VERSUCH NUMMER 48

Dipolrelaxation in Ionenkristallen

Irgendjemand irgend.jemand@tu-dortmund.de some.one@tu-dortmund.de

Durchführung: 12.04.2023 Abgabe: 18.04.2023

Someone

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Ziel	setzung	1			
2	The	oretische Grundlagen	1			
	2.1	Dotierung von Kristallen	1			
	2.2	Dipolrelaxation	1			
	2.3	Depolarisierungstrom	2			
		2.3.1 Stromdichte	2			
		2.3.2 Polarisationsansatz	2			
3	Vers	suchsaufbau und Durchführung	3			
	3.1	Versuchsaufbau	3			
	3.2	Messverfahren	4			
4	Auswertung					
	4.1	Heizraten	6			
	4.2	Erste Messreihe	7			
		4.2.1 Hintergrund Korrektur	7			
		4.2.2 Ansatz über die Stromdichte	9			
		4.2.3 Polarisationsansatz	10			
	4.3	Zweite Messreihe	11			
		4.3.1 Hintergrund Korrektur	11			
		4.3.2 Ansatz über die Stromdichte	13			
		4.3.3 Polarisationsansatz	14			
	4.4	Temperaturabhängigkeit der Relaxationszeit	14			
5	Disk	kussion	15			
Lit	teratı	ur	16			

1 Zielsetzung

In diesem Versuch sollen die charakteristischen Eigenschaften der Relaxation in Ionenkristallen bestimmt werden. Dazu wird der Strom durch einen Kondensator nach Abschalten eines elektrischen Feldes beobachtet. Durch diesen werden dann die Aktivierungsenergie und die Relaxationszeit bestimmt.

2 Theoretische Grundlagen

Um die Relaxation von Ionenkristallen zu verstehen, werden zunächst einige theoretische Grundlagen aufgeführt.

2.1 Dotierung von Kristallen

In diesem Versuch werden die Dipole in Ionenkristallen untersucht. Ein Ionenkristall besteht aus den Ionen eines Salzes. Dabei existieren immer ein positives und ein negatives Ion die sich in die Gitterstruktur eines idealen Kristalls anordnen. Im Makroskopischen herrscht dabei aber weiterhin Ladungsneutralität. Da mikroskopische Ladungen sich allerdings trennen, entstehen so kleine Dipole. Diese sind aber in dem Gitter fest eingebettet und können sich so nicht bewegen und löschen sich daher makroskopisch im idealen Gitter aus. Um Dipole in dem Kristall zu erzeugen muss er dotiert werden. Dabei werden Fremdionen in die Struktur eingeführt. Die können dabei auch eine andere Ladung als die ursprünglichen Ionen haben. Um dennoch Ladungsneutralität zu gewehrleisten müssen also Ionen des Gitters die Ladung kompensieren. So kommt es zu Leerstellen beziehungsweise zusätzlichen Ionen im Gitter. Die so entstanden Dipole sind beweglich und können sich in Feldern ausrichten. Diese Fehlstellen sind in Abbildung 1 zu sehen.

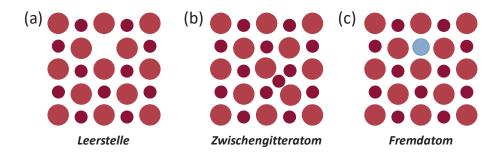


Abbildung 1: Darstellung von verschiedenen Fehlstellen im Ionenkristall. (a) Leerstelle ohne Ion, (b) ein extra Ion im Kristall, (c) getauschtes Ion.[1, S. 38]

2.2 Dipolrelaxation

Diese Dipole zeigen nun ein charakteristisches Verhalten in der Gegenwart eines elektrischen Feldes. Die potentielle Energie der Dipole ist mit ihrem Dipolmoment \vec{p} und dem elektrischen Feld \vec{E} gegeben durch

$$E_{\rm not} = -\vec{p}\vec{E}$$
.

Ohne elektrisches Feld richten sich die Dipole zufällig verteilt im Kristall aus. Die Dipole minimieren ihre potentielle Energie und richten sich somit entlang des elektrischen Feldes aus. Wenn diese allerdings nach dem Ausrichten mit einem elektrischen Feld wieder frei gelassen werden, drehen sich die Dipole, in einer bestimmten Relaxationszeit $\tau(T)$, wieder in eine zufällige Richtung. Diese Relaxationszeit ist stark von der Temperatur abhängig. Der Prozess wird dabei in der statischen Physik durch die Boltzmannverteilung

$$\tau(T) = \tau_0 e^{\frac{W}{R_B T}} \tag{1}$$

[2] beschrieben. Diese beinhaltet die Boltzmannkonstante $k_{\rm b}$ = 1,4·10⁻²³ J/K[3, S. 577], sowie die weitere charakteristische Größe W, die Aktivierungsenergie. $\tau_{\rm 0}$ beschreibt die Relaxationszeit für $T \to \infty$.

1 Zielsetzung Seite 1

2.3 Depolarisierungstrom

Wenn die Dipole sich wieder zufällig anordnen wird durch ihre elektrischen Felder ein Strom induziert der Rückschlüsse auf die oben erwähnten Eigenschaften liefern kann. Um Informationen aus dem Strom zu gewinnen wird die Annahme gemacht, dass die Probe mit einer konstanten Heizrate b = const geheizt wird. Der Strom hängt dabei von verschiedenen Faktoren ab. Dazu gehören die durchschnittliche Polarisation der Dipole, die Anzahl der Dipole und die Rate der Relaxation.[4, S. 3] Nach den klassischen Debye-Modell gilt für die Polarisation

$$P = \frac{p^2 E}{3k_B T}. (2)$$

Die Anzahl der DipoleN wird durch eine typische Relaxationsgleichung

$$\frac{dN}{dt} = \frac{-N}{\tau(T)} \tag{3}$$

beschrieben. Damit lässt sich N durch die ursprüngliche Anzahl von ausgerichteten Dipolen $N_{\rm p}$ durch

$$N = N_{p} e^{\left(-\int_{t_{0}}^{t} \frac{dt'}{\tau(T)}\right)} = N_{p} e^{\left(-\int_{T_{0}}^{T} \frac{e^{\frac{-W}{k_{B}T'}} dT'}{b\tau_{0}}\right)}$$
(4)

ausdrücken. Der Depolarisierungstrom kann somit durch

$$I(T) = \frac{p^2 E}{3k_B T_1} \frac{N_p}{\tau_0} e^{\frac{-W}{k_B T}} e^{\left(-\int_{\tau_0}^T \frac{e^{\frac{-W}{k_B T'}} dT'}{b\tau_0}\right)}$$
 (5)

bestimmt werden. Dabei beschreibt T_1 die Temperatur bei der die Ausrichtung der Dipole vorgenommen wurde. Um daraus die Größen W und τ_0 zu bestimmen werden zwei verschiedene Lösungsansätze verwendet.

