

VERSUCH NUMMER 503

Der Millikan-Oltröpfchenversuch

Irgendjemand

irgend.jemand@tu-dortmund.de

Someone

some.one@tu-dortmund.de

Durchführung: 12.04.2022

Abgabe: 19.04.2022

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	1
2 Theoretische Grundlagen	1
2.1 Die Kräfte ohne elektrisches Feld	1
2.2 Die Kräfte mit elektrischem Feld	1
2.3 Korrektur der Viskosität	2
3 Versuchsaufbau und Durchführung	2
3.1 Versuchsaufbau	2
3.2 Durchführung	3
4 Auswertung	4
5 Diskussion	8
Literatur	9

1 Zielsetzung

Der Millikan-Öltröpfchenversuch wird verwendet um die Elementarladung eines Elektrons zu bestimmen. Hierzu wird die Ladung auf zerstäubten Öltröpfchen ermittelt und damit auf die Elementarladung geschlossen.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Die Kräfte ohne elektrisches Feld

Auf die zerstäubten Öltröpfchen wirken, bevor das elektrische Feld eingeschaltet wird, zwei Kräfte. Dazu gehört die Gravitationskraft $\vec{F}_g = m \cdot \vec{g}$ mit der Masse m des Tröpfchens und der Erdbeschleunigung \vec{g} und die entgegengesetzte Reibungskraft. Werden die Tröpfchen nun als Kugeln angenommen kann die Reibungskraft in Luft durch die Stokessche Reibung $\vec{F}_R = -6\pi r \eta_L \vec{v}$ beschrieben werden. Dabei ist r der Radius des Öltröpfchens, η_L die Viskosität von Luft und \vec{v} die Geschwindigkeit des Tröpfchens. Für das Kräftegleichgewicht gilt nun mit der Dichte des Öls ρ_{Oel} und der Dichte von Luft ρ_L

$$\frac{4\pi}{3} \cdot r^3 (\rho_{Oel} - \rho_L) = 6\pi r \eta_L v_0.$$

v_0 beschreibt dabei die Geschwindigkeit der Tröpfchen die sich nach wenigen Sekunden konstant einstellt. Dadurch lässt sich der Radius der Tröpfchens bestimmen

$$r = \sqrt{\frac{9\eta_L v_0}{2g(\rho_{Oel} - \rho_L)}}. \quad (1)$$

2.2 Die Kräfte mit elektrischem Feld

Wird nun ein elektrisches Feld eingeschaltet wirkt eine weitere Kraft auf das Öl. Die Kraft eines elektrischen Feldes der Stärke \vec{E} auf eine Ladung q_0 wird durch $\vec{F}_{el} = q_0 \cdot \vec{E}$ beschrieben. Es gibt zwei Fälle. Je nach Polung des elektrischen Feldes bewegt sich das Tröpfchen in eine andere Richtung. Dies wird in der Abbildung 1 deutlich gemacht. Durch

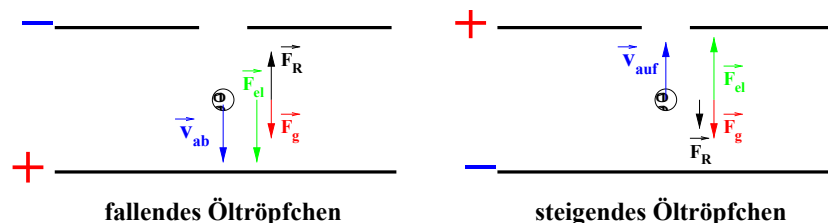


Abbildung 1: Kräftegleichgewicht der Öltröpfchen [1]

diese Unterscheidung lassen sich 2 Gleichungen aufstellen. Aus den Kräftegleichgewichten ergibt sich so für den Fall, dass das Tröpfchen aufsteigt

$$\frac{4\pi}{3} \cdot r^3 (\rho_{Oel} - \rho_L) - 6\pi r \eta_L v_{ab} = -q_0 \cdot E \quad (2)$$

und für den Fall, dass das Tröpfchen fällt

$$\frac{4\pi}{3} \cdot r^3 (\rho_{Oel} + \rho_L) + 6\pi r \eta_L v_{auf} = q_0 \cdot E. \quad (3)$$

