

VERSUCH NUMMER 702

Aktivierung mit Neutronen

Irgendjemand

irgend.jemand@tu-dortmund.de

Someone

some.one@tu-dortmund.de

Durchführung: 10.05.2022

Abgabe: 17.05.2022

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	1
2 Theoretische Grundlagen	1
2.1 Atomkerne und Strahlung	1
2.2 Kernreaktionen mit Neutronen	1
2.3 Erzeugung niederenergetischer Neutronen	2
2.4 Untersuchung des Zerfalls instabiler Isotope	3
3 Versuchsaufbau und Durchführung	6
4 Auswertung	7
4.1 Vanadium	7
4.2 Rhodium	10
5 Diskussion	17
Literatur	17

1 Zielsetzung

In diesem Versuch wird die Halbwertszeit T von Vanadium und Rhodium durch Aktivierung stabiler Kerne mit Neutronen ermittelt werden.

2 Theoretische Grundlagen

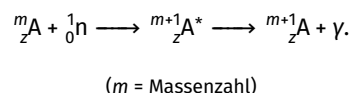
Im folgenden werden die zum Verständnis des Versuchs benötigten Grundlagen erläutert. Dabei werden zuerst Atomkerne und deren Strahlung betrachtet.

2.1 Atomkerne und Strahlung

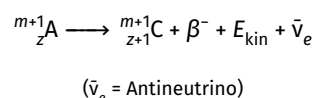
Atomkerne sind nur innerhalb sehr enger Grenzen ihrer Neutronen- und Protonenzahl stabil. Dabei ist die Neutronenzahl meist etwa 20% bis 50% höher als die Ordnungszahl z . Kerne die außerhalb dieses Verhältnisses liegen wandeln sich mit sehr unterschiedlicher Wahrscheinlichkeit in einen anderen Kern um, welcher dann entweder stabil oder instabil ist. Die Zerfallswahrscheinlichkeit eines bestimmten Nuklids lässt sich über die **Halbwertszeit** T ausdrücken. Diese beschreibt den Zeitraum, indem gerade die Hälfte aller Kerne, die vorher vorhanden waren, zerfallen sind. Dabei variiert die Halbwertszeit zwischen verschiedenen Nukliden über 23 Zehnerpotenzen.

2.2 Kernreaktionen mit Neutronen

Als **Zwischenkern** oder auch **Compoundkern** bezeichnet man einen Kern A^* , der welcher durch Absorption eines Neutrons aus einem Kern A entstanden ist. Die Energie dieses neuen Kerns liegt um die kinetische und die Bindungsenergie des Neutrons höher als die des Kerns A . Dabei liegt die Bindungsenergie etwa bei 8,0 MeV. Sie variiert geringfügig in Abhängigkeit von z und m . Aufgrund der starken Wechselwirkung der Nukleonen im Kern verteilt sich die aufgenommene Energie sofort auf eine große Anzahl Nukleonen, die dadurch in höhere Energiezustände gebracht werden. Man spricht deshalb auch von einer Aufheizung des Zwischenkerns. Da die eingebrachte Energie auf viele Nukleonen verteilt wird, ist der Kern A^* meist nicht mehr fähig, ein das eingefallene oder ein anderes Nukleon abzustößen. Dies gilt vor allem, sofern das aufgenommene Neutron nur eine geringe kinetische Energie besaß. Ist dies der Fall, so geht der angeregte Kern nach Emission eines γ -Quants nach etwa $1,0 \cdot 10^{-16}$ s wieder in seinen Grundzustand über. Die zugehörige Reaktion:



Der entstandene Kern ${}_Z^{m+1}\text{A}$ ist meist nicht stabil, da er mehr Neutronen enthält, als in einem stabilen Kern dieser Ordnungszahl vorkommen. Aufgrund des Energieverlustes durch die Emission des Photons ist er im Vergleich zum Zwischenkern langlebig. Nach folgender Gesetzmäßigkeit wandelt sich dieser dann zu einem stabilen Kern:



Dabei gibt E_{kin} die kinetische Energie an, die das Elektron und Antineutrino bekommen, nach der Einsteinschen Beziehung $\Delta E = \Delta mc^2$, da die Masse des Kerns auf der linken Seite größer ist, als die aller Teilchen auf der rechten Seite.

Die Wahrscheinlichkeit für den Einfang eines Neutrons durch einen stabilen Kern wird in der Kernphysik durch den sogenannten **Wirkungsquerschnitt** σ beschrieben. Damit wird diejenige Fläche beschrieben, die ein Kern besitzen müsste, um jedes diese Fläche treffende Neutron einzufangen. Für $1,0 \text{ cm}^2$ einer dünnen Folie gilt entsprechend

$$\sigma = \frac{u}{nKd}$$

(u = Anzahl Einfänge, n = Neutronen pro Sekunde, K = Atome pro cm^3 , d = Dicke der Folie)

Dabei ist $[\sigma] = 1,0 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2 \approx 1,0 \text{ b}$, wobei b „barn“ gesprochen wird. Die Einheit ist in der Größenordnung des Kernquerschnittes. Der Wirkungsquerschnitt für den Neutroneneinfang ist stark von der Geschwindigkeit v der Neutronen abhängig, deshalb wird zwischen schnellen und langsamen Neutronen unterschieden. Dabei dient die De-Broglie-Wellenlänge λ als Kriterium.

$$\lambda = \frac{h}{m_n v}$$

(h = Plancksches Wirkungsquantum, m_n = Neutronenmasse)

Sollte v so groß sein, dass λ klein gegen den Kernradius $R (\approx 1,0 \cdot 10^{-12} \text{ cm})$ ist, so gelten einfache geometrische Überlegungen für die Wechselwirkung der Neutronen mit dem Kern. Für langsame Neutronen, bei denen $R \leq \lambda$, sind diese unbrauchbar. Der Wirkungsquerschnitt eines Kerns ist für bestimmte Neutronengeschwindigkeiten um mehrere Zehnerpotenzen größer als der geometrische Querschnitt. Im quantenmechanischen Bild tritt Resonanzabsorption genau dann auf, wenn die Energie des einfallenden Neutrons gleich der Differenz zweier Energieniveaus des Zwischenkerns ist. Breit und Wigner formulierten folgende Formel für den Wirkungsquerschnitt als Funktion der Neutronenenergie E :

$$\sigma(E) = \sigma_0 \sqrt{\frac{E_{r_i}}{E}} \cdot \frac{\tilde{c}}{(E - E_{r_i})^2 + \tilde{c}}$$