2.3.1 Stromdichte

Die Fläche unter der Kurve I(T) kann als proportional zur Polarisierung P angenommen werden [4, S. 3]. Somit gilt

$$\int_{T_0}^{T_1} I(T)dT = P_0 A = \frac{p^2 E}{3k_B T}.$$

Wobei A die Fläche der Probe und P_0 die Polarisation bei T_0 beschreibt. Durch die Änderung der Polarisation $P^{(T)A}/T_{(T)} = J(T)A$ und den, die in der Probe zurückbleibende Polarisation bei einer Temperatur T beschreibenden, Strom

$$P(T)A = \int_{T}^{T_{i}} J(T')AdT' = \int_{t(T)}^{\infty} I(t')dt',$$
 (6)

kann so die Relation

$$\tau(T) = \tau_0 e^{\frac{W}{k_B T}} = \frac{\int_{t(T)}^{\infty} I(t') dt'}{I(T)}$$
 (7)

beziehungsweise

$$\ln \tau(T) = \ln \tau_0 + \frac{W}{k_{\rm B}T} = \ln \int_{t(T)}^{\infty} I(t')dt' - \ln I(T)$$
(8)

hergeleitet werden. Das Integral kann durch graphische Integration bestimmt werden. Somit können durch eine lineare Regression Werte für τ_0 und W bestimmt werden.

2.3.2 Polarisationsansatz

Für im Vergleich zur Aktivierungsenergie W kleine Temperaturen $T(W \gg k_{\rm B}T)$ kann angenommen werden, dass

$$\int_{T_0}^T e^{\frac{-W}{k_B T'}} dT' \approx 0.$$

Der Strom hat somit die Form

$$I(T) = \frac{p^2 E}{3k_{\rm B}T_1} \frac{N_{\rm p}}{\tau_0} e^{\frac{-W}{k_{\rm B}T}}.$$

Durch das bilden des Logarithmus ergibt sich so

$$\ln I(T) = const - \frac{W}{k_{\rm B}T}.$$
 (9)

Mit einer linearen Regression von ln I(T) kann so also W bestimmt werden. Zudem kann durch das Berechnen des Maximums $T_{\rm M}$ von Gleichung (5), $\tau_{\rm 0}$ zu

$$\tau_0 = \frac{k_{\rm B} T_{\rm M}^2}{bW} e^{\frac{-W}{k_{\rm B} T_{\rm M}}} \tag{10}$$

[4, S. 4] bestimmt werden.

3 Versuchsaufbau und Durchführung

In diesem Abschnitt wird der Versuchsaufbau beschrieben und das Messverfahren erläutert.

3.1 Versuchsaufbau

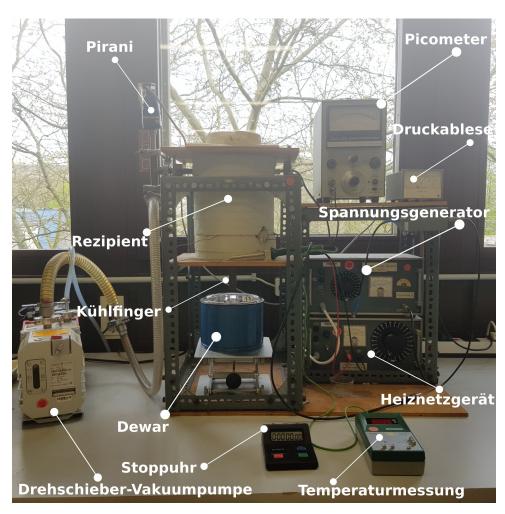


Abbildung 2: Foto des Versuchsaufbaus.[2]

In Abbildung 2 ist der Versuchsaufbau zu sehen. Das Vakuum wird durch das kontinuierliche betreiben einer Drehschieber-Vakuumpumpe aufrecht erhalten. Das Vakuum wird dauerhaft mit Hilfe eines Wärmeleitungs-Vakuummeter nach Marcello Pirani und eines Druckablesegerätes überwacht. Das elektrische Feld, welches zum Ausrichten der

Dipolrelaxation in Ionenkristallen

Dipole verwendet wird, wird durch einen Spannungsgenerator angelegt. Dieser lädt dabei nur die obere Kondensatorplatte auf. Die untere Kondensatorplatte ist, genau wie der Spannungsgenerator, mit der Masse verbunden. Das Kühlen der Ionenkristalle wird über einen Kühlfinger erreicht, welcher in ein mit flüssigem Stickstoff gefülltes Dewar-Gefäß eingehängt ist. Über eine Laborhebebühne kann dabei eingestellt werden, wie viel Stickstoff im Kontakt mit dem Kühlfinger ist. Um das Gefäß mit der Probe ist außerdem ein Heizdraht gewickelt, welcher über ein Heizgerät mit Strom versorgt wird und somit, in Kombination mit dem Kühlfinger, die Temperatur regelt. Die Temperatur wird dabei über einen Temperaturfühler gemessen. Um den Relaxationsstrom zu messen, wird der Aufbau leicht umgebaut. Hier wird zuerst der Kondensator kurzgeschlossen, damit keine Hochspannung mehr anliegt, welche das Messgerät beschädigen könnte und das Messen aufgrund der abfließenden Ladung unmöglich macht. Danach wird ein "Keithley 610C" an den Kondensator angeschlossen, welches als Picoamperemeter verwendet wird. Damit sind alle Strom-Messwerte aufgenommen worden. Die Zeit wird über eine einfache Stoppuhr gemessen. Als Probe wird mit 0.05% Strontiumionen (Sr²⁺) dotiertes Caesiumiodid (CsI) verwendet.

