \text{ keV}$$

$$E_{K,\beta}^{\text{lit}} = 8,9 \text{ keV}$$

und damit nach (3) (4) und (5)

$$\sigma_1 = 3,3$$

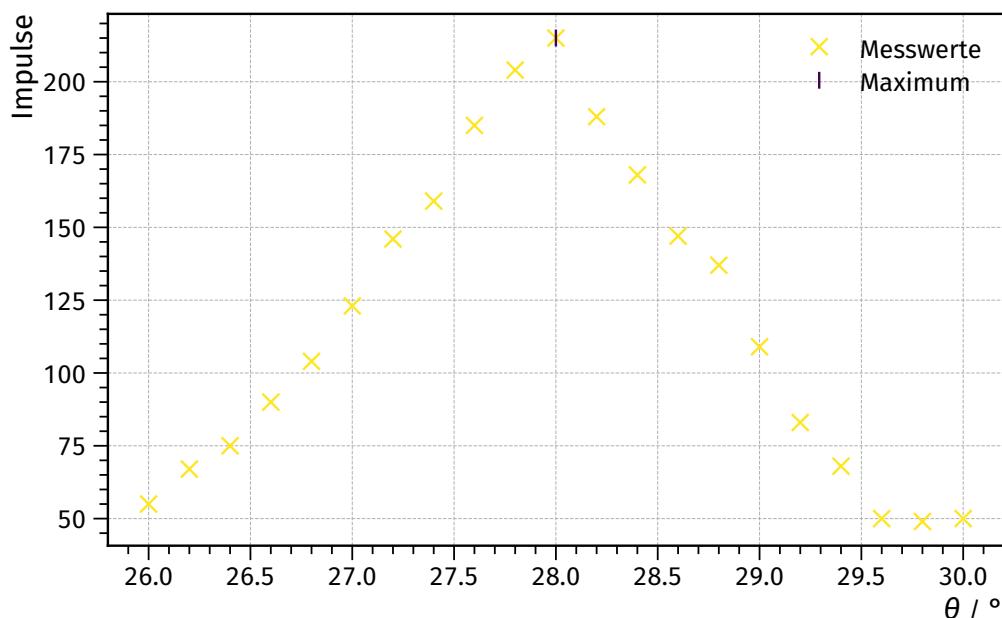
$$\sigma_2 = 12$$

$$\sigma_3 = 22$$

wichtig. Da $E_{K,\text{abs}}$ und damit auch σ_1 hier nicht gemessen werden können wird dieser Wert aus der Literatur verwendet um σ_2 und σ_3 aus den Messwerten zu bestimmen.

4.1 Bragg-Bedingung

Um die Bragg-Bedingung nachzuweisen wurden die Werte in Abbildung 5 aufgenommen.

**Abbildung 5:** Messwerte der Bragg Untersuchung.

Dort wurde mit Python der gefundenen Peak bei $\theta = 28^\circ$ eingetragen. Alle Berechnungen und Graphen werden mit Python 3.8.8 und entsprechenden Bibliotheken¹ durchgeführt.

4.2 Emissionsspektrum

Die Daten des gesamten Emissionsspektrums sind in Abbildung 6 zu erkennen.

