

VERSUCH NUMMER 302

Elektrische Brückenschaltungen

Irgendjemand

irgend.jemand@tu-dortmund.de

Durchführung: 23.11.2021

Someone

some.one@tu-dortmund.de

Abgabe: 30.11.2021

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	1
2 Theorie	1
2.1 Grundlagen und Bauteile	1
2.2 Brückenschaltungen	4
2.3 Berechnung der Messunsicherheiten	11
3 Durchführung	12
3.1 Messen von Widerständen mit der Wheatstonschen Brückenschaltung	12
3.2 Messen einer Kapazität mit der Kapazitätsmessbrücke	12
3.3 Messen einer Induktivität	12
3.3.1 Mithilfe der Induktivitätsmessbrücke	12
3.3.2 Mithilfe der Maxwell-Brücke	12
3.4 Frequenzabhängigkeit der Brückenspannung bei einer Wien-Robinson-Brücke	12
4 Auswertung	12
4.1 Messen von Widerständen mit der Wheatstonschen Brückenschaltung	13
4.2 Messen einer Kapazität mit der Kapazitätsmessbrücke	14
4.3 Messen einer Induktivität	15
4.3.1 Mithilfe der Induktivitätsmessbrücke	15
4.3.2 Mithilfe der Maxwell-Brücke	18
4.4 Frequenzabhängigkeit der Brückenspannung bei einer Wien-Robinson-Brücke	19
5 Diskussion	21
Literatur	23

1 Zielsetzung

In diesem Versuch sollen unbekannte Widerstände, Induktivitäten und Kapazitäten mithilfe von Brückenschaltungen bestimmt werden. Außerdem soll der Klirrfaktor eines Sinusspannungsgenerators und die Frequenzabhängigkeit der Brückenspannung einer Wien-Robinson-Brücke bestimmt werden.

2 Theorie

2.1 Grundlagen und Bauteile

Kirchhoffsche Gesetze

1. In jedem Verzweigungspunkt elektrischer Ströme ist die Summe aller zufließenden Ströme ($I > 0$) gleich der Summe aller abfließenden Ströme ($I < 0$). Somit gilt:

$$\sum_k I_k = 0. \quad (1)$$

Beispiel einer Leiterverzweigung:

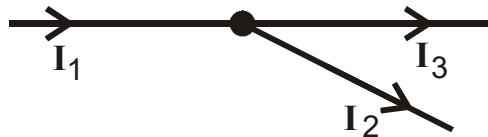


Abbildung 1: Elektrische Ströme an einer Leiterverzweigung [1, S. 2]

2. In jedem beliebigen, in sich geschlossenen Stromkreis (einer sogenannten „Masche“) ist die Summe aller elektromotorischen Kräfte gleich der Summe der Spannungen. Diese lassen sich auch als Produkt von Stromstärken und Widerständen ausdrücken:

$$\sum_k E_k = \sum_k U_k = \sum_k I_k \cdot R_k. \quad (2)$$

Läuft der Strompfeil von I_k im Uhrzeigersinn, so ist das Vorzeichen der Produkte $I_k R_k$ positiv, ansonsten negativ.

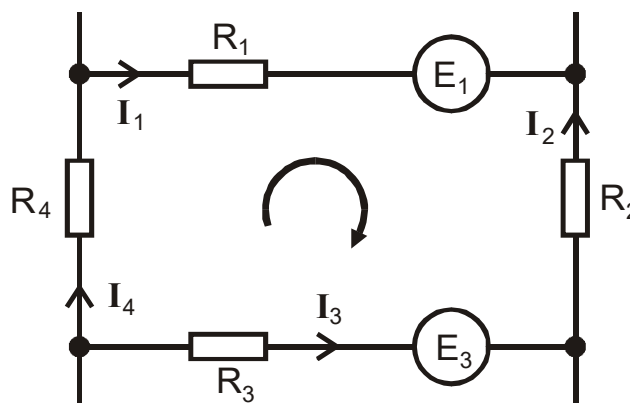


Abbildung 2: Elektrische Ströme an einer Leiterverzweigung [1, S. 2]

Widerstände Es gibt drei Arten von Widerständen: Ohmsche, induktive und kapazitive. Sie haben alle unterschiedliche Eigenschaften.

- Ohmscher Widerstand R :

Bei ohmschen Widerständen wird elektrische Energie in thermische Energie umgewandelt. Stromstärke und Spannung laufen dabei in Phase. Deshalb haben diese auch in Gleich- und Wechselstromkreisen den selben Wert. Sie folgen den ohmschen Gesetz:

$$U = R \cdot I. \quad (3)$$

Ihre Werte werden normalerweise in der Einheit Ω (gesprochen: „Ohm“) angegeben.

- Induktiver Widerstand X_L :

Hier wird der Strom durch die elektromagnetische Induktion einer Gegenspannung begrenzt. Es kommt dabei zu einer Phasenverschiebung der Spannung gegenüber der Stromstärke um $\phi = +\pi/2$. Außerdem ist der induktive Widerstand frequenzabhängig. Der von einer Spule lautet:

$$X_L = \omega \cdot L, \quad (4)$$

wobei $\omega = 2\pi f$, die Winkelfrequenz in Hz und L = Induktivität in Hst. Die Frequenzabhängigkeit bewirkt, dass im Gleichstrom ($f = \omega = 0$) für die Induktivität gilt, dass $X_L = 0$. Somit wird der Stromfluss durch eine ideale Induktivität nicht gehindert. Eine reale Induktivität wandelt allerdings immer auch etwas Energie in Wärme um und hat somit ohmsche Verluste. So ergibt sich das Ersatzschaltbild einer realen Induktivität:



Abbildung 3: Ersatzschaltbild einer Induktivität mit Verlusten [1, S. 6]

Um die Phasenverschiebung zu beachten, wird der induktive Widerstand in Rechnungen als komplexer Widerstand angegeben.

- Kapazitiver Widerstand X_C :

Bei kapazitiven Lasten tritt wie bei induktiven Lasten eine Phasenverschiebung auf. Hier läuft die Spannung allerdings um $\phi = -\pi/2$ der Stromstärke nach. Auch kapazitive Widerstände sind frequenzabhängig. Bei ihnen wird der Strom durch das Laden von voneinander isolierten, leitenden Oberflächen eingeschränkt. Sie lassen sich angeben über:

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}, \quad (5)$$

wobei $\omega = 2\pi f$, die Winkelfrequenz in Hz und C = Kapazität in Fst. Durch die Frequenzabhängigkeit folgt, dass im Gleichstrom ($f = \omega = 0$) $X_C = \infty$ gilt. Es fließt also kein Strom durch die Kapazität. Eine reale Kapazität hat ebenso wie eine Induktivität ohmsche Verluste. So ergibt sich das Ersatzschaltbild:

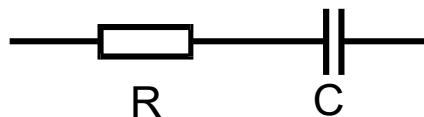


Abbildung 4: Ersatzschaltbild einer Kapazität mit Verlusten [1, S. 5]

Um die Phasenverschiebung zu beachten, wird auch der kapazitive Widerstand in Rechnungen als komplexer Widerstand angegeben.

- Komplexe Widerstände:

Wie bereits erwähnt werden komplexe Zahlen benutzt, um die induktiven und kapazitiven Widerstände in Schaltungen zu berechnen. Die unterschiedliche Phasenverschiebung macht sich dabei im Vorzeichen des imaginären Anteils bemerkbar. Allgemein sieht ein komplexer Widerstand aus wie:

$$Z = X + iY. \quad (6)$$

So wird der Widerstandsoperator einer verlustbehafteten Induktivität beschrieben als

$$Z_{L_{\text{real}}} = R + i\omega L. \quad (7)$$

Der Widerstandsoperator einer verlustbehafteten Kapazität lautet entsprechend

$$Z_{C_{\text{real}}} = R - \frac{i}{\omega C}. \quad (8)$$

In dieser Notation wird der Realteil der „**Wirkwiderstand**“ und der Imaginärteil der „**Blindwiderstand**“ genannt. Dies liegt darin begründet, dass durch die Phasenverschiebung die mittlere Leistung dieser Anteile 0 beträgt. Diese Leistung wird auch Blindleistung Q genannt. Der Realteil heißt entsprechend Wirkwiderstand, da dieser Teil der am Bauteil nutzbaren Leistung P entspricht. Trotzdem müssen Schaltungen auf die sogenannten „Scheinleistung“ ausgelegt sein, denn diese ist im Mittel zwar null, das heißt es wird nichts direkt verbraucht, aber dies liegt am wechselnden Vorzeichen der Spannung bei Wechselstromkreisen. Zwischenzeitlich kann die Scheinleistung größer sein als die Wirkleistung und könnte eine Schaltung somit womöglich beschädigen.