3.2 Messverfahren

Der in Unterabschnitt 3.1 beschriebene Aufbau wird nun verwendet um zwei Messreihen durchzuführen. Diese unterscheiden sich dabei nur in der Heizrate, daher wird das Verfahren nur einmal erläutert. Zuerst wird die Probe auf etwa 320 K aufgeheizt, damit die Relaxationszeit sich verringert und die Dipole sich so schneller ausrichten. Dann wird an die obere Kondensatorplatte eine Spannung von 950 V angelegt. Durch das dadurch entstehende elektrische Feld richten sich die Dipole im mit Strontiumiodid dotiertem Caesiumiodid aus. Nach etwa 5,0 min sollten die Dipole ausgerichtet sein, somit wird das Dewar-Gefäß mit flüssigem Stickstoff gefüllt, um die Probe auf etwa 220 K runterzukühlen. Auch wenn diese Temperatur erreicht wird, wird ein paar Minuten gewartet, dabei wird die Spannung, die am Kondensator anliegt, bereits abgeschaltet, damit dieser beim Kurzschließen nicht beschädigt wird. Nachdem dieser dann kurzgeschlossen wurde, wird das Picoamperemeter angeschlossen und die Messung kann beginnen. Bei der Messung wird die Probe mit einer konstanten Heizrate erhitzt. Dabei wird jede Minute die momentane Temperatur, sowie der fließende Relaxationsstrom gemessen und notiert. In dieser Messreihe werden die Heizraten 1,5 K/min und 2,0 K/min verwendet.

4 Auswertung

Die Daten der wie in Abschnitt 3 beschrieben Messreihen sind in Tabelle 1 und Tabelle 2 dargestellt. Diese werden im Weiteren verwendet, um die Auswertung durchzuführen.