(\tilde{c} und σ_0 = charakteristische Konstanten der Reaktion, E_{r_i} = Energieniveaus des Zwischenkerns)

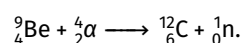
Es ist zu erkennen, dass $\sigma(E)$ immer dann ein Maximum erreicht, wenn die einfallende Energie gleich der Höhe eines Energieniveaus ist. Gilt $E \ll E_{r_i}$, so lässt sich $(E - E_{r_i})^2$ als praktisch konstant annehmen, und es folgt

$$\sigma \propto \frac{1}{\sqrt{E}} \propto \frac{1}{v}.$$

Der Einfangsquerschnitt ist also umgekehrt proportional zur Neutronengeschwindigkeit. Dies stimmt mit der Vorstellung überein, dass sich das Neutron bei kleiner Geschwindigkeit länger in der Einwirkungssphäre des Kerns aufhält und daher die Wahrscheinlichkeit des einfangens wächst.

2.3 Erzeugung niederenergetischer Neutronen

Aufgrund der oben angegebenen Tatsachen, werden niederenergetische Neutronen benötigt. Diese kommen in der Natur allerdings nicht vor und werden daher hier durch die folgende Kernreaktion freigesetzt:



Die α stammen dabei aus dem Zerfall von ${}^{226}\text{Ra}$ -Kernen. Die Neutronen besitzen ein kontinuierliches Energiespektrum, welches bis zu 14 MeV reicht. Um die Neutronen abzubremsen werden sie durch eine dicke Materieschicht (aus Atomen mit leichten Kernen) hindurchdiffundiert. Dabei geben die Neutronen ihre Energie durch elastische Stöße an die Kerne ab. Aus den Gesetzmäßigkeiten für die maximal übertragene Energie bei elastischen Stößen

$$E_{\text{ü}} = E_0 \frac{4Mm}{(M+m)^2}$$

(m und M = Massen der Stoßpartner)

folgt, dass der Bremseffekt umso wirkungsvoller ist, je näher die stoßenden Massen bei einander liegen. Die benutzte Neutronenquelle besitzt daher einen Mantel aus Paraffin (siehe Abbildung 1), auch wenn sich hier der nicht vernachlässigbare Einfangsquerschnitt des Protons für Neutronen nachteilig auswirkt. Ein Teil der Neutronen bildet daher Deuteronen.

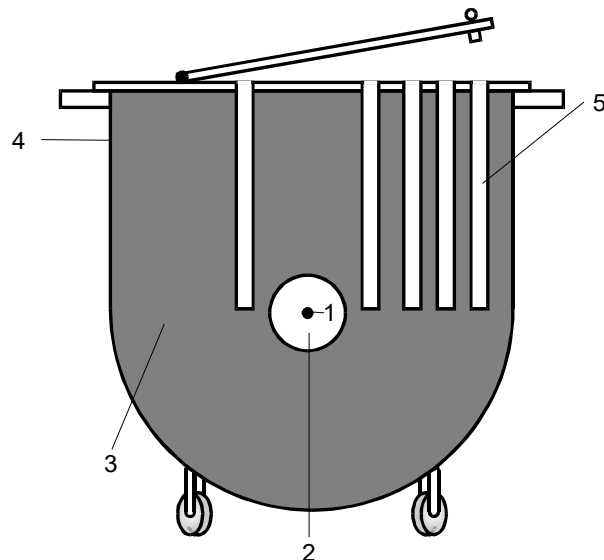


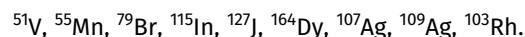
Abbildung 1: Querschnitt durch die hier verwendete Quelle für thermische Neutronen [1].

- 1 Quelle schneller Elektronen (Gemisch aus ^9Be und ^{226}Ra)
- 2 Bleiabschirmung
- 3 Paraffin
- 4 Stahlbehälter
- 5 Aktivierungsbohrungen

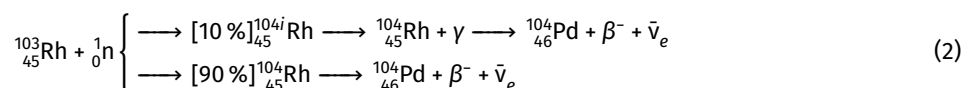
Durch mehrfache Stöße eines Neutrons mit den Protonen des Paraffins erreicht seine Energie schließlich einen Wert, der der mittleren kinetischen Energie der Moleküle seiner Umgebung praktisch gleich ist, also etwa 0,025 eV bei $T = 290 \text{ K}$. Dies entspricht einer mittleren Neutronengeschwindigkeit von 2,2 km/s. Die Gesamtheit der Neutronen mit diesen Energien bzw. Geschwindigkeiten werden als **thermische Neutronen** bezeichnet.

2.4 Untersuchung des Zerfalls instabiler Isotope

Folgende stabile Isotope können durch Neutronenstrahlung mit großem Wirkungsquerschnitt in instabile verwandelt werden:



Dazu werden zylindrische Proben, die die entsprechenden Nuklide enthalten, in die Aktivierungsschächte der Neutronenquelle eingebracht. Die so erzeugten Isotope gehen durch β^- -Zerfall wieder in stabile über. Die Halbwertszeiten liegen dabei zwischen Sekunden und Stunden. Die Aktivierung und der folgende Zerfall verlaufen wie folgt:



Die Zahl $N(t)$ der zu einem Zeitpunkt t noch nicht zerfallenden Kerne ist durch

$$N(t) = N_0 \exp(-\lambda t) \quad (3)$$

(N_0 = Zur Zeit $t = 0$ vorhandene instabile Kerne, λ = **Zerfallskonstante**)

gegeben. Dabei ist die Halbwertszeit T wie folgt definiert

$$T = \ln\left(\frac{2}{\lambda}\right). \quad (4)$$

Theoretisch ließen sich mit (3) durch eine Messung von $N(t)$ die Konstanten bestimmen, da dies jedoch äußerst schwierig ist wird ein anderer Weg verwendet: Es wird die Zahl $N_{\Delta t}(t)$ der in einem festen Zeitintervall Δt zerfallenen Kerne (oder ein konstanter Bruchteil davon) in Abhängigkeit der Zeit gemessen, da die Zerfälle durch Detektoren in elektrische Impulse umgewandelt werden können. $N_{\Delta t}(t)$ hängt ebenfalls exponentiell von der Zeit ab:

$$N_{\Delta t}(t) = N(t) - N(t + \Delta t);$$

mit (3) folgt

$$N_{\Delta t}(t) = N_0 (1 - \exp(-\lambda \Delta t)) \exp(-\lambda t),$$

bzw.