Nun kann mit den Gleichungen (2) und (3) sowohl die Ladung q_0 als auch der Radius r der Tröpfchen, in Abhängigkeit der zu messenden Werte v_{auf} und v_{ab} , bestimmt werden. Für diese gilt

$$q_0 = 3\pi \eta_L \sqrt{\frac{9\eta_L (v_{ab} - v_{auf})}{4g(\rho_{Oel} - \rho_L)}} \cdot \frac{(v_{ab} + v_{auf})}{E} \quad (4)$$

und

$$r = \sqrt{\frac{9\eta_L (v_{ab} - v_{auf})}{2g(\rho_{Oel} - \rho_L)}}. \quad (5)$$

2.3 Korrektur der Viskosität

Das Stokessche Reibungsgesetz gilt nur in einem für Kugeln die größer als die mittlere freie Weglänge in Luft sind. Dies ist aber für die Tröpfchen nicht erfüllt und die Viskosität η_L muss durch

$$\eta_{eff} = \eta_L \left(\frac{1}{1 + \frac{B}{pr}} \right) \quad (6)$$

korrigiert werden. B beschreibt den Cunningham Korrekturterm mit $B = 6,2 \cdot 10^{-3} \text{ Torr} \cdot \text{cm}$ und p den Druck in der Kammer. Die Ladung muss also durch

$$q = q_0 \cdot \left(1 + \frac{B}{pr} \right)^{3/2} \quad (7)$$

bestimmt werden.

3 Versuchsaufbau und Durchführung

Zunächst wird der Aufbau des Versuchs beschrieben.

3.1 Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 2

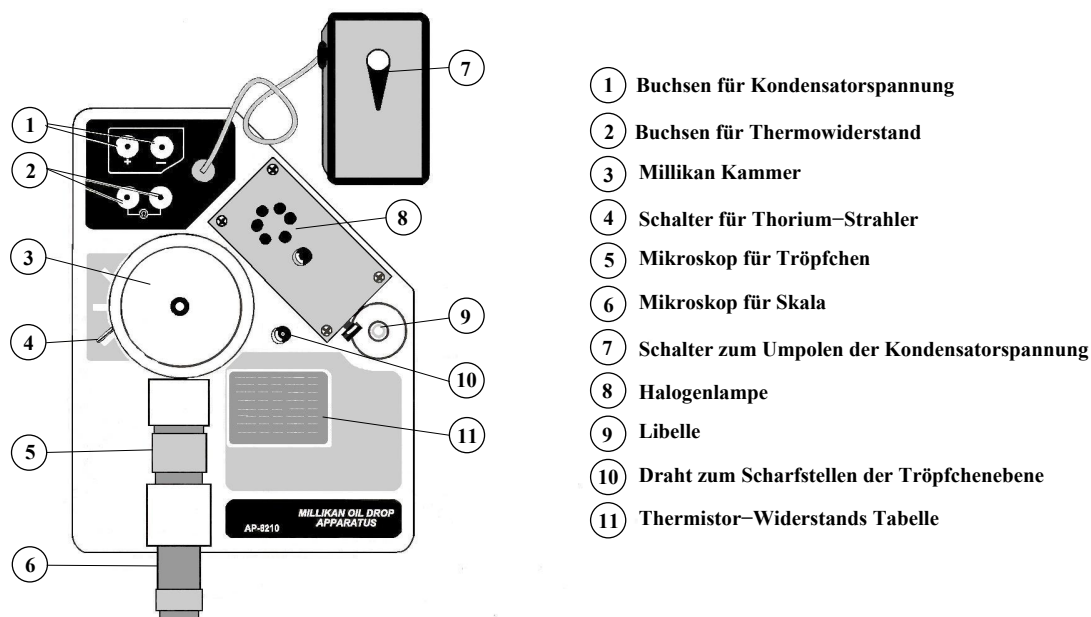


Abbildung 2: Aufbau des Millikan-Versuchs [1]