Tabelle 1: Daten der ersten Messreihe

t / min T / °C I / pA 0 -50 0,20 35 0,0 1,2 1,0 -49 0,21 36 1,5 1,1 2,0 -47 0,22 37 3,1 1,1 3,0 -46 0,23 38 4,7 1,2 4,0 -44 0,25 39 6,3 1,2 5,0 -42 0,26 40 7,9 1,3 6,0 -42 0,27 41 9,3 1,4 7,0 -40 0,33 42 11 1,5 8,0 -39 0,36 43 12 1,5 9,0 -38 0,40 44 14 1,6 10 -36 0,45 45 15 1,7 11 -35 0,51 46 17 1,7 12 -34 0,57 47 18 1,8 13 -33 0,65							
1,0 -49 0,21 36 1,5 1,1 2,0 -47 0,22 37 3,1 1,1 3,0 -46 0,23 38 4,7 1,2 4,0 -44 0,25 39 6,3 1,2 5,0 -42 0,26 40 7,9 1,3 6,0 -42 0,27 41 9,3 1,4 7,0 -40 0,33 42 11 1,5 8,0 -39 0,36 43 12 1,5 9,0 -38 0,40 44 14 1,6 10 -36 0,45 45 15 1,7 11 -35 0,51 46 17 1,7 12 -34 0,57 47 18 1,8 13 -33 0,65 48 20 1,8 14 -31 0,76 49 21 1,9 15 -30 0,90 50 23 1,9 16 -28 <t< td=""><td>t / min</td><td>T/°C</td><td>I / pA</td><td></td><td>t / min</td><td>T/°C</td><td>/ / pA</td></t<>	t / min	T/°C	I / pA		t / min	T/°C	/ / pA
2,0 -47 0,22 37 3,1 1,1 3,0 -46 0,23 38 4,7 1,2 4,0 -44 0,25 39 6,3 1,2 5,0 -42 0,26 40 7,9 1,3 6,0 -42 0,27 41 9,3 1,4 7,0 -40 0,33 42 11 1,5 8,0 -39 0,36 43 12 1,5 9,0 -38 0,40 44 14 1,6 10 -36 0,45 45 15 1,7 11 -35 0,51 46 17 1,7 12 -34 0,57 47 18 1,8 13 -33 0,65 48 20 1,8 14 -31 0,76 49 21 1,9 15 -30 0,90 50 23 1,9 16 -28 1,2 51 24 1,9 17 -27 1	0	-50	0,20		35	0,0	1,2
3,0 -46 0,23 38 4,7 1,2 4,0 -44 0,25 39 6,3 1,2 5,0 -42 0,26 40 7,9 1,3 6,0 -42 0,27 41 9,3 1,4 7,0 -40 0,33 42 11 1,5 8,0 -39 0,36 43 12 1,5 9,0 -38 0,40 44 14 1,6 10 -36 0,45 45 15 1,7 11 -35 0,51 46 17 1,7 12 -34 0,57 47 18 1,8 13 -33 0,65 48 20 1,8 14 -31 0,76 49 21 1,9 15 -30 0,90 50 23 1,9 16 -28 1,2 51 24 1,9 17 -27 1,4 52 26 1,9 18 -25 1,7<	1,0	-49	0,21		36	1,5	1,1
4,0 -44 0,25 39 6,3 1,2 5,0 -42 0,26 40 7,9 1,3 6,0 -42 0,27 41 9,3 1,4 7,0 -40 0,33 42 11 1,5 8,0 -39 0,36 43 12 1,5 9,0 -38 0,40 44 14 1,6 10 -36 0,45 45 15 1,7 11 -35 0,51 46 17 1,7 12 -34 0,57 47 18 1,8 13 -33 0,65 48 20 1,8 14 -31 0,76 49 21 1,9 15 -30 0,90 50 23 1,9 16 -28 1,2 51 24 1,9 17 -27 1,4 52 26 1,9 18 -25 1,7 53 27 1,9 20 -23 2,3 <td>2,0</td> <td>-47</td> <td>0,22</td> <td></td> <td>37</td> <td>3,1</td> <td>1,1</td>	2,0	-47	0,22		37	3,1	1,1
5,0 -42 0,26 40 7,9 1,3 6,0 -42 0,27 41 9,3 1,4 7,0 -40 0,33 42 11 1,5 8,0 -39 0,36 43 12 1,5 9,0 -38 0,40 44 14 1,6 10 -36 0,45 45 15 1,7 11 -35 0,51 46 17 1,7 12 -34 0,57 47 18 1,8 13 -33 0,65 48 20 1,8 14 -31 0,76 49 21 1,9 15 -30 0,90 50 23 1,9 16 -28 1,2 51 24 1,9 17 -27 1,4 52 26 1,9 18 -25 1,7 53 27 1,9 19 -24 2,0 54 29 1,9 20 -23 2,3	3,0	-46	0,23		38	4,7	1,2
6,0 -42 0,27 41 9,3 1,4 7,0 -40 0,33 42 11 1,5 8,0 -39 0,36 43 12 1,5 9,0 -38 0,40 44 14 1,6 10 -36 0,45 45 15 1,7 11 -35 0,51 46 17 1,7 12 -34 0,57 47 18 1,8 13 -33 0,65 48 20 1,8 14 -31 0,76 49 21 1,9 15 -30 0,90 50 23 1,9 16 -28 1,2 51 24 1,9 17 -27 1,4 52 26 1,9 18 -25 1,7 53 27 1,9 19 -24 2,0 54 29 1,9 20 -23 2,3 55 30 1,8 21 -21 2,7	4,0	-44	0,25		39	6,3	1,2
7,0 -40 0,33 42 11 1,5 8,0 -39 0,36 43 12 1,5 9,0 -38 0,40 44 14 1,6 10 -36 0,45 45 15 1,7 11 -35 0,51 46 17 1,7 12 -34 0,57 47 18 1,8 13 -33 0,65 48 20 1,8 14 -31 0,76 49 21 1,9 15 -30 0,90 50 23 1,9 16 -28 1,2 51 24 1,9 17 -27 1,4 52 26 1,9 18 -25 1,7 53 27 1,9 19 -24 2,0 54 29 1,9 20 -23 2,3 55 30 1,8 21 -21 2,7 56 32 1,7 22 -20 3,1 <	5,0	-42	0,26		40	7,9	1,3
8,0 -39 0,36 43 12 1,5 9,0 -38 0,40 44 14 1,6 10 -36 0,45 45 15 1,7 11 -35 0,51 46 17 1,7 12 -34 0,57 47 18 1,8 13 -33 0,65 48 20 1,8 14 -31 0,76 49 21 1,9 15 -30 0,90 50 23 1,9 16 -28 1,2 51 24 1,9 17 -27 1,4 52 26 1,9 18 -25 1,7 53 27 1,9 19 -24 2,0 54 29 1,9 20 -23 2,3 55 30 1,8 21 -21 2,7 56 32 1,7 22 -20 3,1 57 33 1,6 23 -19 3,6 <td< td=""><td>6,0</td><td>-42</td><td>0,27</td><td></td><td>41</td><td>9,3</td><td>1,4</td></td<>	6,0	-42	0,27		41	9,3	1,4
9,0 -38 0,40 44 14 1,6 10 -36 0,45 45 15 1,7 11 -35 0,51 46 17 1,7 12 -34 0,57 47 18 1,8 13 -33 0,65 48 20 1,8 14 -31 0,76 49 21 1,9 15 -30 0,90 50 23 1,9 16 -28 1,2 51 24 1,9 17 -27 1,4 52 26 1,9 18 -25 1,7 53 27 1,9 19 -24 2,0 54 29 1,9 20 -23 2,3 55 30 1,8 21 -21 2,7 56 32 1,7 22 -20 3,1 57 33 1,6 23 -19 3,6 58 35 1,5 24 -17 4,1 5	7,0	-40	0,33		42	11	1,5
10 -36 0,45 45 15 1,7 11 -35 0,51 46 17 1,7 12 -34 0,57 47 18 1,8 13 -33 0,65 48 20 1,8 14 -31 0,76 49 21 1,9 15 -30 0,90 50 23 1,9 16 -28 1,2 51 24 1,9 17 -27 1,4 52 26 1,9 18 -25 1,7 53 27 1,9 19 -24 2,0 54 29 1,9 20 -23 2,3 55 30 1,8 21 -21 2,7 56 32 1,7 22 -20 3,1 57 33 1,6 23 -19 3,6 58 35 1,5 24 -17 4,1 59 36 1,4 25 -16 4,6 60<	8,0	-39	0,36		43	12	1,5
11 -35 0,51 46 17 1,7 12 -34 0,57 47 18 1,8 13 -33 0,65 48 20 1,8 14 -31 0,76 49 21 1,9 15 -30 0,90 50 23 1,9 16 -28 1,2 51 24 1,9 17 -27 1,4 52 26 1,9 18 -25 1,7 53 27 1,9 19 -24 2,0 54 29 1,9 20 -23 2,3 55 30 1,8 21 -21 2,7 56 32 1,7 22 -20 3,1 57 33 1,6 23 -19 3,6 58 35 1,5 24 -17 4,1 59 36 1,4 25 -16 4,6 60 37 1,2 26 -14 5,0 61 </td <td>9,0</td> <td>-38</td> <td>0,40</td> <td></td> <td>44</td> <td>14</td> <td>1,6</td>	9,0	-38	0,40		44	14	1,6
12 -34 0,57 47 18 1,8 13 -33 0,65 48 20 1,8 14 -31 0,76 49 21 1,9 15 -30 0,90 50 23 1,9 16 -28 1,2 51 24 1,9 17 -27 1,4 52 26 1,9 18 -25 1,7 53 27 1,9 19 -24 2,0 54 29 1,9 20 -23 2,3 55 30 1,8 21 -21 2,7 56 32 1,7 22 -20 3,1 57 33 1,6 23 -19 3,6 58 35 1,5 24 -17 4,1 59 36 1,4 25 -16 4,6 60 37 1,2 26 -14 5,0 61 38 1,1 27 -12 5,1 62 <td>10</td> <td>-36</td> <td>0,45</td> <td></td> <td>45</td> <td>15</td> <td>1,7</td>	10	-36	0,45		45	15	1,7