$$\ln(N_{\Delta t}(t)) = \ln(N_0 (1 - \exp(-\lambda \Delta t))) - \lambda t. \quad (5)$$

An (5) lässt sich ableiten, dass sich λ über eine lineare Ausgleichsrechnung mit den Wertepaaren $(\ln(N_{\Delta t}(t_i)), t_i)$ bestimmen lässt, da $\ln(N_0 (1 - \exp(-\lambda \Delta t)))$ konstant ist. Problematisch ist dabei die Wahl eines geeigneten Zeitintervalls Δt . Ist dieser zu klein, so entstehen große statistische Fehler für $N_{\Delta t}(t)$; ist Δt zu groß, etwa $\Delta t \approx T$, so entsteht ein systematischer Fehler bei λ . Diese Größe hängt dann scheinbar von Δt ab, was in Wirklichkeit nicht zutrifft.

Bei Rhodium müssen noch weitere Besonderheiten beachtet werden: Wie an Gleichung (2) zu erkennen ist, führt die Aktivierung von natürlichem Rhodium, das zu 100 % aus dem Isotop ^{103}Rh besteht, mit einer Wahrscheinlichkeit von 90 % zum instabilen Isotop ^{104}Rh , aber auch zum ebenfalls instabilen $^{104\text{i}}\text{Rh}$. Dabei signalisiert das i, dass es sich um einen zu ^{104}Rh isomeren Kern handelt. **Isomere Kerne** bezeichnen dabei solche gleicher Ladungs- und Massenzahl, die aber unterschiedliche Energie und Halbwertszeit besitzen, was aus einer verschiedenen Anordnung der Nukleonen folgt. Der Übergang eines solchen Kerns in den Grundzustand ist häufig mit einer starken Änderung des Bahndrehimpulses verbunden. Analog der Verhältnisse in der Elektronenhülle eines Atoms wird dadurch die Übergangswahrscheinlichkeit sehr gering. In diesem Zusammenhang wird von verbotenen Übergängen gesprochen. Es entstehen Halbwertszeiten in der Größenordnung Sekunden. Entsprechend laufen zwei Zerfälle mit unterschiedlichen Halbwertszeiten nebeneinander ab. Der verwendete Detektor kann beide Strahlungen nachweisen und somit wird die Auswertung hier verkompliziert. Laufen zwei Zerfälle parallel ab, so ergibt sich die Gesamtaktivität aus den beiden Einzelaktivitäten. Die Bestimmung der Halbwertszeiten ist nur dann möglich wenn sich diese stark unterscheiden. Wird hinreichend lange gewartet, so wird das kurzlebige Isotop praktisch zerfallen sein und die beobachtete Aktivität rührt nur noch vom langlebigen Zerfall her. In Abbildung 2 ist in diesem Bereich nur noch eine Gerade zu erkennen (etwa ab t^*).

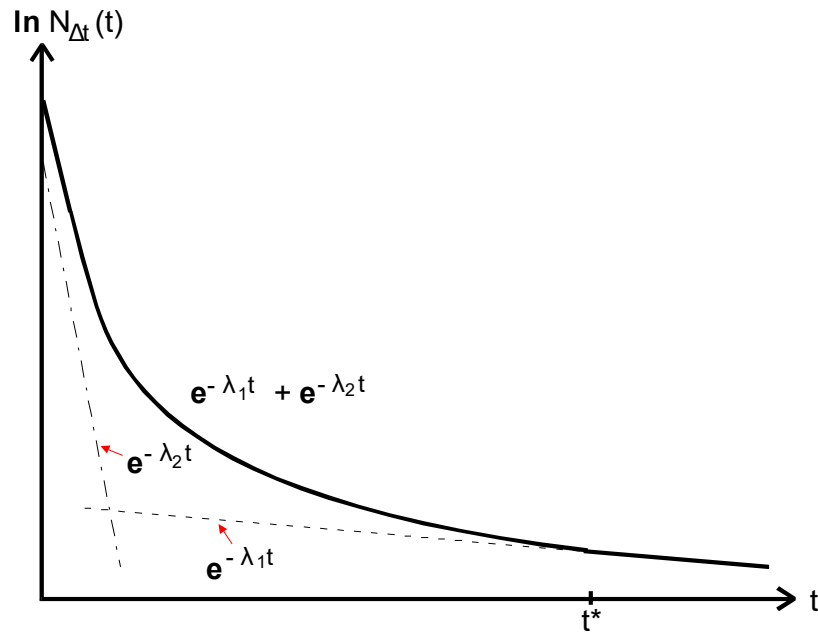


Abbildung 2: Zerfallskurve eines Präparates, dass aus 2 Isotopen mit sehr unterschiedlichen Zerfallskonstanten ($\lambda_2 \ll \lambda_1$) [1].

Aus den Wertepaaren $[\log(N_{\Delta t}(t_i)), t_i]$ für alle $t_i \geq t^*$ lässt sich die Zerfallsgleichung (5) mit den Parametern λ_l und $N_{0,l}(1 - \exp(-\lambda_l \Delta t))$ mittels Ausgleichsrechnung bestimmen. Die Zerfallskonstante λ_k für den kurzlebigen Zerfall erhält man, wenn man von den Gesamtzählraten $N_{\Delta t}(t_i)$ zunächst die Werte

$$N_{\Delta t,l}(t) := N_{0,l}(1 - \exp(-\lambda_l \Delta t)) \exp(-\lambda_l t) \quad (6)$$

für $t_i < t^*$ subtrahiert und dann eine Ausgleichsrechnung mit den Wertepaaren $[\log(N_{\Delta t}(t_i) - N_{\Delta t,l}(t_i)), t_i]$ durchführt. Dabei sollte t_i deutlich unterhalb von t^* liegen, da sonst aufgrund der statistischen Schwankung

$$N_{\Delta}(t_i) - N_{\Delta t,l}(t_i) \leq 0$$

werden kann. Das die aus ^{104i}Rh entstandenen ^{104}Rh zerfallen auch und werden detektiert, spielen aber eine untergeordnete Rolle und müssen somit nicht gesondert betrachtet werden.