dargestellt. Die Tröpfchen gelangen durch den Zerstäuber in die Millikan Kammer. In dieser gibt es einen Kondensator der ein elektrisches Feld senkrecht zur Bewegungsrichtung der Tröpfchen generiert. Der Kondensator kann ein und aus geschaltet aber auch durch einen Hebel umgepolt werden. Dies erlaubt es das Elektrische Feld umzukehren und die Tröpfchen in beide Richtungen zu beobachten. Nicht alle Tröpfchen müssen durch die Reibung in der Zerstäubung aufgeladen worden sein, weshalb ein schwach radioaktives Präparat in der unteren Platte eingelassen ist. Dieses ist verdeckt und kann durch einen Schalter abgedeckt werden. Die radioaktive Strahlung des Thorium-232 Präparates ionisiert die Luft in der Kammer und kann so sie Tröpfchen aufladen. Da die Tröpfchen zu klein sind um genau mit dem Auge beobachtet zu werden wird ein Mikroskop verwendet. Mithilfe der Längenskala im Hintergrund kann so sie Geschwindigkeit der Tröpfchen bestimmt werden. Um diese gut zu erkennen werden sie mit einer Halogenlampe beleuchtet. Da diese die Luft in der Kammer erwärmt wird die Temperatur durch einen Thermistor-Widerstand bestimmt. Da es in diesem Versuch wichtig ist das die Tröpfchen senkrecht nach unten fallen ist ebenfalls eine Libelle, zum ausrichten der Kammer, angebracht.

3.2 Durchführung

Nach korrektem Ausrichten der Kammer mithilfe der Libelle wird ein wenig Öl in die Kammer gestäubt. Es sollte allerdings nicht zu viel Öl in die Kammer gegeben werden da die Tröpfchen so nicht mehr gut zu verfolgen sind und etwa fünf Minuten gewartet werden muss bis das Öl am Boden der Kammer ankommt. Durch das Mikroskop wird ein Tröpfchen das etwa die Geschwindigkeit $v_0 = 0,010 \text{ m/s}$ bis $v_0 = 0,0010 \text{ m/s}$ besitzt gesucht. Nun wird der Kondensator mit Spannung versorgt und das Tröpfchen beobachtet sollte sich die Bewegung nicht ändern wird der Kondensator abgeschaltet und mit dem Thorium-232 Präparat das Tröpfchen geladen. Wenn der Kondensator nun wieder eingeschaltet wird erfährt dieses eine Kraft und es wird die neue Geschwindigkeit v_{ab} bzw. v_{auf} bestimmt. Hierzu wird die Zeit die für einen bestimmten Weg benötigt wird gemessen. Mit der umgekehrten Polung am Kondensator wird so auch die andere Geschwindigkeit gemessen. Wichtig ist das nur Tröpfchen beachtet werden für die gilt $2v_0 = v_{ab} - v_{auf}$. Wenn dies nicht der Fall ist hat sich die Ladung während der Messung geändert. Die so berechnete Ladung ist also nicht brauchbar. Diese Messungen werden für fünf Tröpfchen drei mal wiederholt, wobei v_0 nur einmal bestimmt wird. Dann wird die Kondensatorspannung erhöht. Bei dieser werden fünf weitere Tröpfchen gemessen. Die Kondensatorspannung sollte dabei nicht über 500 V betragen. Wichtig ist es zudem etwa alle 15 Minuten die Temperatur zu bestimmen, um mit dieser die Viskosität von Luft aus Abbildung 3 abzulesen.