Klirrfaktor Der Klirrfaktor k ist ein Maß für die Qualität einer Schwingung eines Sinusgenerators. Er gibt den Anteil der ungewollten Oberwellen im Verhältnis zur gewollten Grundwelle einer von einem Generator erzeugten Sinusschwingung an. Im idealfall hätten Sinusgeneratoren gar keine Oberwellen, dies ist praktisch allerdings meist nicht umsetzbar. Der Klirrfaktor wird über die Gleichung

$$k := \frac{\sqrt{\sum_{k=2} (U_k^2)}}{U_1} \quad (9)$$

angegeben. Dabei steht U_1 für die Amplitude der Grundwelle und U_k für die k -te Oberwelle mit der k -fachen Frequenz der Grundwelle ($k \cdot f_0$).

2.2 Brückenschaltungen

Brückenschaltungen gestatten es, die Genauigkeit von Messungen zu steigern und werden somit in der Messtechnik häufig genutzt. Dies gilt vor allem dann, wenn die in den **abgeglichenen Brücken** verwendete Nullmethode benutzt wird, welche hier näher erläutert wird. Ein anderer Grund für die Nutzung dieser Schaltungen ist, dass sich alle als Widerstand darstellbaren physikalischen Größen mit ihrer Hilfe gut messen lassen. Dazu werden Sensoren genutzt, welche das Gemessene in elektrische Größen umwandeln.

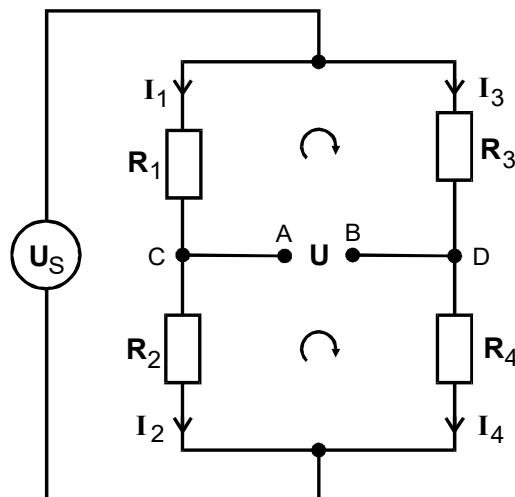


Abbildung 5: Prinzipielle Brückenschaltung [1, S. 1]

Berechnung der Brückenspannung und Abgleichbedingung einer allgemeinen Brückenschaltung Brückenschaltungen haben grundsätzlich die in Abbildung 5 dargestellte Gestalt. In ihnen wird die Potentialdifferenz, welchen zwischen zwei Punkten auf zwei getrennten, stromdurchflossenen Leitern besteht, in Abhängigkeit der gegebenen Widerstandsverhältnissen untersucht. Die **Brückenspannung** kann bei einer solchen Schaltung zwischen den Punkten A und B abgegriffen werden. Nach den **Kirchhoffschen Gesetzen** ergibt sich dann für diese Schaltung: Wird (1) auf die Punkte C und D aus Abbildung 5 angewendet, so folgt dadurch, dass A und B nicht verbunden sind und dort kein Strom fließt:

$$I_1 = I_2 \quad (10)$$

und

$$I_3 = I_4. \quad (11)$$

Das 2. Kirchhoffsche Gesetz (2) liefert dann für die beiden durch die Umlauf-Pfeile gekennzeichneten Maschen aus Abbildung 5

$$U = R_3 I_3 - R_1 I_1 \quad (12)$$

und

$$U = R_2 I_2 - R_4 I_4. \quad (13)$$

Mithilfe von (10) und (11) lassen sich in Gleichung (13) nun I_1 durch I_2 und I_3 durch I_4 ersetzen und erhält so

$$U = R_2 I_1 - R_4 I_3. \quad (14)$$

Kombiniert mit Gleichung (12) folgt nun

$$U = \frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{R_3 + R_4} I_1. \quad (15)$$

In dieser Gleichung lässt sich dann I_1 noch durch die Speisespannung U_S der Brücke ausdrücken. Dadurch gilt nach (2)

$$U = \frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{(R_3 + R_4)(R_1 + R_2)} U_S. \quad (16a)$$

Daraus folgt sofort die sogenannte **Abgleichbedingung**, bei der die Brückenspannung in Abhängigkeit von den Widerständen verschwindet. Sie verschwindet dabei unabhängig von der Speisespannung, wenn

$$R_1 R_4 = R_2 R_3 \quad (16b)$$

gilt. In diesem Fall nennt sich das Ganze dann **abgeglichene Brücke**. Durch Variation der Brückenschaltung, bis die Brückenspannung verschwindet, lassen sich Widerstände messen. Die Genauigkeit der gemessenen Werte hängt davon ab, wie genau sich die „Null“ als Brückenspannung einstellen lässt und davon, wie genau die anderen Widerstände R_k bekannt sind. Als Messgeräte eignen sich daher Mikrovoltmeter oder Kathodenoszillographen. Eine Eichung ist nicht nötig. Aus der Gleichung (16a) lässt sich ableiten, dass U_S möglichst groß gewählt werden sollte, da so eine höhere Abgleichempfindlichkeit erreicht werden kann, da Abweichungen von null besser erkannt werden können.

Brückenschaltungen mit komplexen Widerständen Sind in der Schaltung Kapazitäten oder Induktivitäten enthalten, so werden die in Grundlagen und Bauteile erläuterten komplexen Widerstände benutzt. Dadurch ergibt sich die Abgleichbedingung nach (16b) zu

$$Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3 \quad (17)$$

Werden die komplexen Widerstände in Real- und Imaginärteil zerlegt, so ergeben sich zwei Bedingungen, da die beiden Anteile sich gegenseitig nicht beeinflussen:

$$X_1 X_4 - Y_1 Y_4 = X_2 X_3 - Y_2 Y_3 \quad (18a)$$

und

$$X_1 Y_4 + X_4 Y_1 = X_2 Y_3 + X_3 Y_2 \quad (18b)$$

Diese Bedingungen müssen beide also beide gleichzeitig erfüllt sein, das heißt, die Brückenspannung muss nach Betrag und Phase verschwinden. Jede Wechselstrombrücke besitzt daher zwei voneinander unabhängige Einstellgrößen. Im weiteren Verlauf werden jetzt einige spezielle Brückenschaltungen erläutert:

Wheatstonsche Brücke Eine Wheatstonsche Brückenschaltung besteht nur aus ohmschen Widerständen. Daher kann diese sowohl mit Wechsel-, als auch mit Gleichstrom betrieben werden. Nur der Nullindikator muss an die Stromart angepasst werden.

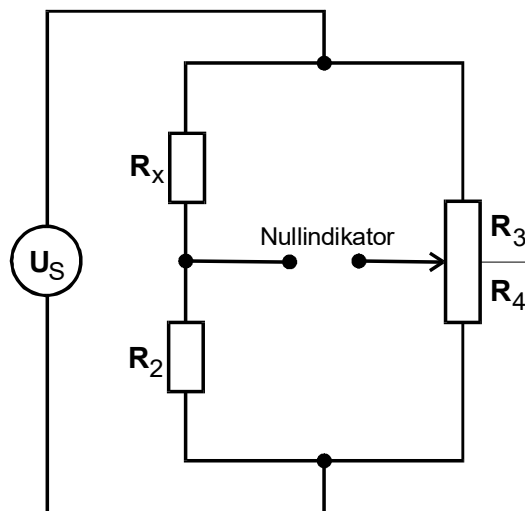


Abbildung 6: Wheatstonsche Brückenschaltung [1, S. 4]

Mithilfe dieser Schaltung lässt sich der unbekannte Widerstand R_x bestimmt. Da es nach der Abgleichbedingung (16b)

$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4} \quad (19)$$

nur auf das Verhältnis von R_3 zu R_4 ankommt, werden diese als Potentiometer ausgebildet.