3 Versuchsaufbau und Durchführung

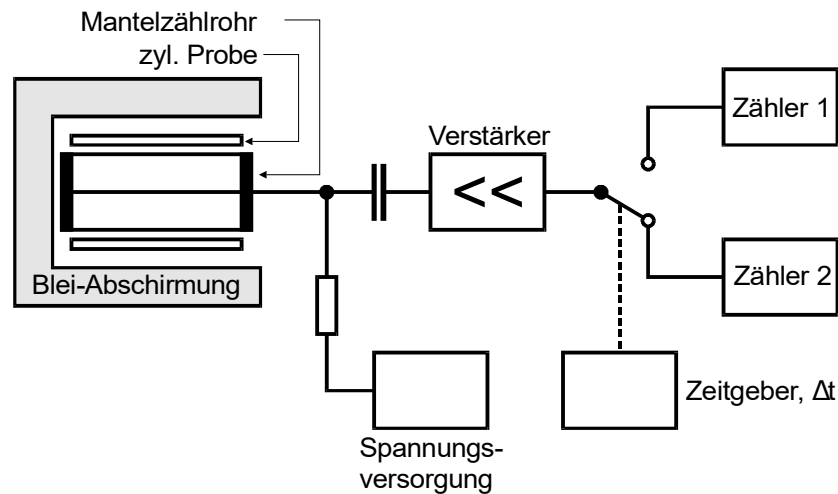


Abbildung 3: Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus [1].

Die Messungen erfolgen mit der in Abbildung 3 skizzierten Apparatur. Dabei wird mit einem Geiger-Müller-Zählrohr ein konstanter Bruchteil der von den zylinderförmigen Proben Emittierten β - und γ -Teilchen nachgewiesen. Die Umgebungsradioaktivität (auch „Nulleffekt“) wird möglichst gering gehalten, indem sich das Zählrohr in einem Abschirmblock aus Blei befindet. Jedes registrierte Teilchen liefert am Verstärkerausgang einen elektrischen Impuls, der zu einem elektronischen Zählwerk weitergeleitet wird. Das verwendete Gerät hat zwei Anzeigevorrichtungen, die periodisch umgeschaltet werden, sodass praktisch pausenlos gemessen werden kann. Die Messzeit Δt lässt sich mit einem Kodierschalter an der Frontplatte des Gerätes einstellen. Sie wird mit einer relativen Genauigkeit von $1,0 \cdot 10^{-5}$ reproduziert. Am Ende jedes Zeitintervalls Δt schaltet die Apparatur innerhalb eines Zeitraumes von 100 ns von einem auf das andere Zählwerk um.

Zuerst wird der sogenannte **Nulleffekt** N_u gemessen um diesen aus allen folgenden Messungen rauszurechnen, damit keine Verfälschung der Messwerte stattfindet. Dabei wird N_u mit einer langen Messzeit von 600 s gemessen um einen geringen statistischen Fehler zu erhalten. Die Umrechnung erfolgt gemäß der Beziehung

$$N_{\Delta t}(t_i) = N_{\Delta t, \text{gem}}(t_i) - N_{\Delta t, u} \quad (7)$$

($N_{\Delta t, \text{gem}}(t_i)$ = zum Zeitpunkt t_i gemessene Gesamtzählrate)

Danach wird der Zerfall von Vanadium($^{51}_{23}\text{V}$) über einen Zeitraum von mehr als 15 min in Intervallen von $\Delta t = 40$ s gemessen. Für Rhodium($^{103}_{45}\text{Rh}$) wird der Zerfall über einen Zeitraum von mehr als 12 min in Intervallen von $\Delta t = 40$ s gemessen.

4 Auswertung

Im folgenden werden die nach dem in Abschnitt 3 beschriebenen Verfahren gemessenen Werte ausgewertet. Es werden die Halbwertszeiten der Strahler bestimmt.

4.1 Vanadium

In Tabelle 1 sind die Messwerte für die Zerfälle im Zeitintervall $\Delta t = 40$ s zu Zeiten t aufgetragen.

Tabelle 1: Messdaten des Vanadium Strahlers

$N_{\Delta t, \text{van}}$	t_{van}
160	0
150	40
120	80
140	120
120	160
96	200
100	240
78	280
67	320
57	360
55	400
37	440
49	480
36	520
41	560
27	600
23	640
25	680
27	720
16	760
24	800
18	840
14	880
22	920
12	960
19	1000
15	1000
9,0	1100
11	1100
9,0	1200

Den gemessenen Werten wird nun nach der Poisson-Verteilung ein Fehler von \sqrt{N} zugeordnet. Danach werden die Werte mit Fehler gezeichnet.

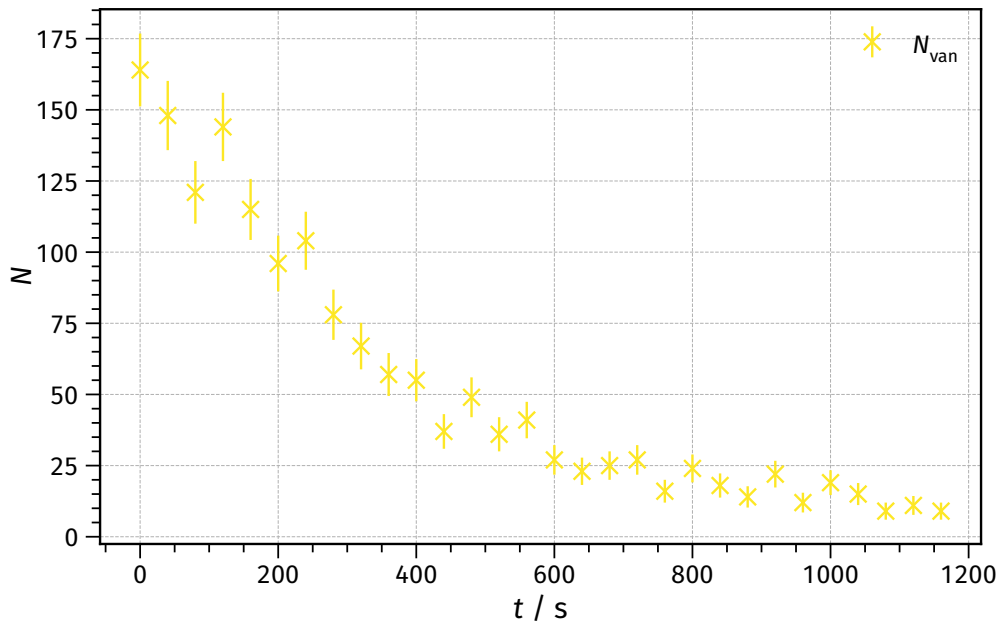


Abbildung 4: Messwerte Vanadium mit Fehlerbalken.