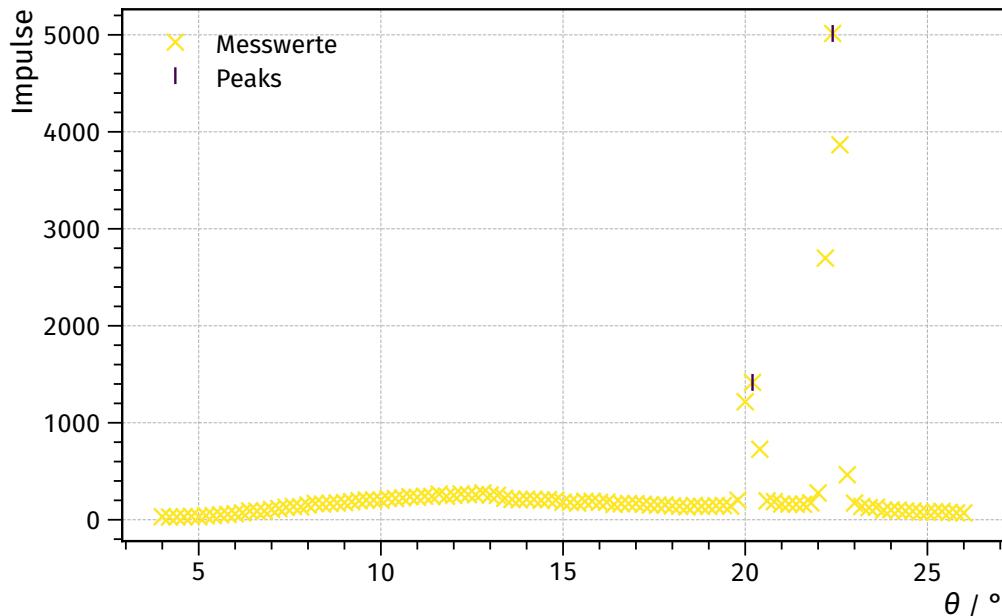


Abbildung 6: Das gesamte Emissionsspektrum einer Kupferröhre.

In diesem sind auch die Peaks der Messdaten eingezeichnet. Gut zu erkennen ist hier aber die Bremsstrahlung. Diese besitzt bei etwa $\theta = 12^\circ$ einen Hochpunkt dieser ist aber immer noch bedeutet kleiner als die Peaks der charakteristischen Strahlung. Zur genaueren Untersuchung wird der Graph der Detail Kurve in Abbildung 7 herangezogen.

¹Numpy [3], Scipy [4] and Matplotlib [5]

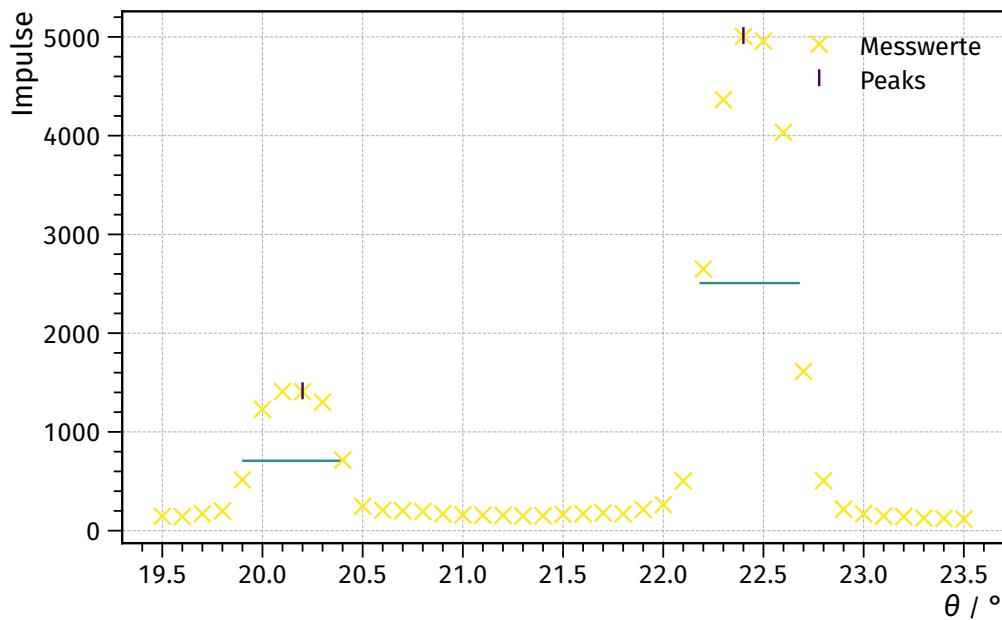


Abbildung 7: Das Detail Emissionsspektrum einer Kupferröhre.