Kapazitätsmessbrücke Eine zur Messung einer Kapazität C_x geeignete Brücke benötigt aufgrund des komplexen Anteils einem zweiten Abstimmungsfreiheitsgrad. Damit wird die Phasenverschiebung kompensiert. In der in Abbildung 7 dargestellten Schaltung wird dieser Parameter durch den veränderlichen Widerstand R_2 realisiert.

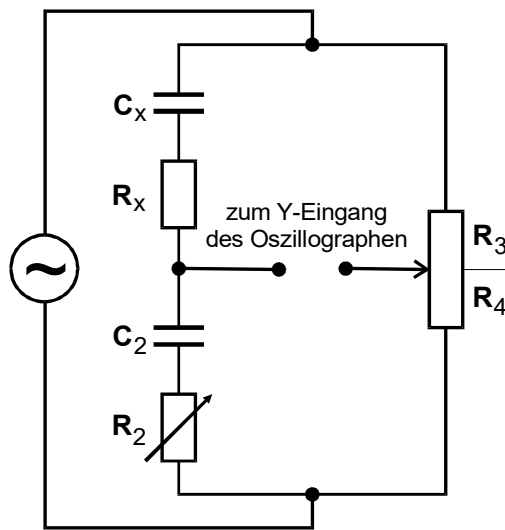


Abbildung 7: Kapazitätsmessbrücke für Kondensatoren mit dielektrischen Verlusten beziehungsweise für RC-Glieder [1, S. 5].

Die Bedingungen (18a) und (18b) liefern hier mit

$$Y_1 = -\frac{1}{\omega C_x}, Y_2 = -\frac{1}{\omega C_2} \text{ und } Y_3 = Y_4 = 0$$

die Gleichungen

$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4} \quad (20a)$$

und

$$C_x = C_2 \frac{R_4}{R_3}. \quad (20b)$$

Induktivitätsmessbrücke Bei Betrachtung von Abbildung 8 fällt auf, dass diese der Kapazitätsmessbrücke aus Abbildung 7 stark ähnelt.

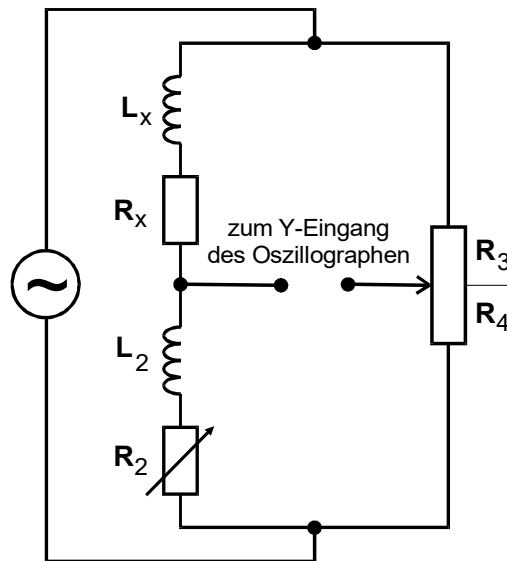


Abbildung 8: Messbrücke für verlustbehaftete Induktivitäten [1, S. 6].

Bei der Induktivitätsmessbrücke gilt

$$Y_1 = \omega L_x, Y_2 = \omega L_2 \text{ und } Y_3 = Y_4 = 0.$$

Daraus folgen nach (18a) und (18b) die Abgleichbedingungen

$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4} \quad (21a)$$

und

$$L_x = L_2 \frac{R_3}{R_4}. \quad (21b)$$

Die Induktivität L_2 sollte möglichst ideal sein, also wenig Verluste besitzen. Der Wirkanteil dieser Seite sollte allein durch R_2 gegeben sein. Dies ist für Induktivitäten bei niedrigen Frequenzen allerdings schwierig zu realisieren. Deshalb wird oft eine Normalkapazität anstelle von einer Normalinduktivität benutzt. Diese Schaltung nennt sich dann Maxwell-Brücke.

Induktivitätsmessung mittels Maxwell-Brücke Der Schaltplan dieser Brückenschaltung ist in Abbildung 9 abgebildet. Als Abgleichelemente werden die Regelwiderstände R_3 und R_4 genutzt. C_4 sollte eine möglichst verlustarme Kapazität sein und R_2 ein bekannter Widerstand mit geringer Toleranz.

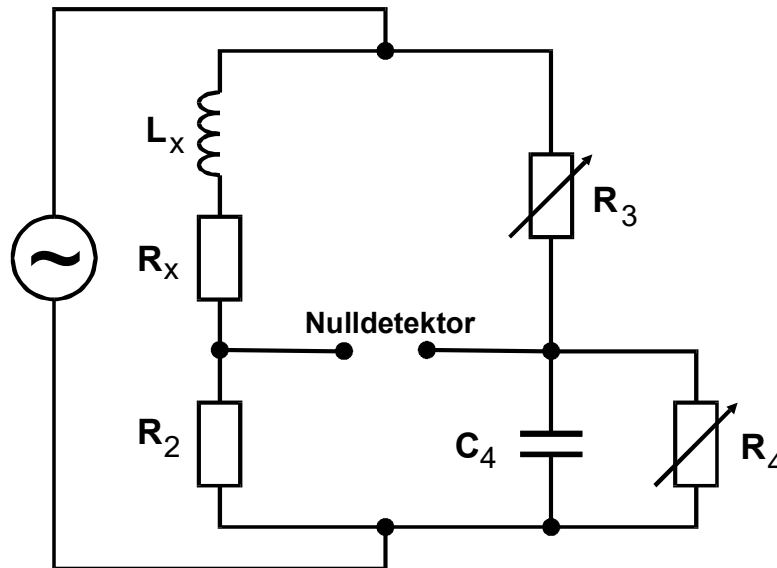


Abbildung 9: Maxwell-Brücke zur Untersuchung einer verlustbehafteten Induktivität mittels eines RC-Netzwerkes [1, S. 7].

Aus der Schaltung ergeben sich die Widerstandsoperatoren

$$Z_1 = R_x + i\omega L_x$$

und

$$\frac{1}{Z_4} = \frac{1}{R_4} + i\omega C_4 \text{ oder } Z_4 = \frac{R_4 - i\omega C_4 R_4^2}{1 + \omega^2 C_4^2 R_4^2}.$$

Mit diesen Ausdrücken liefern die Abgleichbedingungen (18a) und (18b) die Gleichungen

$$R_x R_4 + \omega^2 R_4^2 C_4 L_x = R_2 R_3 (1 + \omega^2 C_4^2 R_4^2) \quad (22a)$$

und

$$-\omega R_x R_4^2 C_4 + \omega R_4 L_x = 0. \quad (22b)$$

Wird L_x in (22a) mit Hilfe von (22b) eliminiert, so ergibt sich

$$R_x R_4 (1 + \omega^2 C_4^2 R_4^2) = R_2 R_3 (1 + \omega^2 C_4^2 R_4^2)$$

oder

$$R_x = \frac{R_2 R_3}{R_4}. \quad (23a)$$

Also folgt aus (22b):

$$L_x = R_2 R_3 C_4. \quad (23b)$$

In allen bisher behandelten Schaltungen ging die Frequenz nicht explizit in die Abgleichbedingungen ein, sie sollten also prinzipiell unabhängig davon sein. Allerdings ändert die Frequenz, wie gut sich der Abgleich einstellen lässt und so mit gibt es optimale Bedingungen, die es ermöglichen, den Abgleich gut einzustellen. Bei zu hohen ω beispielweise wird der Einfluss der nicht eliminierbaren Streukapazitäten in den Kabeln und Bauteilen zu groß, was einen Abgleich unmöglich macht. Die Frequenz sollten allerdings auch nicht zu niedrig gewählt werden, da das in der Praxis unbequem ist auf die Einschwingvorgänge warten zu müssen, die für kleine Frequenzen entsprechend länger dauern. Sind die Wirk- und Blindwiderstände in der gleichen Größenordnung, so wurden die Frequenzen optimal gewählt.