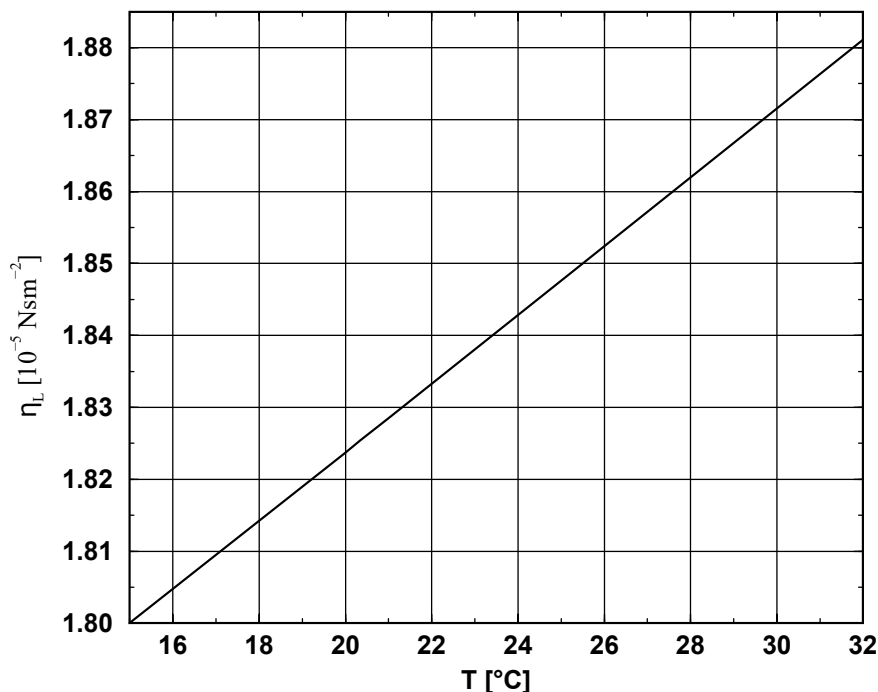


Abbildung 3: Viskosität von Luft bei verschiedenen Temperaturen [1]

Der Thermistor-Widerstand gibt allerdings nur Widerstände aus weshalb mit Hilfe von Abbildung 4 die Temperatur bestimmt wird.

T [°C]	R [MΩ]	T [°C]	R [MΩ]	T [°C]	R [MΩ]
10	3.239	20	2.300	30	1.774
11	3.118	21	2.233	31	1.736
12	3.004	22	2.169	32	1.700
13	2.897	23	2.110	33	1.666
14	2.795	24	2.053	34	1.634
15	2.700	25	2.000	35	1.603
16	2.610	26	1.950	36	1.574
17	2.526	27	1.902	37	1.547
18	2.446	28	1.857	38	1.521
19	2.371	29	1.815	39	1.496

Abbildung 4: Temperatur der Luft bei verschiedenen Widerständen [1]

Durch diese Messungen lässt sich die Elementarladung bestimmen.

4 Auswertung

In Tabelle 1 wurde die Zeit gemessen, die das jeweilige Öltröpfchen benötigte um eine Strecke von $s = 5,0 \text{ mm}$ zurückzulegen.

Tabelle 1: Messdaten der Öltröpfchen für verschiedene Spannungen

(a) Daten für $U = 180 \text{ V}$			(b) Daten für $U = 200 \text{ V}$			(c) Daten für $U = 230 \text{ V}$		
t_0 / s	t_{ab} / s	t_{auf} / s	t_0 / s	t_{ab} / s	t_{auf} / s	t_0 / s	t_{ab} / s	t_{auf} / s
68	4,0	5,0	7,5	2,4	7,9	23	5,9	11
	3,8	4,6		2,5	7,5		5,9	11
	4,6	4,4		3,1	8,5		5,7	11
41	3,5	4,7	13	3,6	9,6	31	6,3	12
	3,7	4,2		3,6	9,6		6,1	13
	3,2	4,2		4,0	9,4		5,8	12
30	6,9	9,2	26	11	25	14	3,6	5,5
	6,8	9,5		11	24		3,5	5,5
	7,2	9,3		9,3	22		3,4	5,5
39	4,6	6,1	20	8,3	29	29	3,4	4,2
	4,6	5,6		9,2	32		3,3	4,2
	4,7	5,7		8,6	33		3,2	4,2
61	4,2	3,8	25	5,0	6,8	15	4,3	12
	3,9	4,3		5,2	7,0		4,5	12
	3,8	4,5		5,7	7,2		4,4	13