Mit Hilfe der Scipy Funktion `interpolate.UnivariateSpline` wird die Breite der Peaks bei halber Höhe gefunden. Diese wurde in die Graphik eingezeichnet. Die in Python bestimmten Werte sind

$$E_{K,\alpha} = 8,1 \text{ keV}$$

$$E_{K,\beta} = 8,9 \text{ keV}$$

$$E_{FWHM,\alpha} = 210 \text{ eV}$$

$$E_{FWHM,\beta} = 170 \text{ eV}$$

Da diese nur aus Berechnungen einer Interpolation kommen ist es nicht möglich über statistische Fehler zu sprechen. Auch wenn die Breite nur durch ablesen und schätzen des Graphen bestimmt würde kann keine Aussage getroffen werden. Deshalb sind die Werte im weiteren ohne Fehler angegeben obwohl diese nicht fehlerfrei sind. Durch (3) (4) und (5) werden aus den Energien die Konstanten

$$\sigma_1 = 3,3$$

$$\sigma_2 = 13$$

$$\sigma_3 = 22$$

bestimmt. Dabei spricht σ_1 wie erwähnt mit dem Literaturwert überein. Aus den Energien kann das Auflösungsvermögen der Apparatur bestimmt werden. Dazu wird

$$A_{\alpha/\beta} = \frac{E_{K,\alpha/\beta}}{E_{FWHM,\alpha/\beta}} \quad (7)$$

bestimmt. So werden die Werte

$$A_\alpha = 38$$

$$A_\beta = 54$$

für das Auflösungsvermögen ermittelt.

4.3 Absorptionsspektrum

Die Werte der verschiedenen Absorber sind in Abschnitt 6 zu finden. Exemplarisch wird das Vorgehen an dem Graphen von Gallium dargestellt. Die Messwerte sind in Abbildung 8 dargestellt.

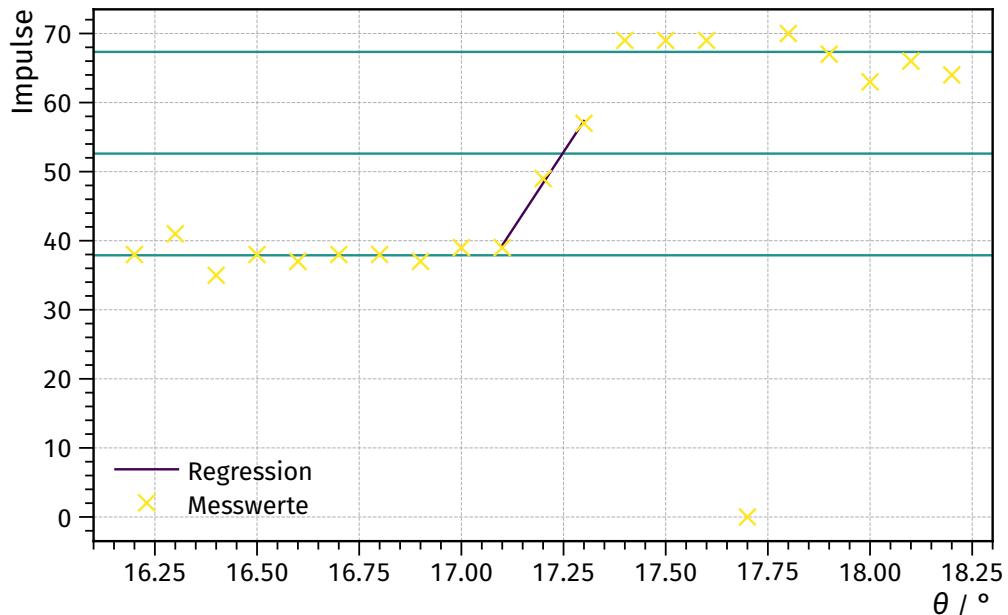


Abbildung 8: Ausgegebene Messwerte des Galliumabsorbers.