Die folgenden Brückenschaltungen sind frequenzabhängig. Beim Ausgleichen dieser muss also auch die Frequenz beachtet werden.

Wien-Robinson-Brücke In Abbildung 10 ist der Schaltplan einer Wien-Robinson-Brücke abgebildet. Diese Brückenschaltung enthält keine Abgleichelemente. Für gute Werte sollten die Bauteile C , R und R' eine möglichst geringe Toleranz und C zusätzlich nur geringe ohmsche Verluste haben.

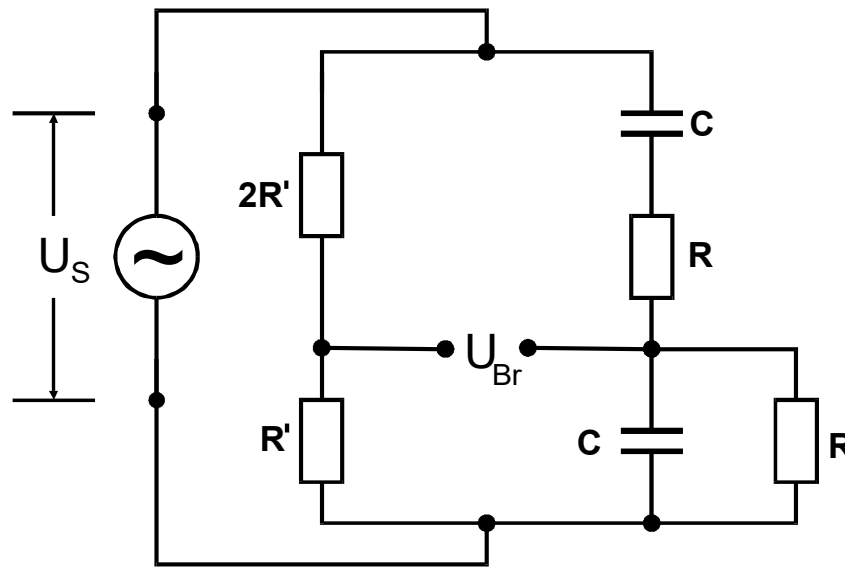


Abbildung 10: Schaltbild einer Wien-Robinson-Brücke [1, S. 8].

Es wird nun ein Ausdruck für die Brückenspannung U_{Br} in Abhängigkeit von der Frequenz hergeleitet. Dazu werden die folgenden Widerstandsoperatoren verwendet:

$$Z_1 = 2R', Z_2 = R', Z_3 = R - \frac{i}{\omega C} = \frac{R\omega C - i}{\omega C}$$

und

$$Z_4 = \frac{R}{1 + i\omega RC}.$$

Diese werden dann in Gleichung (16a) eingesetzt:

$$\begin{aligned} U_{Br} &= \frac{Z_1 Z_4 - Z_2 Z_3}{(Z_1 + Z_2)(Z_3 + Z_4)} U_S \\ &= \frac{\frac{2RR'}{1+i\omega RC} - \frac{R'R\omega C - R'i}{\omega C}}{3R' \left(\frac{R\omega C - i}{\omega C} + \frac{R}{1+i\omega RC} \right)} U_S \\ &= \frac{R'R \cdot \left(\frac{2}{1+i\omega RC} - \frac{\omega CR - i}{\omega CR} \right)}{R'R \cdot 3 \left(\frac{\omega CR - i}{\omega CR} + \frac{1}{1+i\omega RC} \right)} U_S \\ &= \frac{\frac{2\omega CR - \omega CR - \omega CR + i - i\omega^2 C^2 R^2}{\omega C(1+i\omega RC)}}{3 \frac{\omega CR + \omega CR + \omega CR - i + i\omega^2 C^2 R^2}{\omega C(1+i\omega RC)}} U_S \\ &= \frac{i \cdot (1 - \omega^2 C^2 R^2)}{3(3\omega CR + i \cdot (\omega^2 C^2 R^2 - 1))} U_S \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{\omega^2 C^2 R^2 - 1}{1 - \omega^2 C^2 R^2 + 3i\omega RC} U_S \end{aligned}$$

beziehungsweise

$$\frac{U_{Br}}{U_S} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\omega^2 C^2 R^2 - 1}{1 - \omega^2 C^2 R^2 + 3i\omega RC}.$$

Daraus folgt direkt für den Betrag des Verhältnisses zwischen Speise- und Brückenspannung:

$$\left| \frac{U_{Br}}{U_S} \right|^2 = \frac{1}{9} \cdot \frac{(\omega^2 C^2 R^2 - 1)^2}{(1 - \omega^2 C^2 R^2)^2 + 9\omega^2 R^2 C^2}. \quad (24a)$$

An der Gleichung ist zu erkennen, dass die Brückenspannung genau verschwindet wenn, für die Frequenz ω gilt

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}. \quad (24b)$$

Die spätere Auswertung der Frequenzabhängigkeit wird erleichtert, wenn Gleichung (24a) über das Frequenzverhältnis $\Omega = \omega/\omega_0$ ausgedrückt wird:

$$\left| \frac{U_{Br}}{U_S} \right|^2 = \frac{1}{9} \cdot \frac{(\Omega^2 - 1)^2}{(1 - \Omega^2)^2 + 9\Omega^2}. \quad (24c)$$

An Gleichung (24c) ist zu erkennen, dass die Wien-Robinson-Brücke die Funktion eines elektronischen Filters hat. Diese elektronischen Filter schwächen Frequenzen nahe ω_0 ab und entfernen spezielle Frequenzen ganz aus dem kontinuierlichen Frequenzspektrum. Auch die Wien-Robinson-Brücke wird deshalb heutzutage noch als frequenzstimmendes Bauteil in RC-Sinusgeneratoren verwendet.

TT-Brücke Die in Abbildung 11 abgebildete TT-Brücke fungiert wie die Wien-Robinson-Brücke als elektronischer Filter. Sie besitzt allerdings den Vorteil, dass sowohl die Eingangsspannung U_S als auch die Brückenspannung U_{Br} gegen Masse angeschlossen werden können. Dies erleichtert das Messen.

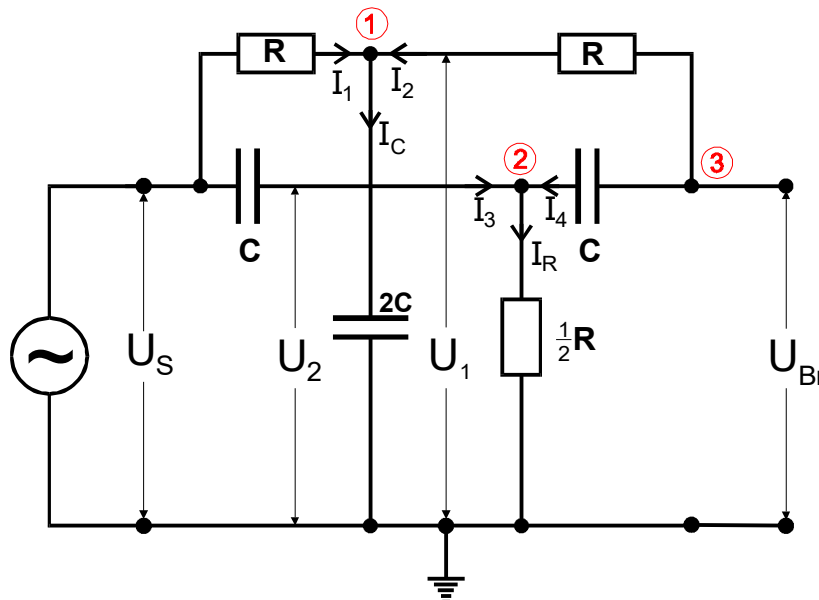


Abbildung 11: Schaltplan einer TT-Brücke [1, S. 10].