Nun wird die über 600 s gemessene Nullrate $N_0 = 113 \pm 11$ auf das Messintervall $\Delta t = 40$ s umgerechnet und von den Werten abgezogen. Also gilt

$$N = N_{\text{gemessen}} - \tilde{N}_u. \quad (8)$$

(\tilde{N}_u = auf Δt skalierte Nullrate)

Der Fehler ergibt sich dabei nach

$$\Delta f(x_1, \dots, x_N) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left[\left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot (\Delta x_i)^2 \right]}. \quad (9)$$

über

$$\Delta N = \sqrt{(\Delta N_{\text{gemessen}})^2 + (\Delta \tilde{N}_u)^2}. \quad (10)$$

Alle Fehler und Ausgleichsrechnungen in dieser Auswertung werden über Programme berechnet. Dafür wird Python 3.8.8 und entsprechenden Bibliotheken¹ verwendet.

Danach wird der Logarithmus der Werte gebildet. Die neuen Werte sind in Tabelle 2 zu finden.

¹Numpy [2], Uncertainties [3] and Matplotlib [4]

Tabelle 2: Logarithmus der Messdaten des Vanadium Strahlers

$\log(N_{\Delta t, \text{van}})$	t_{van}
5,05±0,08	0
4,94±0,09	40
4,70±0,10	80
4,92±0,09	120
4,70±0,10	160
4,48±0,11	200
4,57±0,11	240
4,26±0,13	280
4,09±0,14	320
3,90±0,15	360
3,86±0,16	400
3,38±0,21	440
3,72±0,17	480
3,35±0,21	520
3,51±0,19	560
2,97±0,27	600
2,74±0,30	640
2,86±0,29	680
2,97±0,27	720
2,10±0,50	760
2,80±0,30	800
2,30±0,40	840
1,90±0,60	880
2,70±0,30	920
1,50±0,80	960
2,40±0,40	1000
2,00±0,50	1000
0,40±2,10	1100
1,20±1,00	1100
0,40±2,10	1200

Der Fehler ergibt sich entsprechend der Gaußschen Fehlerfortpflanzung (9) über

$$\Delta \log(N) = \frac{\Delta N}{N}. \quad (11)$$

Diese Werte werden dann in Abbildung 5 eingetragen. Außerdem wird eine Ausgleichsgerade eingetragen, welche über einen curve-fit bestimmt wurde. Die Gerade folgt dabei der Funktionsvorschrift

$$f(t) = -a \cdot t + b. \quad (12)$$

Für die Regression werden dabei die letzten drei Werte aufgrund der im Vergleich recht hohen Fehler ausgelassen.

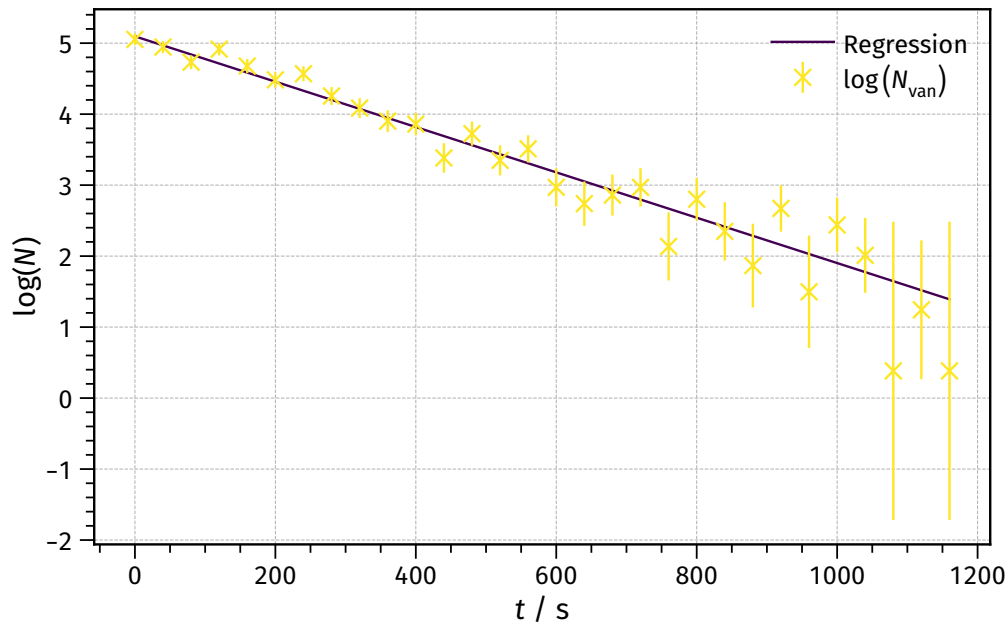


Abbildung 5: Logarithmus der Vanadium-Werte mit Regressionsgerade.

Die Regression liefert folgende Werte für die Parameter

$$a = (0,003\,19 \pm 0,000\,17) \text{ Hz}$$

$$b = 5,10 \pm 0,10.$$

Aus (5) lässt sich nun folgern, dass $\lambda = a$ und $\ln(N_0(1 - \exp(-\lambda\Delta t))) = b$. Mit Hilfe der Gleichung (4) lässt sich nun die Halbwertszeit von Vanadium bestimmen, sie ist

$$T_{\text{van}} = (217 \pm 12) \text{ s.}$$

Der Fehler ergibt sich dabei gemäß (9) über

$$\Delta T(\lambda) = \frac{\log(2)}{\lambda^2} \cdot \Delta\lambda. \quad (13)$$

4.2 Rhodium

In Tabelle 3 sind die Messwerte für die Zerfälle im Zeitintervall $\Delta t = 20 \text{ s}$ zu Zeiten t aufgetragen.