(d) Daten für $U = 250 \text{ V}$			(e) Daten für $U = 280 \text{ V}$		
t_0 / s	t_{ab} / s	t_{auf} / s	t_0 / s	t_{ab} / s	t_{auf} / s
16	5,3	17	14	4,3	12
	5,4	17		3,9	12
	5,1	17		4,3	12
15	3,1	5,9	22	2,7	3,6
	3,0	5,1		2,6	3,1
	3,4	6,2		2,6	3,2
48	3,0	3,5	10	2,6	5,4
	3,1	3,4		2,7	5,2
	3,1	3,4		2,7	5,2
14	4,2	9,4	6,3	1,9	3,8
	4,2	10		1,7	3,8
	4,2	10		1,8	3,8
28	5,8	12	19	3,4	6,0
	5,3	13		3,8	5,8
	5,2	13		2,9	5,4

Als Fehler für alle Zeiten wird dabei die ungefähre menschliche Reaktionszeit mit $\Delta t = 200 \text{ ms}$ abgeschätzt. Für die Spannungen gilt eine Ungenauigkeit von $\Delta U = 1,0 \text{ V}$.

Nach jeder Änderung der Spannung wurde auch der Widerstand des Thermistors gemessen, wodurch sich mithilfe von Abbildung 4 die Temperatur zu dieser Zeit bestimmen lässt. In dieser Tabelle sind auch die entsprechenden Viskositäten von Luft eingetragen (siehe Abbildung 3).

Tabelle 2: Gemessene Widerstände und zugehörige Temperaturen

$R / \text{M}\Omega$	$T / ^\circ\text{C}$	$\eta_L / 10^{-5} \text{ N/(s m}^2\text{)}$
2,0	26	1,9
1,8	29	1,9
1,9	27	1,9
2,0	22	1,8
1,8	30	1,9

Nun werden die Mittelwerte der jeweiligen Zeiten für ein Tröpfchen durch die Formel

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i. \quad (8)$$

berechnet. Der zugehörige Fehler des Messwertes berechnet sich dann über

$$\Delta \bar{x} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}. \quad (9)$$

Alle Berechnungen, Graphen sowie das Bestimmen der Unsicherheiten werden mit Python 3.8.8 und entsprechenden Bibliotheken¹ durchgeführt.

Anschließend werden die Geschwindigkeiten der Teilchen bestimmt durch

$$v = \frac{s}{t}.$$

Die Fehler werden dabei über die Gaußsche Fehlerfortpflanzung berechnet:

$$\Delta f(x_1, \dots, x_N) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left[\left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot (\Delta x_i)^2 \right]}. \quad (10)$$

Die so berechneten Geschwindigkeiten sind in Tabelle 3 abgebildet.