Mit Hilfe von Numpy werden die Plateaus gefunden und an ihren Höhen H_1 und H_2 horizontale Linien eingezeichnet. Wenn beide Plateaus gefunden sind wird in die Mitte dieser beiden eine weitere horizontale Linie eingefügt. Diese liegt bei

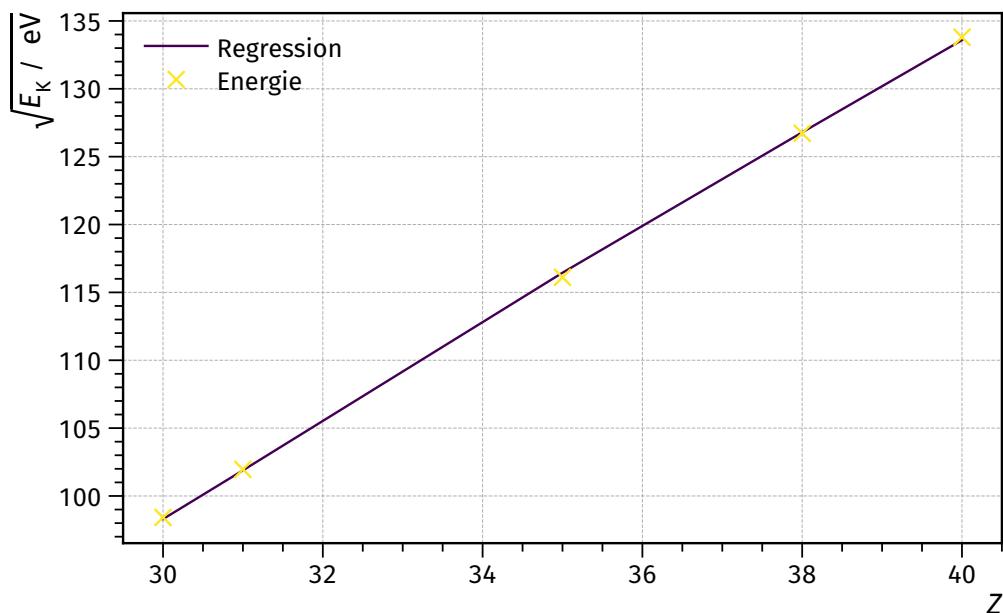
$$H_3 = H_1 + \frac{H_2 - H_1}{2}.$$

Mit den Werten die von Numpy nicht als Plateau erkannt werden wird eine lineare Regression durchgeführt. Diese liefert die rote Grade in der Darstellung. Der Schnittpunkt dieser Graden mit der horizontale Linie H_3 beschreibt den Winkel der K-Kante. Dieser wird in die Energie und die Absorptionskonstante umgerechnet. Für alle Absorber ergeben sich so die Werte in Tabelle 2.

Tabelle 2: Berechnete Energien und Absorptionskonstanten.

Element	Z	E_K / keV	$\theta_K / {}^\circ$	σ_K
Zn	30	9,7	19	3,6
Ga	31	10	17	3,6
Br	35	14	13	3,7
Sr	38	16	11	4,0
Zr	40	18	9,9	4,3

Um aus diesen die Rydberg Energie zu bestimmen werden die Wurzeln der errechneten Energien gegen die Ordnungszahl Z aufgetragen. Dies ist in Abbildung 9 zu erkennen.

**Abbildung 9:** Plot der Wurzel der Energien gegen die Ordnungszahl Z.

In diesem wurde auch die mit Python bestimmte Regressionsgerade eingezeichnet. Die Gerade der Form

$$f(Z) = m \cdot Z + b$$

ergibt die Parameter

$$m = 3,540 \pm 0,029 \frac{1}{\sqrt{\text{eV}}}$$

$$b = -7,73 \pm 1,00 \frac{1}{\sqrt{\text{eV}}}.$$

Die Rydberg Energie ist

$$E_{\text{Ryd}} = \frac{1}{m^2} = (12,52 \pm 0,20) \text{ eV}.$$

5 Diskussion

Um die im Versuch bestimmten Werte einzuordnen wird ihre Abweichung von den Literaturwerten bestimmt. Diese sind in Tabelle 3 zu finden.

Tabelle 3: Relative Abweichung der berechneten Werte.