Tabelle 3: Messdaten des Rhodium Strahlers

$N_{\Delta t, \text{rho}}$	t_{rho}
720	0
550	20
410	40
310	60
250	80
180	100
140	120
130	140
100	160
67	180
62	200
50	220
63	240
37	260
26	280
44	300
41	320
32	340
31	360
29	380
31	400
29	420
24	440
23	460
26	480
20	500
23	520
21	540
27	560
22	580
13	600
15	620
16	640
15	660
11	680
17	700
15	720
15	740
14	760
19	780
7,0	800
14	820
13	840
6,0	860

Den gemessenen Werten wird nun nach der Poisson-Verteilung ein Fehler von \sqrt{N} zugeordnet. Die Werte werden mit Fehlerbalken in Abbildung 6 gegen die Zeit t aufgetragen.

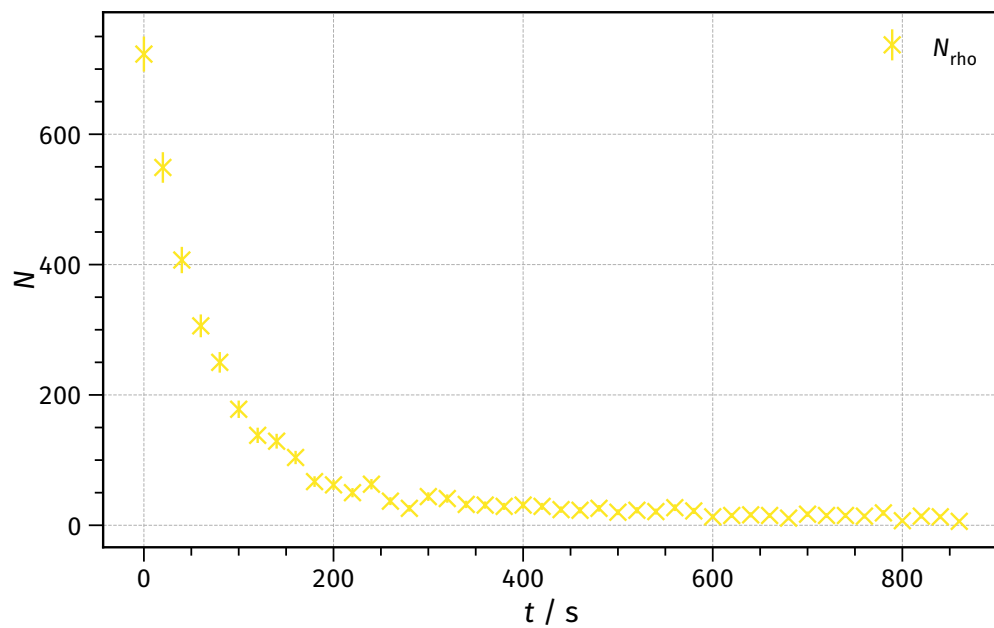


Abbildung 6: Messwerte Rhodium mit Fehlerbalken.

Nun wird die über 600 s gemessene Nullrate $N_0 = 113 \pm 11$ auf das Messintervall $\Delta t = 20$ s umgerechnet und von den Werten abgezogen. Dies erfolgt nach (8), wobei der Fehler sich nach (10) ergibt. Danach wird der Logarithmus der Werte gebildet. Die neuen Werte sind in Tabelle 4 zu finden. Der Fehler ergibt sich entsprechend über (11).

Tabelle 4: Logarithmus der Messdaten des Rhodium Strahlers

$\log(N_{\Delta t, \text{rho}})$	t_{rho}
6,58±0,04	0
6,30±0,04	20
6,00±0,05	40
5,71±0,06	60
5,51±0,06	80
5,16±0,08	100
4,90±0,09	120
4,83±0,09	140
4,61±0,10	160
4,15±0,13	180
4,06±0,14	200
3,83±0,15	220
4,08±0,13	240
3,50±0,18	260
3,10±0,23	280
3,69±0,17	300
3,62±0,17	320
3,34±0,20	340
3,30±0,20	360
3,23±0,21	380
3,30±0,20	400
3,23±0,21	420
3,01±0,24	440
2,96±0,25	460
3,10±0,23	480
2,79±0,27	500
2,96±0,25	520
2,85±0,27	540
3,15±0,22	560
2,90±0,26	580
2,20±0,40	600
2,40±0,30	620
2,50±0,30	640
2,40±0,30	660
2,00±0,50	680
2,60±0,30	700
2,40±0,30	720
2,40±0,30	740
2,30±0,40	760
2,72±0,29	780
1,10±0,80	800
2,30±0,40	820
2,20±0,40	840
0,00±1,10	860

Diese Werte sind in Abbildung 7 aufgetragen. Außerdem sind in die Diagramme zwei Grenzen eingetragen. Alle Werte ab t^* werden für Ausgleichsrechnung des Zerfalls mit der größeren Halbwertszeit verwendet (außer die Letzten vier, da diese eine größere Abweichung als der Rest aufweisen), während alle Werte vor t_n dann zur Ausgleichsrechnung

für den Zerfall mit der kürzeren Halbwertszeit verwendet werden.

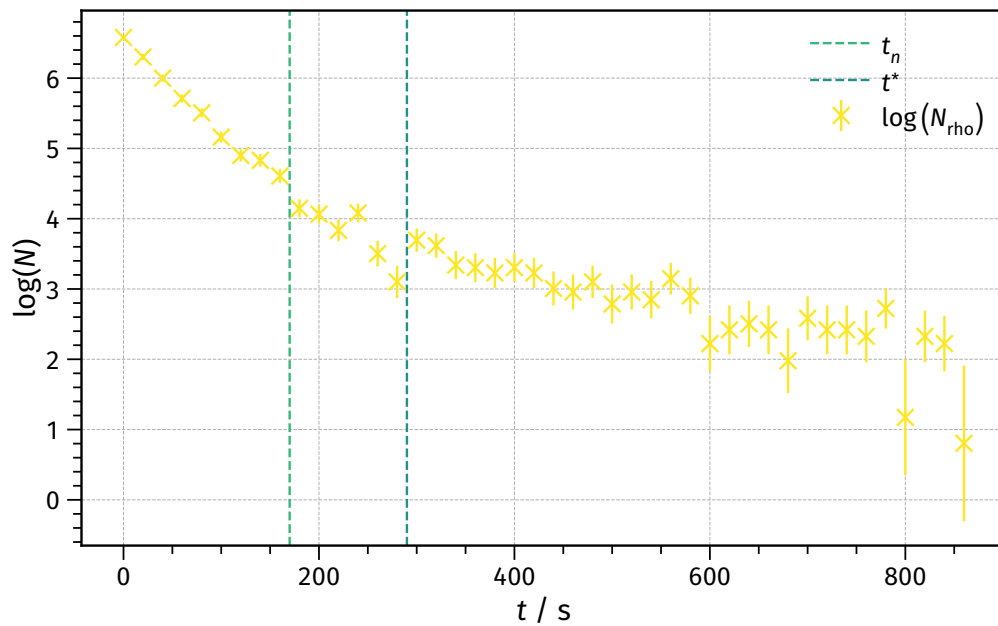


Abbildung 7: Logarithmus der Rhodium-Werte mit Entscheidungsgrenzen.