13 -33 0,65 48 20 1,8 14 -31 0,76 49 21 1,9 15 -30 0,90 50 23 1,9 16 -28 1,2 51 24 1,9 17 -27 1,4 52 26 1,9 18 -25 1,7 53 27 1,9 19 -24 2,0 54 29 1,9 20 -23 2,3 55 30 1,8 21 -21 2,7 56 32 1,7 22 -20 3,1 57 33 1,6 23 -19 3,6 58 35 1,5 24 -17 4,1 59 36 1,4 25 -16 4,6 60 37 1,2 26 -14 5,0 61 38 1,1 27 -12 5,1 62 39 1,0 28 -11 5,0 63 <td>11</td> <td>-35</td> <td>0,51</td> <td></td> <td>46</td> <td>17</td> <td>1,7</td>	11	-35	0,51		46	17	1,7
14 -31 0,76 49 21 1,9 15 -30 0,90 50 23 1,9 16 -28 1,2 51 24 1,9 17 -27 1,4 52 26 1,9 18 -25 1,7 53 27 1,9 19 -24 2,0 54 29 1,9 20 -23 2,3 55 30 1,8 21 -21 2,7 56 32 1,7 22 -20 3,1 57 33 1,6 23 -19 3,6 58 35 1,5 24 -17 4,1 59 36 1,4 25 -16 4,6 60 37 1,2 26 -14 5,0 61 38 1,1 27 -12 5,1 62 39 1,0 28 -11 5,0 63 41 0,85 29 -9,2 4,6 64 <td>12</td> <td>-34</td> <td>0,57</td> <td></td> <td>47</td> <td>18</td> <td>1,8</td>	12	-34	0,57		47	18	1,8
15 -30 0,90 50 23 1,9 16 -28 1,2 51 24 1,9 17 -27 1,4 52 26 1,9 18 -25 1,7 53 27 1,9 19 -24 2,0 54 29 1,9 20 -23 2,3 55 30 1,8 21 -21 2,7 56 32 1,7 22 -20 3,1 57 33 1,6 23 -19 3,6 58 35 1,5 24 -17 4,1 59 36 1,4 25 -16 4,6 60 37 1,2 26 -14 5,0 61 38 1,1 27 -12 5,1 62 39 1,0 28 -11 5,0 63 41 0,85 29 -9,2 4,6 64 43 0,75 30 -7,7 4,1 65 </td <td>13</td> <td>-33</td> <td>0,65</td> <td></td> <td>48</td> <td>20</td> <td>1,8</td>	13	-33	0,65		48	20	1,8
16 -28 1,2 51 24 1,9 17 -27 1,4 52 26 1,9 18 -25 1,7 53 27 1,9 19 -24 2,0 54 29 1,9 20 -23 2,3 55 30 1,8 21 -21 2,7 56 32 1,7 22 -20 3,1 57 33 1,6 23 -19 3,6 58 35 1,5 24 -17 4,1 59 36 1,4 25 -16 4,6 60 37 1,2 26 -14 5,0 61 38 1,1 27 -12 5,1 62 39 1,0 28 -11 5,0 63 41 0,85 29 -9,2 4,6 64 43 0,75 30 -7,7 4,1 65 44 0,67 31 -6,0 3,3 66<	14	-31	0,76		49	21	1,9
17 -27 1,4 52 26 1,9 18 -25 1,7 53 27 1,9 19 -24 2,0 54 29 1,9 20 -23 2,3 55 30 1,8 21 -21 2,7 56 32 1,7 22 -20 3,1 57 33 1,6 23 -19 3,6 58 35 1,5 24 -17 4,1 59 36 1,4 25 -16 4,6 60 37 1,2 26 -14 5,0 61 38 1,1 27 -12 5,1 62 39 1,0 28 -11 5,0 63 41 0,85 29 -9,2 4,6 64 43 0,75 30 -7,7 4,1 65 44 0,67 31 -6,0 3,3 66 45 0,60 32 -4,4 2,5 6	15	-30	0,90		50	23	1,9
18 -25 1,7 53 27 1,9 19 -24 2,0 54 29 1,9 20 -23 2,3 55 30 1,8 21 -21 2,7 56 32 1,7 22 -20 3,1 57 33 1,6 23 -19 3,6 58 35 1,5 24 -17 4,1 59 36 1,4 25 -16 4,6 60 37 1,2 26 -14 5,0 61 38 1,1 27 -12 5,1 62 39 1,0 28 -11 5,0 63 41 0,85 29 -9,2 4,6 64 43 0,75 30 -7,7 4,1 65 44 0,67 31 -6,0 3,3 66 45 0,60 32 -4,4 2,5 67 46 0,52 33 -2,8 1,8 <td< td=""><td>16</td><td>-28</td><td>1,2</td><td></td><td>51</td><td>24</td><td>1,9</td></td<>	16	-28	1,2		51	24	1,9
19 -24 2,0 54 29 1,9 20 -23 2,3 55 30 1,8 21 -21 2,7 56 32 1,7 22 -20 3,1 57 33 1,6 23 -19 3,6 58 35 1,5 24 -17 4,1 59 36 1,4 25 -16 4,6 60 37 1,2 26 -14 5,0 61 38 1,1 27 -12 5,1 62 39 1,0 28 -11 5,0 63 41 0,85 29 -9,2 4,6 64 43 0,75 30 -7,7 4,1 65 44 0,67 31 -6,0 3,3 66 45 0,60 32 -4,4 2,5 67 46 0,52 33 -2,8 1,8 68 48 0,45	17	-27	1,4		52	26	1,9
20 -23 2,3 55 30 1,8 21 -21 2,7 56 32 1,7 22 -20 3,1 57 33 1,6 23 -19 3,6 58 35 1,5 24 -17 4,1 59 36 1,4 25 -16 4,6 60 37 1,2 26 -14 5,0 61 38 1,1 27 -12 5,1 62 39 1,0 28 -11 5,0 63 41 0,85 29 -9,2 4,6 64 43 0,75 30 -7,7 4,1 65 44 0,67 31 -6,0 3,3 66 45 0,60 32 -4,4 2,5 67 46 0,52 33 -2,8 1,8 68 48 0,45	18	-25	1,7		53	27	1,9
21 -21 2,7 56 32 1,7 22 -20 3,1 57 33 1,6 23 -19 3,6 58 35 1,5 24 -17 4,1 59 36 1,4 25 -16 4,6 60 37 1,2 26 -14 5,0 61 38 1,1 27 -12 5,1 62 39 1,0 28 -11 5,0 63 41 0,85 29 -9,2 4,6 64 43 0,75 30 -7,7 4,1 65 44 0,67 31 -6,0 3,3 66 45 0,60 32 -4,4 2,5 67 46 0,52 33 -2,8 1,8 68 48 0,45	19	-24	2,0		54	29	1,9
22 -20 3,1 57 33 1,6 23 -19 3,6 58 35 1,5 24 -17 4,1 59 36 1,4 25 -16 4,6 60 37 1,2 26 -14 5,0 61 38 1,1 27 -12 5,1 62 39 1,0 28 -11 5,0 63 41 0,85 29 -9,2 4,6 64 43 0,75 30 -7,7 4,1 65 44 0,67 31 -6,0 3,3 66 45 0,60 32 -4,4 2,5 67 46 0,52 33 -2,8 1,8 68 48 0,45	20	-23	2,3		55	30	1,8
23 -19 3,6 58 35 1,5 24 -17 4,1 59 36 1,4 25 -16 4,6 60 37 1,2 26 -14 5,0 61 38 1,1 27 -12 5,1 62 39 1,0 28 -11 5,0 63 41 0,85 29 -9,2 4,6 64 43 0,75 30 -7,7 4,1 65 44 0,67 31 -6,0 3,3 66 45 0,60 32 -4,4 2,5 67 46 0,52 33 -2,8 1,8 68 48 0,45	21	-21	2,7		56	32	1,7
24 -17 4,1 59 36 1,4 25 -16 4,6 60 37 1,2 26 -14 5,0 61 38 1,1 27 -12 5,1 62 39 1,0 28 -11 5,0 63 41 0,85 29 -9,2 4,6 64 43 0,75 30 -7,7 4,1 65 44 0,67 31 -6,0 3,3 66 45 0,60 32 -4,4 2,5 67 46 0,52 33 -2,8 1,8 68 48 0,45	22	-20	3,1		57	33	1,6
25 -16 4,6 60 37 1,2 26 -14 5,0 61 38 1,1 27 -12 5,1 62 39 1,0 28 -11 5,0 63 41 0,85 29 -9,2 4,6 64 43 0,75 30 -7,7 4,1 65 44 0,67 31 -6,0 3,3 66 45 0,60 32 -4,4 2,5 67 46 0,52 33 -2,8 1,8 68 48 0,45	23	-19	3,6		58	35	1,5
26 -14 5,0 61 38 1,1 27 -12 5,1 62 39 1,0 28 -11 5,0 63 41 0,85 29 -9,2 4,6 64 43 0,75 30 -7,7 4,1 65 44 0,67 31 -6,0 3,3 66 45 0,60 32 -4,4 2,5 67 46 0,52 33 -2,8 1,8 68 48 0,45	24	-17	4,1		59	36	1,4
27 -12 5,1 62 39 1,0 28 -11 5,0 63 41 0,85 29 -9,2 4,6 64 43 0,75 30 -7,7 4,1 65 44 0,67 31 -6,0 3,3 66 45 0,60 32 -4,4 2,5 67 46 0,52 33 -2,8 1,8 68 48 0,45	25	-16	4,6		60	37	1,2
28 -11 5,0 63 41 0,85 29 -9,2 4,6 64 43 0,75 30 -7,7 4,1 65 44 0,67 31 -6,0 3,3 66 45 0,60 32 -4,4 2,5 67 46 0,52 33 -2,8 1,8 68 48 0,45	26	-14	5,0		61	38	1,1
29 -9,2 4,6 64 43 0,75 30 -7,7 4,1 65 44 0,67 31 -6,0 3,3 66 45 0,60 32 -4,4 2,5 67 46 0,52 33 -2,8 1,8 68 48 0,45	27	-12	5,1		62	39	1,0
30 -7,7 4,1 65 44 0,67 31 -6,0 3,3 66 45 0,60 32 -4,4 2,5 67 46 0,52 33 -2,8 1,8 68 48 0,45	28	-11	5,0		63	41	0,85
31 -6,0 3,3 66 45 0,60 32 -4,4 2,5 67 46 0,52 33 -2,8 1,8 68 48 0,45	29		4,6		64	43	0,75
32 -4,4 2,5 67 46 0,52 33 -2,8 1,8 68 48 0,45	30		4,1		65	44	0,67
33 -2,8 1,8 68 48 0,45	31	-6,0	3,3		66	45	0,60
	32		2,5		67	46	0,52
34 -1,4 1,4 69 49 0,40	33	-2,8	1,8		68	48	0,45
	34	-1,4	1,4	_	69	49	0,40