Tabelle 3: Messdaten der Öltröpfchen für verschiedene Spannungen

(a) Daten für $U = 180 \text{ V}$				(b) Daten für $U = 200 \text{ V}$			
Nr.	$v_0 / \mu\text{m/s}$	$v_{auf} / \mu\text{m/s}$	$v_{ab} / \mu\text{m/s}$	Nr.	$v_0 / \mu\text{m/s}$	$v_{auf} / \mu\text{m/s}$	$v_{ab} / \mu\text{m/s}$
1	7,350±0,012	107,0±2,7	121,0±3,0	6	67,00±1,00	62,80±0,90	189,0±8,0
2	12,120±0,030	115,0±3,0	144,0±5,0	7	39,50±0,40	52,40±0,60	134,0±4,0
3	16,530±0,060	53,5±0,7	72,0±1,1	8	18,91±0,08	21,20±0,10	48,1±0,5
4	12,760±0,040	86,0±1,7	109,0±2,7	9	25,00±0,14	15,98±0,06	57,4±0,8
5	8,200±0,016	119,0±3,3	126,0±4,0	10	19,76±0,09	72,00±1,20	94,0±2,1
(c) Daten für $U = 230 \text{ V}$				(d) Daten für $U = 250 \text{ V}$			
Nr.	$v_0 / \mu\text{m/s}$	$v_{auf} / \mu\text{m/s}$	$v_{ab} / \mu\text{m/s}$	Nr.	$v_0 / \mu\text{m/s}$	$v_{auf} / \mu\text{m/s}$	$v_{ab} / \mu\text{m/s}$
11	21,60±0,11	45,7±0,5	86,0±1,7	16	30,700±0,220	29,80±0,21	95,0±2,1
12	16,05±0,06	41,2±0,4	83,0±1,6	17	33,800±0,260	87,00±1,70	159,0±6,0
13	34,60±0,28	90,6±1,9	141,0±5,0	18	10,430±0,025	147,00±5,00	163,0±6,0
14	17,05±0,07	120,0±3,0	151,0±5,0	19	36,700±0,300	50,80±0,60	120,0±3,0
15	33,50±0,26	40,3±0,4	114,0±3,0	20	18,060±0,080	39,70±0,36	92,0±2,0
(e) Daten für $U = 280 \text{ V}$							
Nr.	$v_0 / \mu\text{m/s}$	$v_{auf} / \mu\text{m/s}$	$v_{ab} / \mu\text{m/s}$				
21	3,50±0,28	40,8±0,4	121±3				
22	2,30±0,12	151,0±5,0	191±8				
23	5,00±0,60	95,0±2,1	186±8				
24	8,00±1,40	132,0±4,0	278±18				
25	2,60±0,16	87,0±1,8	149±5				

Von allen Tröpfchen wird nun die Relation $2v_0 = v_{ab} - v_{auf}$ überprüft. Dabei werden alle Teile weiter verwendet für die gilt:

$$\frac{v_{\text{mittel}} - (2v_0 - (v_{ab} - v_{auf}))}{v_{\text{mittel}}} \geq 0,92$$

¹Numpy [2], Uncertainties [3] and Matplotlib [4]

Hierbei beschreibt v_{mittel} den Mittelwert der Geschwindigkeiten v_0 , v_{ab} und v_{auf} für je ein Öltröpfchen. Durch diesen Schritt wird versucht die Teilchen herauszufiltern, bei denen keine Ladungsänderung stattgefunden hat. Nach diesen Kriterien bleiben die folgenden Teilchen über: 1,2,4,6,7,11,14,16,17,18,19,21,22,23 Für diese wird nun nach Gleichung 6 mit Hilfe von Tabelle 2 die korrigierte Viskosität der Luft bestimmt. Und dann mit Hilfe von Gleichung 4, in welche die korrigierte Viskosität eingesetzt wird, die Ladung der Teilchen bestimmt. Vorher wird noch der für Gleichung 6 benötigte Radius r über Gleichung 5 bestimmt. Daraus ergeben sich dann folgende Ladungen:

Tabelle 4: Bestimmte Ladungen

Nr.	$q / 10^{-19} \text{ C}$
1	$2,000 \pm 0,500$
2	$4,100 \pm 0,600$
3	$2,500 \pm 0,300$
4	$9,600 \pm 0,700$
5	$5,300 \pm 0,300$
6	$2,024 \pm 0,090$
7	$3,500 \pm 0,600$
8	$2,380 \pm 0,090$
9	$5,100 \pm 0,400$
10	$2,130 \pm 0,800$
11	$3,400 \pm 0,180$
12	$4,300 \pm 0,800$
13	$6,300 \pm 0,600$
14	$13,000 \pm 1,500$

Diese Ladungen werden im Folgenden einmal unsortiert und einmal nach Ladung sortiert dargestellt:

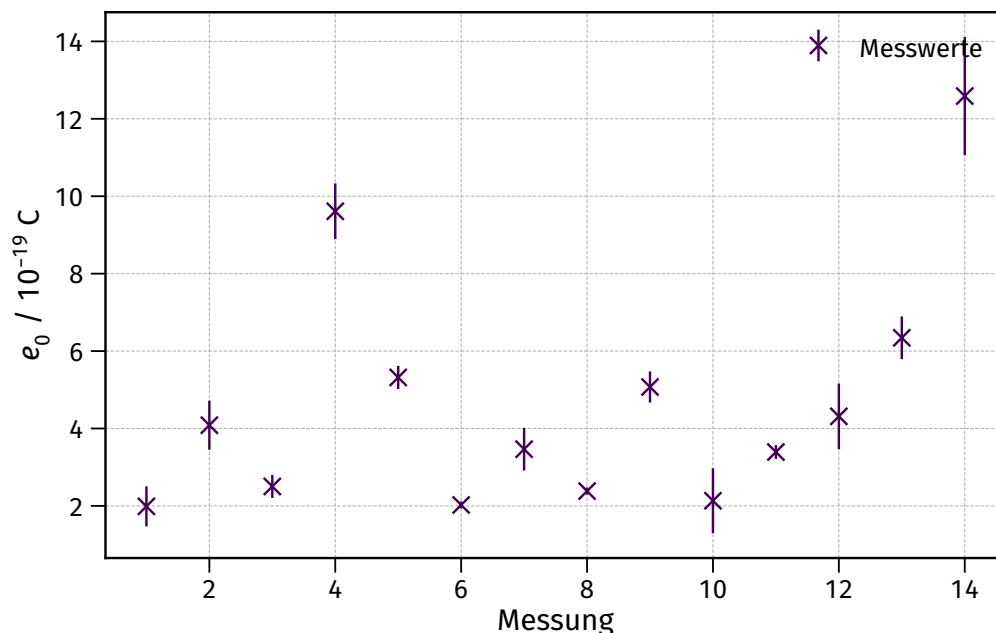


Abbildung 5: Berechnete Werte für e_0

Nun wird der größte gemeinsame Teiler der Ladungen bestimmt. Aufgrund der Tatsache, dass die gemessenen Werte Fehler haben, ist nicht davon auszugehen, dass alle Ladungen ganze Vielfache voneinander sind. Deshalb wird der kleinste Teiler gesucht, bei dem die übrigbleibende Differenz unter $1,0 \cdot 10^{-19}$ liegt, da bekannt ist, dass die