Element	Z	$\Delta E_K / \%$	$\Delta \theta_K / \%$	$\Delta \sigma_K / \%$
Zn	30	0,13	0,13	0,49
Ga	31	0,010	0,010	0,050
Br	35	0,59	0,60	2,5
Sr	38	0,27	0,28	1,2
Zr	40	0,86	0,88	3,9

Für die Energien der Kupfer Linien sind die Abweichungen

$$\Delta E_{K,\alpha} = 0,36 \%$$

$$\Delta E_{K,\beta} = 0,090 \%$$

bestimmt. Die Abweichungen der Abschirmkonstanten betragen

$$\Delta\sigma_2 = 2,1 \%$$

$$\Delta\sigma_3 = 1,7 \%.$$

Zuletzt wurde für die Rydbergenergie eine Abweichung von $(7,9 \pm 1,5) \%$ bestimmt. Alle diese Abweichungen sind relativ gering. Die größte Abweichung tritt bei der Rydbergenergie auf. Bei dem Versuch kann es durchaus zu Messfehlern kommen. Dies ist in Abbildung 8 zu beobachten. Einer der Werte des zweiten Plateaus ist auf 0 gesprungen. Dies war natürlich nicht der Fall und es handelt sich um einen Fehler in der Messapparatur. Insgesamt ist der Versuch gut geeignet um die gesuchten Werte zu bestimmen.

6 Anhang

Tabelle 4: Messwerte von Zink.

$\theta / \%$	Impulse
12	6,0
12	9,0
12	8,0
13	9,0
13	9,0
13	8,0
13	8,0
13	9,0
13	10
13	12
13	14
13	18
13	21
14	17
14	18
14	18
14	18
14	16
14	16
14	16
14	15

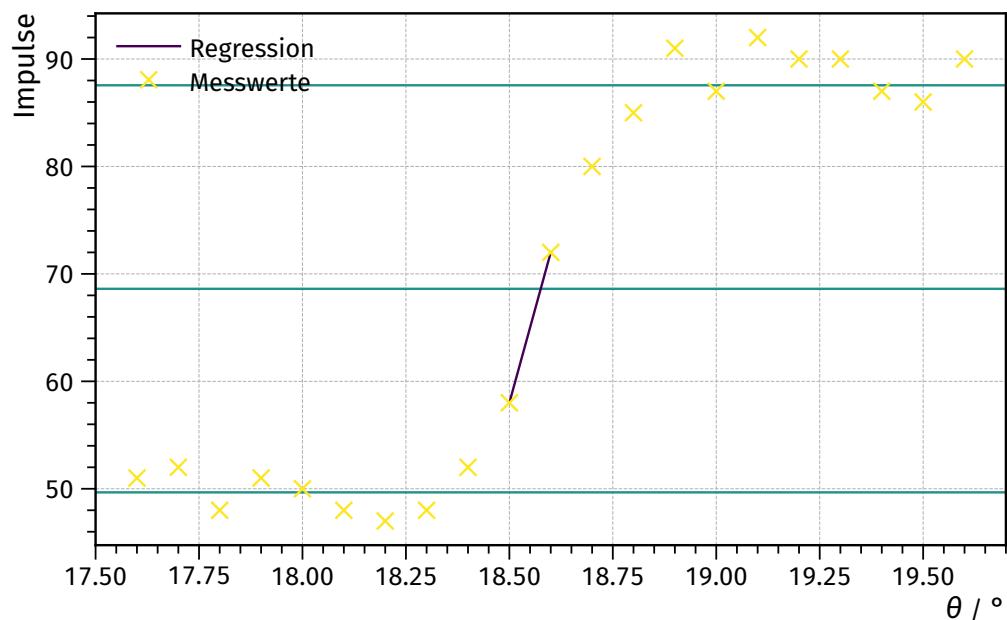


Abbildung 10: Messwerte von Zink.

Tabelle 5: Messwerte von Brom.