Tabelle 2: Daten der zweiten Messreihe

t / min	T / °C	/ / pA		t / min	T/°C	I / pA
0	-50	0,23		28	5,7	1,5
1,0	-48	0,25		29	7,8	1,6
2,0	-46	0,27		30	10	1,8
3,0	-45	0,29		31	12	1,9
4,0	-43	0,31		32	14	2,0
5,0	-41	0,37		33	16	2,2
6,0	-38	0,45		34	18	2,2
7,0	-36	0,54		35	20	2,4
8,0	-34	0,66		36	22	2,4
9,0	-32	0,84		37	24	2,5
10	-30	1,1		38	25	2,5
11	-28	1,3		39	27	2,4
12	-26	1,6		40	28	2,4
13	-24	2,0		41	31	2,2
14	-22	2,6		42	32	2,1
15	-21	3,3		43	34	2,0
16	-19	4,1		44	35	1,8
17	-17	5,0		45	37	1,9
18	-15	5,8		46	39	1,7
19	-13	6,6		47	40	1,5
20	-11	6,9		48	42	1,2
21	-8,4	6,6		49	43	1,0
22	-6,3	5,6		50	44	0,80
23	-4,3	4,3		51	46	0,67
24	-2,3	3,0		52	47	0,60
25	-0,50	2,0		53	49	0,52
26	1,5	1,6		54	50	0,45
27	3,6	1,4	_	55	51	0,38

4.1 Heizraten

Zur Bestimmung der Heizraten werden die Temperaturen gegen die Zeit aufgetragen. Für die Einheiten wurde °C in K umgerechnet. Dazu wird der Umrechnungsfaktor 0 °C = 270 K verwendet. Dies ist in Abbildung 3 zu erkennen.