Um U_{Br} in Abhängigkeit von U_S zu erhalten, wird die Knotenregel (1) auf die Verzweigungspunkte ①, ② und ③ angewendet. Daraus folgt dann:

$$I_1 + I_2 = I_C$$

oder anders ausgedrückt

$$\frac{U_1 - U_S}{R} + \frac{U_1 - U_{Br}}{R} = 2i\omega C U_1 \quad (25)$$

sowie

$$I_3 + I_4 = I_R$$

beziehungsweise

$$(U_S - U_2)i\omega C (U_{Br} - U_2)i\omega C = \frac{2}{R} U_2. \quad (26)$$

An Verzweigungspunkt ③ ergibt sich nach (1)

$$I_2 = I_4,$$

wodurch in Kombination mit der Bedingung, dass am Ausgang der Schaltung kein Strom abgenommen wird, folgt

$$(U_2 - U_{Br})i\omega C + \frac{U_1 - U_{Br}}{R} = 0. \quad (27)$$

Nun wird das System der Gleichungen ähnlich wie bei der Wien-Robinson-Gleichung gelöst. Durch Umformen von (25) nach U_1 und (26) nach U_2 und anschließendes Einsetzen in die Gleichung (27) entsteht für U_{Br} der Ausdruck

$$U_{Br} = \frac{1 - \omega^2 R^2 C^2}{1 - \omega^2 R^2 C^2 + 4i\omega RC} U_S. \quad (28)$$

Bereits an (28) ist zu erkennen, dass die Ausgangsfrequenz für die gleiche Frequenzbedingung wie die Wien-Robinson-Brücke verschwindet:

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}. \quad (24b)$$

Entsprechend ist es auch hier sinnvoll, den Term über $\Omega = \omega/\omega_0$ auszudrücken. Dadurch nimmt (28) die Form

$$\frac{U_{Br}}{U_S} = \frac{1 - \Omega^2}{1 - \Omega^2 + 4i\Omega}$$

an. Durch Multiplikation mit dem komplex konjugierten Nenner ergibt das den Ausdruck

$$\frac{U_{Br}}{U_S} = \frac{1 - \Omega^2}{(1 - \Omega^2)^2 + 16\Omega^2} \cdot (1 - \Omega^2 - 4i\Omega).$$

Davon der Betrag gibt einem dann

$$\left| \frac{U_{Br}}{U_S} \right|^2 = \frac{(\Omega^2 - 1)^2}{(1 - \Omega^2)^2 + 16\Omega^2}. \quad (29)$$

Es ist eine große Ähnlichkeit zu Gleichung (24c) der Wien-Robinson-Brücke zu erkennen.

2.3 Berechnung der Messunsicherheiten

Alle Mittelwerte einer N -fach gemessenen Größe x werden über die Formel

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i. \quad (30)$$

berechnet. Der zugehörige Fehler des Messwertes berechnet sich dann über

$$\Delta \bar{x} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}. \quad (31)$$

Setzt sich eine zu berechnende Größe aus mehreren mit Unsicherheit behafteten Messwerten zusammen, so ist die Unsicherheit dieser Größe über die Gaußsche Fehlerfortpflanzung gegeben

$$\Delta f(x_1, \dots, x_N) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left[\left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot (\Delta x_i)^2 \right]}. \quad (32)$$

Ausgleichsgraden lassen sich wie folgt berechnen:

$$y = m \cdot x + b \quad (33a)$$

$$m = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} \quad (33b)$$

$$b = \frac{\overline{x^2} \cdot \bar{y} - \bar{x} \cdot \overline{xy}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2}. \quad (33c)$$

Bei der Angabe des Endergebnisses wird schließlich der sich aus den Unsicherheiten ergebene systematische Fehler mit dem sich aus der Mittelwertberechnung ergebenden statistischen Fehler addiert. Alle Berechnungen, Graphen sowie das Bestimmen der Unsicherheiten werden mit Python 3.8.8 und entsprechenden Bibliotheken¹ durchgeführt.

¹Numpy [2], Uncertainties [3] and Matplotlib [4]

3 Durchführung

Bei den Messungen von den verschiedenen Bauteilen mit Hilfe der verschiedenen Brückenschaltungen werden immer mehrere Messungen unter Variation von den bekannten Bauteilen wie beispielsweise R_2 , C_2 oder L_2 gemacht um am Ende in der Auswertung ein Maß für die Zufallsfehler der Ergebnisse zu erhalten.

3.1 Messen von Widerständen mit der Wheatstonschen Brückenschaltung

Mit Hilfe einer Wheatstonsche Brückenschaltung (siehe Abbildung 6) sollen zwei unbekannte Widerstände ausgemessen werden. Um R_3 bzw. R_4 zu variieren, wird ein Zehngang-Präzisions-Potentiometer mit einem Gesamtwiderstand von 1,0 k Ω verwendet. Das Bauteil lässt sich zwischen den beiden Einzelwiderständen zur Messung von den Brückenspannungen abgreifen. Bei der Messung wird Wechselstrom verwendet, um einen Oszillographen als Nullindikator verwenden zu können. Dieser sollte im Laufe des Abgleichs auf seine höchste Empfindlichkeit von 2,0 mV eingestellt werden. Außerdem ist es wichtig, eine geeignete Frequenz für den Wechselstrom zu wählen. Der Grund dafür wurde im Kapitel „Brückenschaltungen“ unter dem Abschnitt der Maxwell-Brücke erläutert. Sollte es nicht möglich sein, auf dem Oszillograph eine Nullspannung einzustellen, so kann dies an hochfrequenten Störspannungen liegen. Um diese herauszufiltern, kann ein Tiefpass verwendet werden, der vor den Oszillographen geschaltet wird.

3.2 Messen einer Kapazität mit der Kapazitätsmessbrücke

Nach dem Schaltbild aus Abbildung 7 wird eine Kapazitätsmessbrücke aufgebaut. Es werden zwei unbekannte Kapazitäten gemessen, sowie eine Kombination aus einem Widerstand R und einer Kapazität C -eine sogenannte RC -Kombination oder auch „verlustbehafteter Kondensator“. Aufgrund der im Abschnitt Grundlagen und Bauteile erwähnten Phasenverschiebung komplexer Widerstände und des sich dadurch ergebenden weiteren Parameters müssen hier zwei Stellglieder variiert werden. Dies wird über das Potentiometer aus der Sektion Messen von Widerständen mit der Wheatstonschen Brückenschaltung für R_3 bzw. R_4 und einen verstellbaren Widerstand R_2 realisiert. Es ist dabei zielführend, die verschiedenen Stellglieder alternierend zu bedienen, da sich die Abgleichbedingung so genau einstellen lässt. Es reicht nicht aus, erst den einen und dann den anderen Parameter bestmöglich einzustellen.

3.3 Messen einer Induktivität

3.3.1 Mithilfe der Induktivitätsmessbrücke

Mit der in Abbildung 8 dargestellten Schaltung wird die Induktivität und der Verlustwiderstand zweier unbekannter Spulen ausgemessen. Das Vorgehen ist dabei wie in beim Messen einer Kapazität mit der Kapazitätsmessbrücke.

3.3.2 Mithilfe der Maxwell-Brücke

Die Spulen aus dem vorherigen Abschnitt werden noch ein zweites Mal vermessen, allerdings mit der in Abbildung 9 dargestellten Maxwell-Brücke. Das Messvorgehen ändert sich nicht.

3.4 Frequenzabhängigkeit der Brückenspannung bei einer Wien-Robinson-Brücke

Im letzten Teil des Versuches wird die Brückenspannung einer Wien-Robinson-Brücke (Abbildung 10) im Frequenzbereich $20 \leq f \leq 30000$ Hz untersucht. Dazu werden die Spannungen U_S und U_{Br} in Abhängigkeit von der Frequenz f gemessen. Wichtig ist hierbei, dass U_S nur bei angeschlossener Brückenschaltung gemessen wird, da sonst die Werte nicht stimmen.