Zuerst wird nun die Halbwertszeit des langlebigeren Isomers bestimmt:

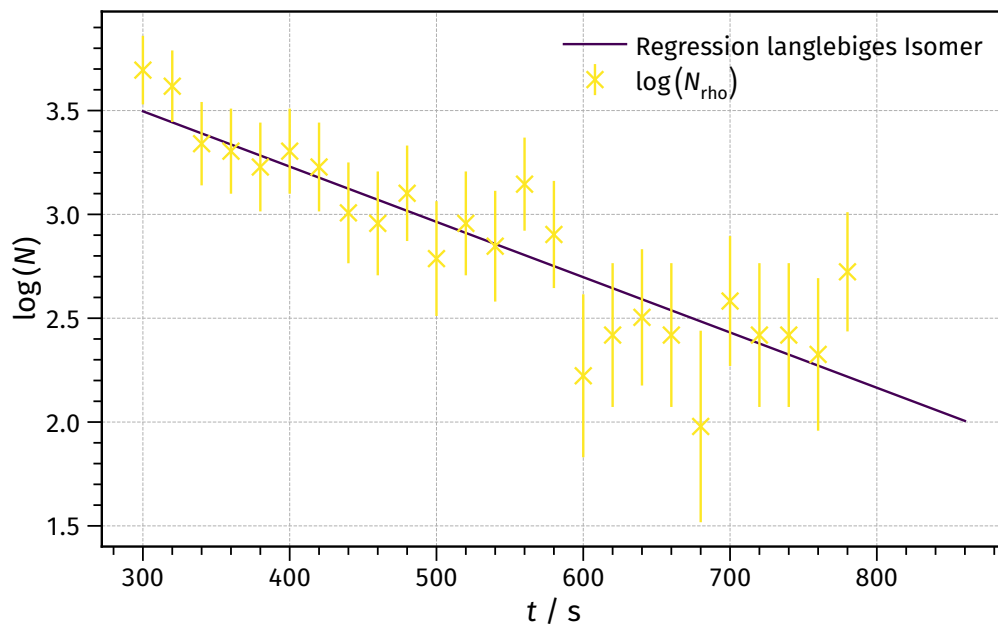


Abbildung 8: Logarithmus der für das langlebige Isomer relevanten Werte mit Ausgleichsgerade.

Die Regression mit der Funktion aus (12) liefert folgende Werte für die Parameter

$$a = (0,002\,66 \pm 0,000\,31) \text{ Hz}$$

$$b = 4,30 \pm 0,17.$$

Aus (5) lässt sich nun folgern, dass $\lambda_l = a$ und $\ln(N_0(1 - \exp(-\lambda\Delta t))) = b$. Mit Hilfe der Gleichung (4) lässt sich nun die Halbwertszeit von Vanadium bestimmen, sie ist

$$T_{\text{rho},l} = (260 \pm 30) \text{ s}.$$

Der Fehler ergibt sich dabei gemäß Gleichung (13).

Mit Hilfe der speziellen Zerfallskonstante λ_l lassen sich nun die Zerfälle aus den Daten, mit denen die Halbwertszeit für den kürzeren Zerfall bestimmt werden soll, rausrechnen. Dies erfolgt nach (6). Nachdem die Zählraten rausgerechnet wurden wird wieder der Logarithmus gebildet. Die erhaltenen Werte sind in Tabelle 5 eingetragen. Insgesamt werden die neuen Werte nach folgender Vorschrift errechnet:

$$\log(N_{\Delta t, k}(t)) = \log(N_{\Delta t}(t) - N_{0, l}(1 - \exp(-\lambda_l \Delta t)) \exp(-\lambda_l t)).$$

Der Fehler dieser Rechnung ergibt sich nach (9) über

$$\begin{aligned} \Delta \log(N_{\Delta t, k}(t)) = & \left[\left(\frac{\lambda_l \cdot N_{0, l}(1 - \exp(-\lambda_l \Delta t)) \exp(-\lambda_l t)}{N_{\Delta t}(t) - N_{0, l}(1 - \exp(-\lambda_l \Delta t)) \exp(-\lambda_l t)} \right)^2 \cdot (\Delta \lambda_l)^2 \right. \\ & + \left(\frac{1}{N_{\Delta t}(t) - N_{0, l}(1 - \exp(-\lambda_l \Delta t)) \exp(-\lambda_l t)} \right)^2 \cdot (\Delta N_{\Delta t}(t))^2 \\ & \left. + \left(\frac{\exp(-\lambda_l t)}{N_{\Delta t}(t) - N_{0, l}(1 - \exp(-\lambda_l \Delta t)) \exp(-\lambda_l t)} \right)^2 \cdot (\Delta N_{0, l}(1 - \exp(-\lambda_l \Delta t)))^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \end{aligned}$$

Tabelle 5: Logarithmus der um die Zählrate des langlebigen Isomers reduzierten Messdaten des Rhodium Strahlers

$\log(N_{\Delta t, \text{rho}} - N_{\Delta t, \text{rho}, l})$	t_{rho}
6,47±0,04	0
6,16±0,05	20
5,82±0,06	40
5,48±0,07	60
5,23±0,08	80
4,77±0,11	100
4,39±0,15	120
4,31±0,15	140
4,00±0,20	160

Auch diese werden wieder in ein Diagramm aufgetragen (Abbildung 9) und es wird eine Ausgleichsrechnung mit Hilfe von (12) durchgeführt.