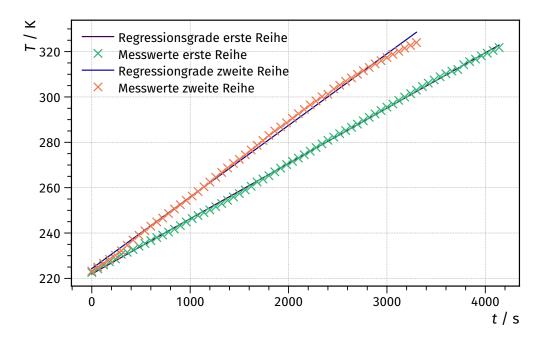


Abbildung 3: Plot der gemessenen Temperatur gegen die Zeit mit Regression für die Heizraten.

Durch die Daten wird eine lineare Funktion der Form $I(t) = a_i t + b_i$ verwendet. Die Zeit t wurde in Sekunden umgerechnet. Durch die Regression mit [5] wurden die folgenden Werte bestimmt.

$$a_1 = (0,02438\pm0,00006) \frac{K}{s} = (1,463\pm0,004) \frac{K}{min}$$
 $b_2 = (221,9\pm0,2) K$
 $a_1 = (0,0316\pm0,0002) \frac{K}{s} = (1,89\pm0,01) \frac{K}{min}$
 $b_2 = (224,3\pm0,4) K$

Berechnungen und Fehlerbestimmung wurde mit Hilfe von [6] und [7] gemacht. Die Plots wurden mit [8] erstellt.

4.2 Erste Messreihe

4.2.1 Hintergrund Korrektur

Die Messdaten sind in Abbildung 4 graphisch dargestellt. Dort ist zu beobachten, dass es zu einem exponentiellen Hintergrundstrom kommt. Da dieser nicht in dem hier untersuchten Effekt auftritt, wird dieser aus den Daten entfernt.

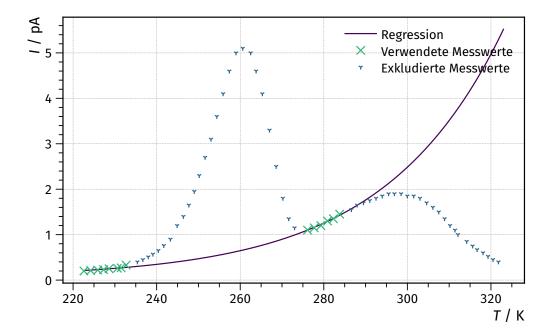


Abbildung 4: Plot der gemessenen Daten der ersten Messreihe mit exponentieller Regression zur Bereinigung des Untergrunds.

Dazu wird eine Regressions Funktion der Form $I(T) = a_i e^{b_i T} + c_i$ verwendet. Wie im Plot dargestellt werden, nur Werte ausserhalb des Peaks verwendet. Zudem werden die Werte nach Rechts ausgeschlossen, da diese nicht zu dem zu untersuchenden Effekt beitragen. Die Werte wurden dann wieder mit [5] zu

$$a_1 = (6\pm 5)\cdot 10^{-17} \text{ A}$$

 $b_1 = (0,035\pm 0,003) \frac{1}{\text{K}}$
 $c_1 = (5\pm 4)\cdot 10^{-14} \text{ A}$

bestimmt. Diese Funktion wird an jeder Stelle der Rohdaten subtrahiert. Die korrigierten Daten sind in Tabelle 3 aufgeführt. Dazu wurden die Daten auch graphisch in Abbildung 5 dargestellt.

Tabelle 3: Korrigierte Daten der ersten Messreihe

T / K	/ / pA		T / K	I / pA
220	-0,011		250	2,6
220	-0,010		250	3,1
230	-0,011		260	3,5
230	-0,0010		260	4,0
230	0,0010		260	4,4
230	-0,0030		260	4,4
230	0,010		260	4,3
230	0,051		260	3,9
230	0,068		270	3,3
240	0,098		270	2,5
240	0,14		270	1,6
240	0,18		270	0,090
240	0,23		270	0,040
240	0,30		270	0,016
240	0,40		270	0,0010
240	0,52		280	0,000
240	0,80		280	-0,0010
250	0,98		280	-0,0030
250	1,2		280	0,0010
250	1,5		280	-0,0010
250	1,8		280	0,0020
250	2,2	•		

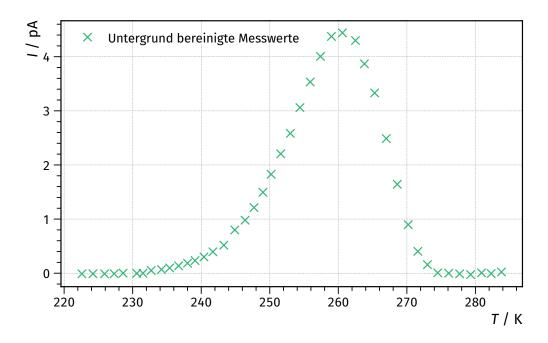


Abbildung 5: Plot der Hintergrund bereinigten Daten der ersten Messreihe.

4.2.2 Ansatz über die Stromdichte

Wie in Unterunterabschnitt 2.3.1 beschrieben, wird das Integral der I(T) benötigt. Dazu wird die Funktion simps von scipy verwendet. Dann wird damit die Funktion $f(T) = \ln \int_{t(T)}^{\infty} I(t')dt' - \ln I(T)$ berechnet. Diese liefert den in Abbildung 6 dargestellten Plot. Einige der korrigierten Daten lieferten einen negativen Strom. Diese werden aus der Messung ausgeschlossen, da sie keine Bedeutung für den untersuchten Effekt haben. Zudem kann die Funktion

f(T) nicht für negative Ströme bestimmt werden. Durch die Daten wird eine Grade der Form $f(T) = \frac{a_i}{k_B T} + b_i$ gelegt.