$\theta / {}^\circ$	Impulse
12	8,0
12	9,0
12	8,0
13	8,0
13	9,0
13	8,0
13	9,0
13	8,0
13	9,0
13	12
13	16
13	18
13	19
14	18
14	19
14	18
14	18
14	16
14	15
14	15
14	16

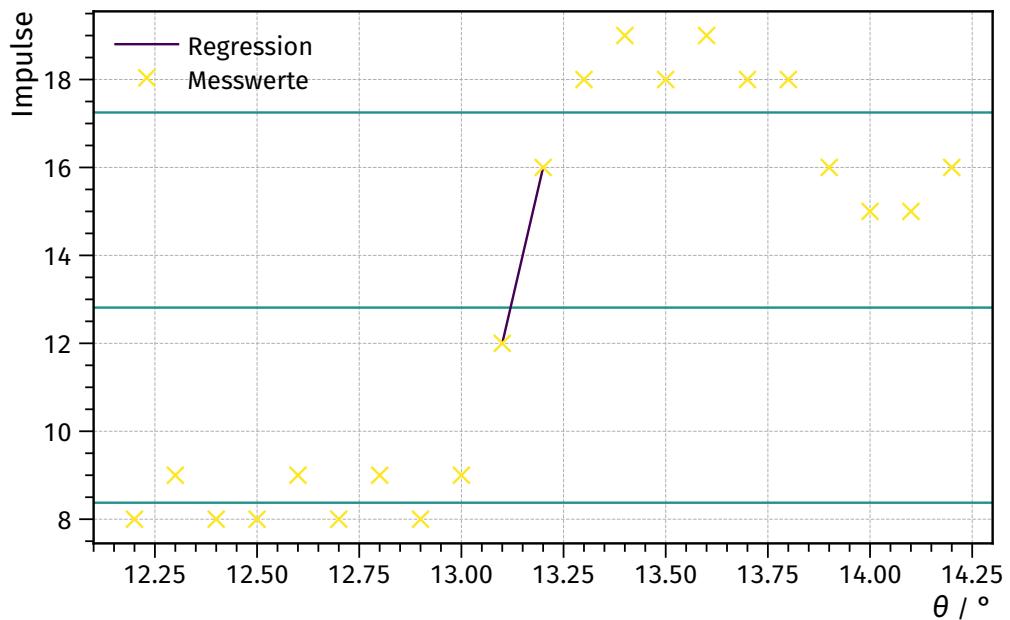


Abbildung 11: Messwerte von Brom.

Tabelle 6: Messwerte von Strontium.

$\theta / ^\circ$	Impulse
10	35
10	38
10	33
10	33
10	35
11	38
11	35
11	34
11	38
11	46
11	63
11	83
11	100
11	110
11	110
12	110
12	110
12	110
12	100
12	100

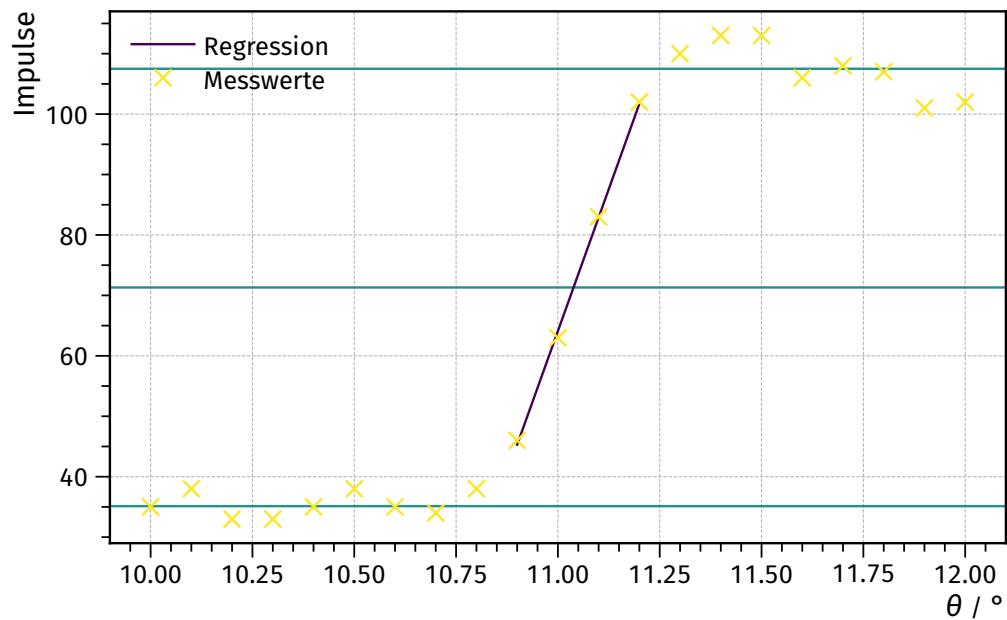


Abbildung 12: Messwerte von Strontium.