4 Auswertung

In diesem Abschnitt sollen unbekannte Bauteile bestimmt werden. Alle unbekannten Bauteile und Größen werden mit einem tiefgestelltem „x“ gekennzeichnet. Alle Berechnungen des Mittelwerts und der Standardabweichung

werden über die beiden Formeln(30) und (31) durchgeführt. Die Unsicherheit aller nicht variablen Bauteile liegt bei $\Delta x = 0.2\%$. Das Präzisions-Potentiometer, mit dem R_3/R_4 eingestellt werden, hat dagegen eine relativ hohe Toleranz mit $\Delta x = 3\%$.

4.1 Messen von Widerständen mit der Wheatstonschen Brückenschaltung

1. Widerstand 10

Tabelle 1: Messungen von Wert 10 mit der Wheatstonebrücke

Messung Nr.	R_2 / Ω	R_3 / Ω	R_4 / Ω
1	1000	190	810
2	660	260	740
3	330	420	580

Aus den Messwerten ergeben sich nach (19) die Widerstände:

$$R_{\text{Mess. 1}} = (238 \pm 10) \Omega$$

$$R_{\text{Mess. 2}} = (238 \pm 10) \Omega$$

$$R_{\text{Mess. 3}} = (241 \pm 10) \Omega$$

Es ergeben sich Mittelwert und Standardabweichung:

$$\overline{R_x} = 240 \Omega$$

$$\Delta \overline{R_x} = 1,7 \Omega$$

Also ergibt sich insgesamt durch Addition der Teilfehler:

$$R_x = (239 \pm 11) \Omega$$

2. Widerstand 11

Tabelle 2: Messungen von Wert 11 mit der Wheatstonebrücke

Messung Nr.	R_2 / Ω	R_3 / Ω	R_4 / Ω
1	330	600	410
2	660	430	580
3	1000	330	670

Aus den gemessenen Werten ergibt sich nach der in (2) hergeleiteten Gleichung (19):

$$R_{\text{Mess. 1}} = (488 \pm 21) \Omega$$

$$R_{\text{Mess. 2}} = (491 \pm 21) \Omega$$

$$R_{\text{Mess. 3}} = (493 \pm 21) \Omega$$

Mittelwert und Standardabweichung ergeben sich zu

$$\overline{R_x} = 490 \Omega$$

und

$$\Delta \overline{R_x} = 2,0 \, \Omega.$$

Also ergibt sich als berechneter Wert:

$$R_x = (490 \pm 23) \, \Omega.$$

4.2 Messen einer Kapazität mit der Kapazitätsmessbrücke

1. Kapazität 9

Tabelle 3: Messungen von Wert 9 mit der Kapazitätsmessbrücke

Messung Nr.	C_2 / nF	$R_2 / \, \Omega$	$R_3 / \, \Omega$	$R_4 / \, \Omega$
1	750	150	690	310
2	450	250	590	420

Aus den Messwerten ergeben sich mit Formel (20a) die Widerstände:

$$R_{\text{Mess. 1}} = (331 \pm 17) \, \Omega$$

$$R_{\text{Mess. 2}} = (352 \pm 18) \, \Omega$$

Der Mittelwert und die Standardabweichung lauten dann:

$$\overline{R_x} = 340 \, \Omega$$

$$\Delta \overline{R_x} = 10 \, \Omega$$

Also wird R_x bestimmt zu:

$$R_x = (341 \pm 28) \, \Omega$$

Aus den Messwerten lassen sich nach (20b) die Kapazitäten berechnen:

$$C_{\text{Mess. 1}} = (340 \pm 14) \, \text{nF}$$

$$C_{\text{Mess. 2}} = (319 \pm 14) \, \text{nF}$$

Es ergeben sich Mittelwert und Standardabweichung als:

$$\overline{C_x} = 330 \, \text{nF}$$

$$\Delta \overline{C_x} = 10 \, \text{nF}$$

Also ergibt sich:

$$C_x = (330 \pm 24) \, \text{nF}$$

2. Kapazität 15

Tabelle 4: Messungen von Wert 15 mit der Kapazitätsmessbrücke

Messung Nr.	C_2 / nF	$R_2 / \, \Omega$	$R_3 / \, \Omega$	$R_4 / \, \Omega$
1	750	630	460	550
2	450	610	430	570

Werden die Messwerte in die Gleichung (20a) eingesetzt, so erhält man:

$$R_{\text{Mess. 1}} = (526 \pm 27) \Omega$$

$$R_{\text{Mess. 2}} = (460 \pm 24) \Omega$$

Es ergeben sich als Standardabweichung und Mittelwert:

$$\overline{R_x} = 490 \Omega$$

$$\Delta \overline{R_x} = 33 \Omega$$

Also ergibt dies insgesamt:

$$R_x = (490 \pm 60) \Omega$$

Die Kapazitäten ergeben sich aus den Messwerten über (20b) zu:

$$C_{\text{Mess. 1}} = (900 \pm 40) \text{ nF}$$

$$C_{\text{Mess. 2}} = (597 \pm 25) \text{ nF}$$

Es ergeben sich Mittelwert und Standardabweichung:

$$\overline{C_x} = 750 \text{ nF}$$

$$\Delta \overline{C_x} = 150 \text{ nF}$$

Somit ergibt sich

$$C_x = (750 \pm 190) \text{ nF.}$$

4.3 Messen einer Induktivität

4.3.1 Mithilfe der Induktivitätsmessbrücke

1. Induktivität 17

Tabelle 5: Messungen von Wert 17 mit der Induktionsmessbrücke

Messung Nr.	L_2 / mH	R_2 / Ω	R_3 / Ω	R_4 / Ω
1	15	32	750	260
2	28	53	610	390

Gleichung (21a) liefert:

$$R_{\text{Mess. 1}} = (93 \pm 5) \Omega$$

$$R_{\text{Mess. 2}} = (83 \pm 4) \Omega$$

Es ergeben sich der Mittelwert der Werte und die Standardabweichung der Werte zu:

$$\overline{R_x} = 88 \Omega$$

$$\Delta \overline{R_x} = 5,0 \Omega$$

Insgesamt kann R_x bestimmt werden zu:

$$R_x = (88 \pm 10) \Omega$$

Anhand der Werte aus Tabelle 5 lassen sich (21a) die Induktivitäten berechnen:

$$L_{\text{Mess. 1}} = (42,7 \pm 1,8) \text{ mH}$$

$$L_{\text{Mess. 2}} = (42,8 \pm 1,8) \text{ mH}$$

mit Mittelwert und Standardabweichung:

$$\overline{L_x} = 43 \text{ mH}$$

$$\Delta \overline{L_x} = 0,090 \text{ mH}$$

Folglich lautet L_x insgesamt durch Addition der Fehler:

$$L_x = (42,7 \pm 1,9) \text{ mH.}$$

2. Induktivität 18

Tabelle 6: Messungen von Wert 18 mit der Induktionsmessbrücke

Messung Nr.	L_2 / mH	R_2 / Ω	R_3 / Ω	R_4 / Ω
1	15	110	780	220
2	28	190	48	950

Die Widerstände berechnen sich nach (21a) zu:

$$R_{\text{Mess. 1}} = (364 \pm 15) \Omega$$

$$R_{\text{Mess. 2}} = (346 \pm 15) \Omega$$

Ihr Mittelwert und ihre Standardabweichung lauten

$$\overline{R_x} = 360 \Omega$$

und

$$\Delta \overline{R_x} = 9,0 \Omega.$$

Somit ist

$$R_x = (355 \pm 24) \Omega.$$

Mit den Daten und der Formel (21b) ergeben sich die Werte:

$$L_{\text{Mess. 1}} = (50,6 \pm 2,6) \text{mH}$$

$$L_{\text{Mess. 2}} = (50,6 \pm 2,6) \text{mH}$$

Daraus ergeben sich die Standardabweichung und der Mittelwert:

$$\overline{L_x} = 51 \text{mH}$$

$$\Delta \overline{L_x} = 0,023 \text{mH}$$

also insgesamt

$$L_x = (50,6 \pm 2,6) \text{mH}.$$

4.3.2 Mithilfe der Maxwell-Brücke

1. Induktivität 17

Tabelle 7: Messungen von Wert 17 mit der Maxwellbrücke

Messung Nr.	C_4 / nF	R_2 / Ω	R_3 / Ω	R_4 / Ω
1	990	1000	42	490
2	990	660	67	490

Aus den Messwerten ergeben sich nach (23a) die Widerstände:

$$R_{\text{Mess. 1}} = (86 \pm 4) \Omega$$

$$R_{\text{Mess. 2}} = (91 \pm 4) \Omega$$

Es ergeben sich als Mittelwert und Standardabweichung:

$$\overline{R_x} = 89 \Omega$$

$$\Delta \overline{R_x} = 2,8 \Omega$$

Also ergibt sich insgesamt:

$$R_x = (88 \pm 7) \Omega$$

Die Messwerte aus Tabelle 7 liefern mit (23b):

$$L_{\text{Mess. 1}} = (41,7 \pm 1,3) \text{ mH}$$

$$L_{\text{Mess. 2}} = (44,1 \pm 1,3) \text{ mH}$$

Es ergeben sich Mittelwert und Standardabweichung:

$$\overline{L_x} = 43 \text{ mH}$$

$$\Delta \overline{L_x} = 1,2 \text{ mH}$$

Und so ergibt sich:

$$L_x = (42,9 \pm 2,5) \text{ mH.}$$

2. Induktivität 18

Tabelle 8: Messungen von Wert 18 mit der Maxwellbrücke

Messung Nr.	C_4 / nF	R_2 / Ω	R_3 / Ω	R_4 / Ω
1	990	660	87	160
2	990	1000	59	180

Mit Hilfe von (23a) lassen sich aus Tabelle 8 die Werte

$$R_{\text{Mess. 1}} = (359 \pm 15) \Omega$$

$$R_{\text{Mess. 2}} = (326 \pm 14) \Omega$$

berechnen. Mittelwert und Standardabweichung ergeben sich zu:

$$\overline{R_x} = 340 \, \Omega$$

$$\Delta \overline{R_x} = 16 \, \Omega$$

Somit ist

$$R_x = (342 \pm 31) \, \Omega$$

Aus den Messdaten berechnen sich nach (23b) die Induktivitäten:

$$L_{\text{Mess. 1}} = (57,3 \pm 1,7) \, \text{mH}$$

$$L_{\text{Mess. 2}} = (58,5 \pm 1,8) \, \text{mH}$$

Es ergeben sich Mittelwert und Standardabweichung:

$$\overline{L_x} = 58 \, \text{mH}$$

$$\Delta \overline{L_x} = 0,60 \, \text{mH}$$

Also ergibt sich insgesamt:

$$L_x = (57,9 \pm 2,4) \, \text{mH}$$

4.4 Frequenzabhängigkeit der Brückenspannung bei einer Wien-Robinson-Brücke

In diesem Teil des Versuchs soll die Sperrfrequenz der Wien-Robinson-Brücke bestimmt werden, indem das Minimum der Frequenz gemessen wird. Die Schaltung aus Abbildung 10 wurde mit den folgenden Bauteilen² realisiert:

$$R = 1,0 \, \text{k}\Omega$$

$$C = 990 \, \text{nF}$$

$$R' = 330 \, \Omega$$

$$\tilde{C} = 990 \, \text{nF}$$

Mit der wie oben beschrieben aufgebauten Schaltung ergaben sich dann folgende Messwerte:

²Zum Zeitpunkt der Messungen waren keine zwei Kondensatoren mit der selben Kapazität vorhanden, deshalb wurden zwei ähnliche genommen. In den Rechnungen wurde von $C = 990 \, \text{nF}$ gerechnet.

Tabelle 9: Messungen der Wien-Robinsonbrücke

Spalte 1			Spalte 2		
f / Hz	U_{Br} / mV	U_S / V	f / Hz	U_{Br} / mV	U_S / V
20	320	1,0	6000	340	1,0
100	120	1,1	7000	340	1,0
120	80	1,1	8000	340	1,0
140	40	1,1	9000	340	1,0
150	32	1,1	10 000	340	1,0
150	20	1,1	11 000	340	1,0
160	18	1,1	12 000	340	1,0
160	14	1,1	13 000	340	1,0
170	18	1,1	14 000	340	1,0
170	24	1,1	15 000	340	1,0
180	30	1,1	16 000	340	1,0
180	36	1,1	17 000	340	1,0
200	60	1,1	18 000	340	1,0
300	150	1,0	19 000	340	1,0
400	200	1,0	20 000	340	1,0
500	240	1,0	21 000	340	1,0
600	280	1,0	22 000	340	1,0
700	290	1,0	23 000	340	1,0
800	300	1,0	24 000	340	1,0
900	300	1,0	25 000	340	1,0
1000	300	1,0	26 000	340	1,0
2000	320	1,0	27 000	340	1,0
3000	340	1,0	28 000	340	1,0
4000	340	1,0	29 000	340	1,0
5000	340	1,0	30 000	340	1,0

Um die Daten nun auszuwerten werden sie mit der sich aus (24c) ergebenden Theoriekurve verglichen. Dazu wird der Quotient der Messdaten U_{Br}/U_S gebildet und in einem halblogarithmischen Diagramm gegen das Verhältnis $\Omega = f/f_0$ aufgetragen. Dabei ist f_0 hier der Wert der Frequenz, bei der der niedrigste Wert für U_{Br} gemessen wurde. Also $f_0 = 160 \text{ Hz}$. Für die Theoriekurve wird f_0 durch die in (24b) gegen Gleichung berechnet:

$$\begin{aligned}
 f_0 &= \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{R \cdot C} \\
 &= \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{1,0 \cdot 10^3 \Omega \cdot 990 \cdot 10^{-9} \text{ F}} \\
 &\approx 160 \text{ Hz}
 \end{aligned}$$

Die Daten zeigen einen sehr ähnlichen Verlauf im Vergleich mit der Theoriekurve. Sie liegen allerdings im ganzen Diagramm leicht neben ihnen. Mögliche Gründe dafür werden in der Diskussion genannt.