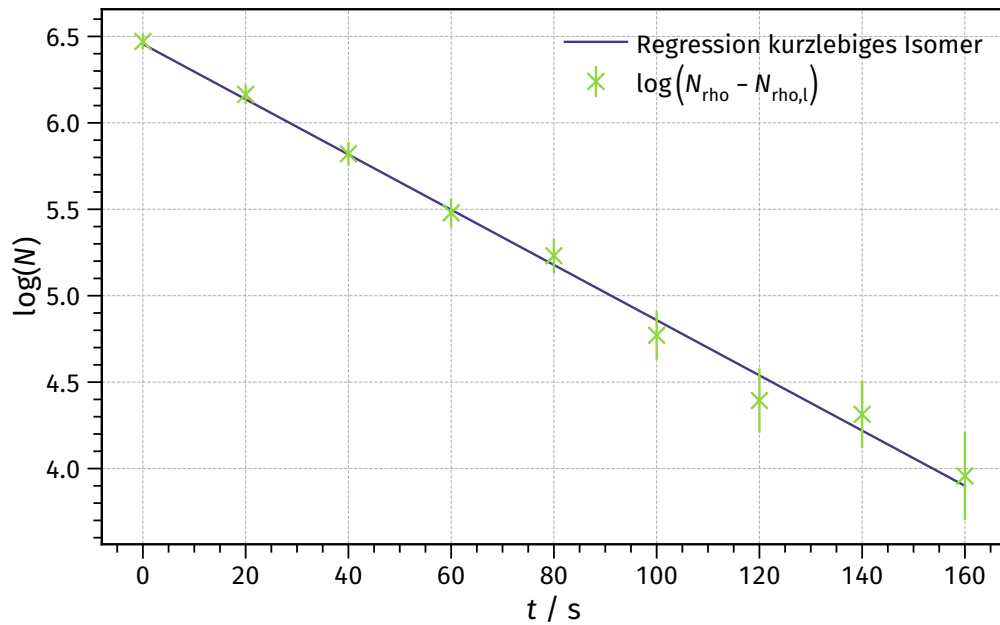


Abbildung 9: Logarithmus der für das kurzlebige Isomer relevanten Werte mit Ausgleichsgerade.

Die Regression mit der Funktion aus (12) liefert folgende Werte für die Parameter

$$a = (0,0160 \pm 0,0005) \text{ Hz}$$

$$b = 6,46 \pm 0,05.$$

Aus (5) lässt sich nun folgern, dass $\lambda_k = a$ und $\ln(N_0(1 - \exp(-\lambda\Delta t))) = b$. Mit Hilfe der Gleichung (4) lässt sich nun die Halbwertszeit von Vanadium bestimmen, sie ist

$$T_{\text{rho},k} = (43,4 \pm 1,4) \text{ s}.$$

Der Fehler ergibt sich dabei wieder gemäß Gleichung (13).

In Abbildung 10 werden nun beide Ausgleichsgeraden sowie die Summe dieser aufgetragen.

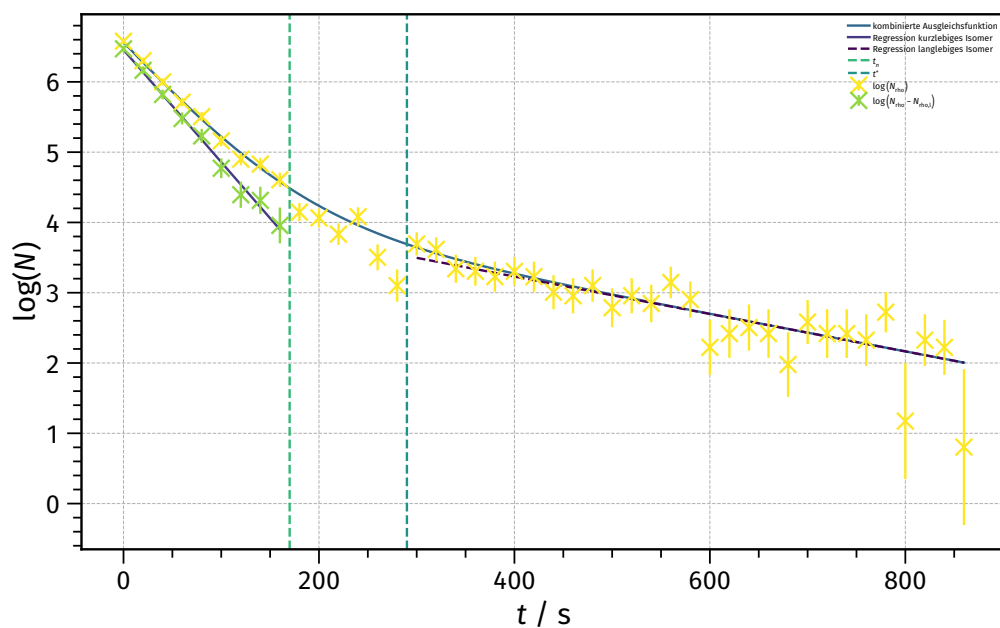


Abbildung 10: Gesamtübersicht der Logarithmen der Rhodium-Werte mit Ausgleichsfunktionen.

5 Diskussion

Die gemessene Halbwertszeit von $^{52}_{23}\text{V}$ beträgt $(217 \pm 12)\text{s}$, mit einem Literaturwert von 220s [5] ergibt das eine Abweichung von $(3 \pm 5)\%$. Damit kann der Literaturwert im Rahmen der Messunsicherheiten als bestätigt angesehen werden.

Der Literaturwert für die Halbwertszeit von $^{104}_{35}\text{Rh}$ lautet 260s [5]. Der durch die Messung ermittelte Wert ist $(260 \pm 30)\text{s}$, damit ergibt sich eine Abweichung von $(0 \pm 12)\%$.

In der Literatur wird die Halbwertszeit von $^{104}_{35}\text{Rh}$ mit 42s angegeben [5]. Die Messung ergab einen Wert von $(43,4 \pm 1,4)\text{s}$. Damit lautet die Abweichung hier $(2,6 \pm 3,3)\%$. Somit wurde auch hier der Literaturwert im Rahmen der Messunsicherheit bestätigt.

Die Messung kann noch verbessert werden indem der Nulleffekt weiter reduziert wird (stärkere Abschirmung) und die Messung mehrfach durchgeführt wird um somit den statistischen Fehler zu minimieren.

Literatur

- [1] Versuch Nr. 702. Aktivierung durch Neutronen. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2022.
- [2] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: Computing in Science & Engineering 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [3] Eric O. Lebigot. Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [4] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: Computing in Science & Engineering 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [5] Rene Rausch. Das Periodensystem der Elemente online. URL: <https://www.periodensystem-online.de/index.php> (besucht am 16.05.2022).