Tabelle 7: Messwerte von Zirkonium.

$\theta / {}^\circ$	Impulse
8,9	74
9,0	76
9,1	77
9,2	73
9,3	75
9,4	72
9,5	72
9,6	72
9,7	78
9,8	85
9,9	110
10	120
10	140
10	150
10	150
11	150
11	150
11	150
11	160

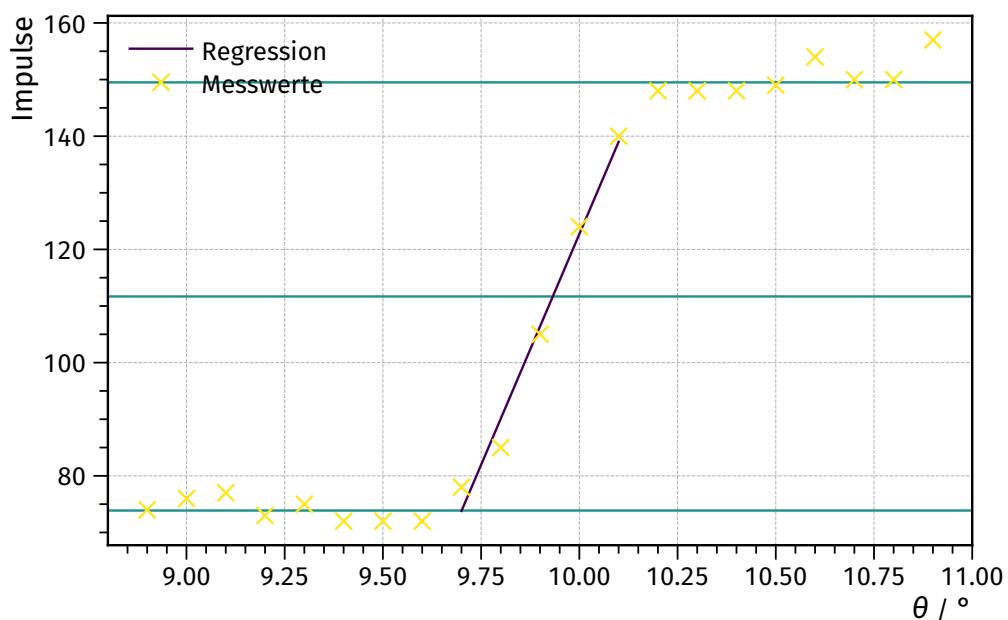


Abbildung 13: Messwerte von Zirkonium.

Tabelle 8: Messwerte von Gallium.

$\theta / %$	Impulse
26	55
26	67
26	75
27	90
27	100
27	120
27	150
27	160
28	190
28	200
28	220
28	190
28	170
29	150
29	140
29	110
29	83
29	68
30	50
30	49
30	50

Tabelle 9: Messwerte des Detailspektrums.

$\theta / \%$	Impulse
16	38
16	41
16	35
17	38
17	37
17	38
17	38
17	37
17	39
17	39
17	49
17	57
17	69
18	69
18	69
18	0
18	70
18	67
18	63
18	66
18	64

Literatur

- [1] Versuch Nr. 602. Röntgenemission und -absorption. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2022.
- [2] PHYSICAL MEASUREMENT LABORATORY. X-ray Transition Energies Database. URL: <https://physics.nist.gov/PhysRefData/XrayTrans/Html/search.html> (besucht am 08.06.2022).
- [3] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: Computing in Science & Engineering 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [4] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u.a. SciPy: Open source scientific tools for Python. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [5] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: Computing in Science & Engineering 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.