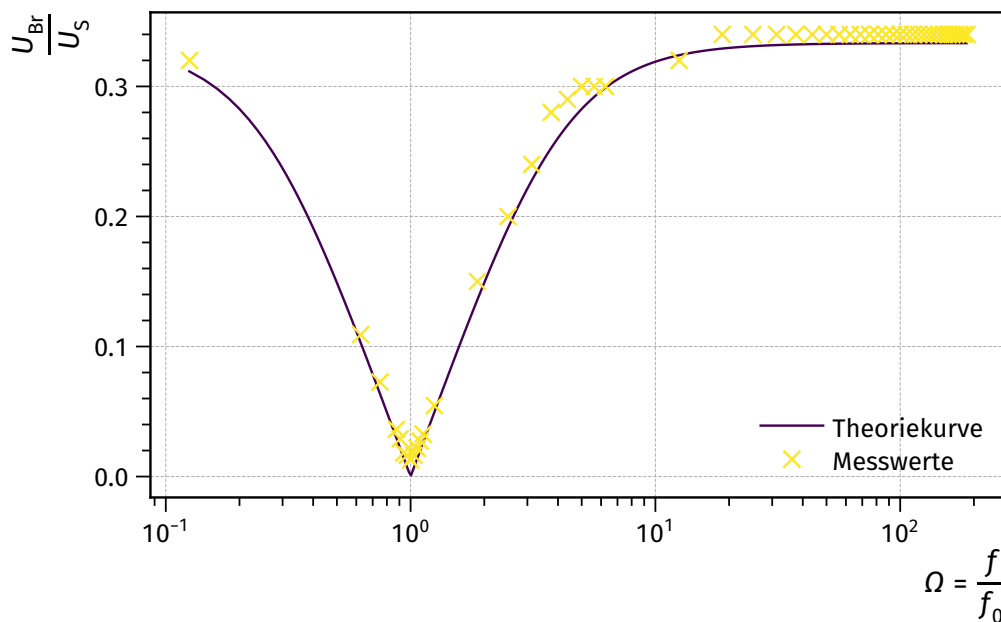


Abbildung 12: Vergleich der Messdaten mit der Theoriekurve

Als letztes soll noch untersucht werden, wie sauber der Generator das Signal ausgibt. Dazu soll der Klirrfaktor (siehe Klirrfaktor) bestimmt werden. Es wird hier angenommen, dass der Klirrfaktor nur aus der zweiten Oberwelle besteht, der Faktor wird also nur als Quotient aus U_1 und U_2 gebildet. Dabei ist darauf zu achten, dass die Spannung der zweiten Oberwelle durch die Brückenschaltung geteilt wird. Der Faktor lässt sich dann aus der für die Wien-Robinson-Brücke bestimmten Gleichung (24c) errechnen. Dazu wird $\Omega = 2$ gesetzt. Wird die rechte Seite von (24c) als $f(\Omega)$ definiert, so ergibt sich

$$U_2 = \frac{U_{Br}}{f(2)}.$$

U_1 ist die Speisespannung U_S , welche im Frequenzminimum f_0 gemessen wurde. Damit ergibt sich insgesamt:

$$U_1 = 1,0 \text{ V}$$

und

$$U_2 = \frac{U_{Br}}{\sqrt{\frac{(2^2-1)^2}{9 \cdot ((1-2^2)^2 + 9 \cdot 2^2)}}}.$$

Damit ergibt sich k zu

$$k = \frac{\sqrt{\sum_{k=2} (U_k^2)}}{U_1} \approx \frac{U_2}{U_1} = \frac{U_{Br}}{U_S \cdot \sqrt{\frac{(2^2-1)^2}{9 \cdot ((1-2^2)^2 + 9 \cdot 2^2)}}} \approx 0.0939$$

5 Diskussion

Bei der Bestimmung der Widerstände mit der Wheatstonschen Brücke ist die Unsicherheit der Ergebnisse größtenteils durch die Toleranzen der Bauteile gegeben. Die einzelnen aus den Messwerten errechneten Daten liegen sehr nah beieinander und somit ist die Standardabweichung sehr gering. Um also bessere Ergebnisse zu erzielen, müssten Bauteile mit einer geringeren Toleranz verwendet werden. Trotzdem sollten diese recht genau bestimmt worden sein, da die einzelnen, unabhängig gemessenen Werte so nah beieinander liegen.

Bei den Messungen der Kapazität setzt sich die Unsicherheit in etwa gleichen Teilen aus den Bauteil bedingten Toleranzen und dem Fehler zusammen, der sich durch das Messen von verschiedenen Werten ergibt, wenn diese voneinander verschieden sind. Die Ungenauigkeit dieser Messung lässt sich darauf zurückführen, dass die Abgleichbedingungen hier durch die bei der Kapazitätsmessbrücke gegebenen Streukapazitäten nicht genau eingestellt werden konnten. Hier ein Bild der bestmöglich abgeglichenen Schaltung, auf dem die Störung gut erkennen werden kann:

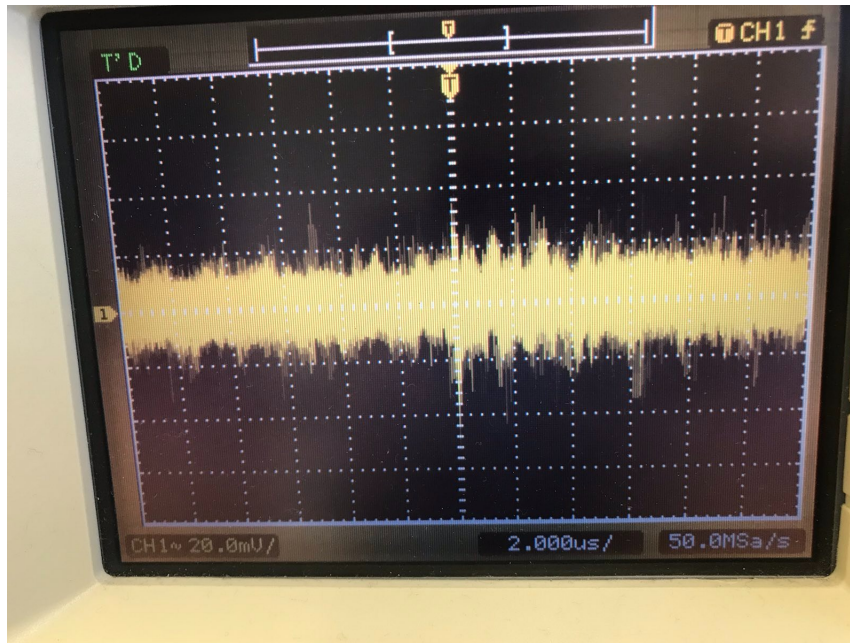


Abbildung 13: An diesem Foto des Oszilloskop ist zu erkennen, wie stark die hochfrequente Störung war, während der Tiefpassfilter noch nicht eingebaut war.

In Abbildung 13 ist zu erkennen, dass diese Störung bis zu einer Störspannung von $U_{\text{stör}} = 30 \text{ mV}$ eingestellt werden konnte. Bei erneuter Messung muss von Anfang an ein Tiefpassfilter eingesetzt werden, da sich sonst wie hier die Werte der Kapazitäten nicht genau bestimmen lassen.

Die Induktivitäten von Wert 17 und Wert 18 wurden im Folgenden mit zwei verschiedenen Schaltungen gemessen. Es ist zu erkennen, dass die durch die Bauteile verursachten Unsicherheiten bei der Maxwell-Brücke geringer sind. Dies liegt darin begründet, dass bei der Schaltung aus Abbildung 9 nur R_3 und R_4 variiert werden. Bei der Induktivitätsmessbrücke dagegen wird auch noch R_2 variiert, wodurch die Gesamtunsicherheit größer wird. Es ist also empfehlenswert, wenn möglich eine Maxwell Brückenschaltung zum Messen von Induktivitäten zu verwenden. In beiden Messungen für Wert 17 wurden die Werte R_x und L_x auf sehr ähnliche Werte bestimmt, weshalb der tatsächliche Wert auch in diesem Bereich liegen sollte. Bei Wert 18 dagegen sind die Differenzen groß. Da der Literaturwert nicht bekannt ist, lässt sich nicht sagen, welche der Messungen besser lief, da aber mit den selben Schaltungen die Messung für Wert 17 geklappt hat, sind die Differenzen wahrscheinlich auf ein Mess- oder Notationsfehler zurückzuführen.

Bei den Messungen mit der Wien-Robinson-Brücke (Abbildung 10) wurde das Minimum relativ genau zum berechneten Wert $f_0 = 160 \text{ Hz}$ bestimmt. Allerdings befinden sich die Messwerte in Abbildung 12 immer etwas um die Theoriekurve gestreut. Dies ist wieder darauf zurückzuführen, dass die Messung ohne Tiefpassfilter durchgeführt wurde. Somit konnten die Spannungen nicht genau abgelesen werden, da die hochfrequenten Störungen, die ähnlich aussahen wie Abbildung 13, das genaue Ablesen erschwerten. Der Verlauf wurde aber in allen Frequenzbereichen sehr gut getroffen. Im zweiten Teil des Teilversuchs soll bestimmt werden, wie der Klirrfaktor des Sinusspannungsgenerators aussieht. Zu der Bestimmung von diesem Faktor ist zu sagen, dass der in der Auswertung bestimmte Wert kleiner als der reelle ist, da in der Berechnung nur die zweite Oberwelle beachtet wurde.

Literatur

- [1] Versuch Nr. 302. Elektrische Brückenschaltungen. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2021.
- [2] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: Computing in Science & Engineering 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [3] Eric O. Lebigot. Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [4] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: Computing in Science & Engineering 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.