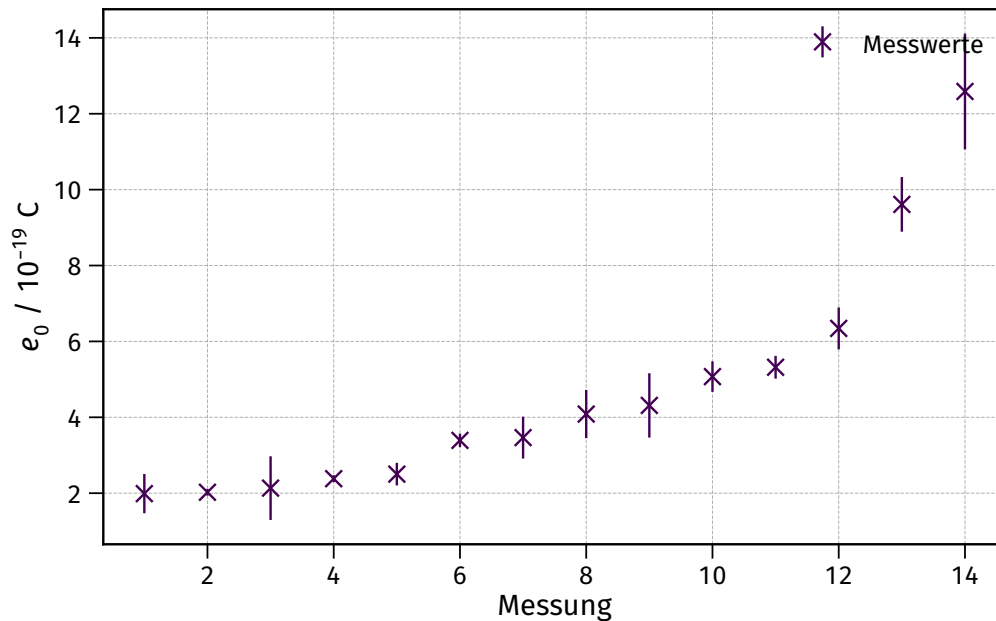


Abbildung 6: Berechnete Werte für e_0 nach Größe sortiert

Elementarladung in dieser Größenordnung liegt. Mit Hilfe dieses Vorgehens wird folgende Ladung bestimmt:

$$e_0 = (2,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Daraus lässt sich dann noch mit Hilfe der Faraday-Konstante $F = 96\,000 \text{ C/mol}$ [5, S. 575] über

$$N_A = \frac{F}{e_0}$$

die Avogadro-Konstante bestimmen. Diese ergibt sich dann zu:

$$N_A = (4,9 \pm 1,3) \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}$$

5 Diskussion

Probleme des Versuchsaufbaus Es ist zu beachten dass es bei dem Versuch zu Schwierigkeiten kam. Die Messung für $U = 180 \text{ V}$ konnte durchgeführt werden. Doch nachdem die Spannung erhöht wurde konnten keine weiteren Tröpfchen beobachtet werden. Auch nach dem reinigen der Kammer und austauschen der Lampe konnte das Experiment nicht fortgesetzt werden. Die Daten für alle anderen Spannungen stammen deshalb aus einer vorherigen Durchführung. Dennoch können die Werte als korrekt angesehen werden und die Rechnung sind nicht beeinflusst. Das tatsächliche Problem am Versuchsaufbau ist nicht klar geworden aber es kommt bei diesem Versuch oft zu Problemen.

Messwerte und Genauigkeit Die Messwerte unterliegen vor allem der Reaktionsgeschwindigkeit von Menschen. Eine Person beobachtet das Teilchen und eine andere stoppt die Zeit. Dies führt zu Abweichungen der Daten. Dadurch lässt sich auch die relative Abweichung der bestimmten Konstanten von ihren Literaturwert erklären. Der Literaturwert für $e_{0,\text{lit}}$ ist gegeben mit $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ [5, S. 575]. Das bedeutet eine Abweichung von $(24 \pm 32) \%$. Für die Avogadro-Konstante mit $N_{A,\text{lit}} = 6,0 \cdot 10^{23} \text{ 1/mol}$ [5, S. 575] ergibt sich so eine Abweichung von $(19 \pm 21) \%$. Auch wenn es zu relativ grossen Abweichungen kommt liegt der Literaturwert im Sicherheitsintervall. Wenn der Versuch über noch mehr Teilchen und Durchläufe durchgeführt wird kann die Genauigkeit deutlich verbessert werden. Zudem gibt es noch weitere Störfaktoren die dazu führen dass die Ergebnisse schlechter werden. Dazu zählt zum Beispiel das Problem, dass die Kammer nicht perfekt von außen abgeschirmt ist und die Tröpfchen so von Druck

unterschieden beeinflusst werden. Es kommt auch zu Abweichungen in der Bestimmung der Viskosität und der Temperatur da diese nicht durch eine Funktion bestimmt werden können sondern aus der Tabelle und dem Graphen abgelesen werden müssen. Trotz der Schwierigkeiten in der Durchführung ist der Versuch durchaus gut geeignet um die Konstanten e und N_A zu bestimmen. Vor allem wenn noch mehr Messungen durchgeführt werden.

Literatur

- [1] Versuch Nr. 503. Der Millikan-Oltröpfchenversuch. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2022.
- [2] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: Computing in Science & Engineering 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [3] Eric O. Lebigot. Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [4] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: Computing in Science & Engineering 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [5] J. Krause J. Grehn. Metzler Physik. 4. Aufl. Braunschweig: Bildunghaus Schulbuchverlage, 2007. ISBN: 978-3-507-10710-6.