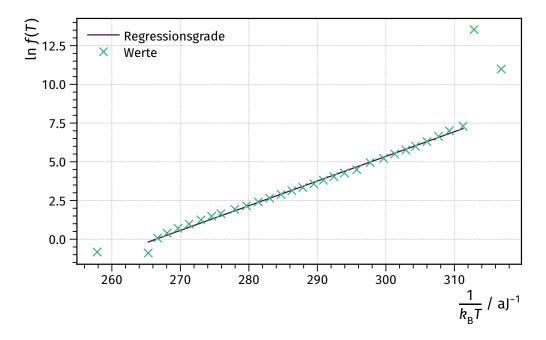


Abbildung 6: Plot der Funktion f(T) mit den Daten der erste Messreihe.

In der Regression werden dabei nur Daten Punkte beachtet, durch die die Grade durch geht. Die anderen werden ausgeschlossen, da es sich um fehlerhafte Messwerte handelt, die nicht in die theoretische Erwartung passen. Für die Grade ergeben sich so die Werte

$$a_1 = (1,59\pm0,02)\cdot10^{-19} \text{ J}$$

 $b_1 = -42,5\pm0,7.$

Mit Hilfe von Gleichung 8 ergeben sich die Werte

$$W = a_1 = (0.995 \pm 0.015) \text{ eV}$$

 $\tau_0 = e^{b_1} = (3.7 \pm 2.5) \cdot 10^{-19} \text{ s.}$

4.2.3 Polarisationsansatz

Wie in Unterunterabschnitt 2.3.2 beschrieben wird in Abbildung 7 ln I gegen $\frac{1}{k_BT}$ aufgetragen. Dabei ist ln I dimensionslos angegeben. Es wurde also $\ln \frac{I}{1.0 \, \text{A}}$ aufgetragen.

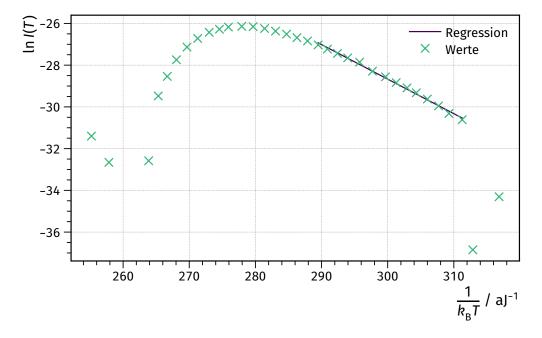


Abbildung 7: Plot von $\ln I$ gegen $\frac{1}{k_pT}$ basierend auf den Daten der ersten Messreihe.

Im kleinen Temperaturbereich wird eine Grade erwartet. Durch die Punkte, durch die Grade geht, wird ein Fit gemacht. Dieser liefert die Werte

$$a_1 = (-1,66\pm0,03)\cdot10^{-19} \text{ J}$$

 $b_1 = 21,0\pm0,8.$

Somit gilt für die Aktivierungsenergie

$$W = (1,033\pm0,018) \text{ eV}.$$

Dabei wird die Elementarladung e = 1,6·10⁻¹⁹ C[3, S. 575] zur Umrechnung verwendet. Für die Berechnung von τ_0 wird der Hochpunkt der Daten bei der Temperatur $T_{\rm max}$ = (260,6±0,1) K abgelesen. Mit Hilfe von Gleichung 10 wird τ_0 so zu

$$\tau_0 = (3,7\pm2,5)\cdot10^{-19} \text{ s}$$

berechnet.

4.3 Zweite Messreihe

4.3.1 Hintergrund Korrektur

Wie bei der ersten Messreihe wird auch in der zweiten Messreihe ein exponentieller Hintergrund beobachtet. Dieser wird mit dem gleichen Verfahren wie in Unterunterabschnitt 4.2.1 entfernt. Dazu ist der Plot der Rohdaten in Abbildung 8 dargestellt.

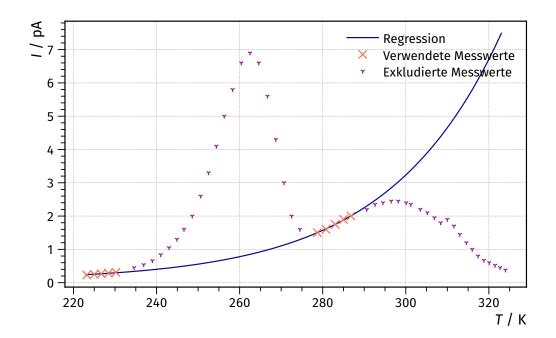


Abbildung 8: Plot der gemessenen Daten der zweiten Messreihe mit exponentieller Regression zur Bereinigung des Untergrunds.

Die Regression gibt die Werte

$$a_2 = (4,9\pm1,8)\cdot10^{-17} \text{ A}$$

$$b_2 = (0,037\pm0,001) \frac{1}{\text{K}}$$

$$c_2 = (5,5\pm1,9)\cdot10^{-14} \text{ A}$$

Die Daten ohne Hintergrund sind in Tabelle 4 aufgeführt und in Abbildung 9 dargestellt.

Tabelle 4: Korrigierte Daten der ersten Messreihe

I / pA	-	т/к	I / pA
-0,011		250	3,5
-0,0040		260	4,3
-0,0020		260	5,1
0,0040		260	5,8
0,014		260	6,1
0,055		260	5,7
0,11		270	4,6
0,18		270	3,2
0,27		270	1,9
0,43		270	0,80
0,61		270	0,31
0,83		280	0,0060
1,1		280	-0,0020
1,5		280	-0,018
2,0		280	-0,0010
2,7		290	0,019
		290	-0,0060
	-0,011 -0,0040 -0,0020 0,0040 0,014 0,055 0,11 0,18 0,27 0,43 0,61 0,83 1,1 1,5 2,0	-0,011 -0,0040 -0,0020 0,0040 0,014 0,055 0,11 0,18 0,27 0,43 0,61 0,83 1,1 1,5 2,0	-0,011 250 -0,0040 260 -0,0020 260 0,0040 260 0,014 260 0,055 260 0,11 270 0,18 270 0,27 270 0,43 270 0,61 270 0,83 280 1,1 280 1,5 280 2,0 280 2,7 290

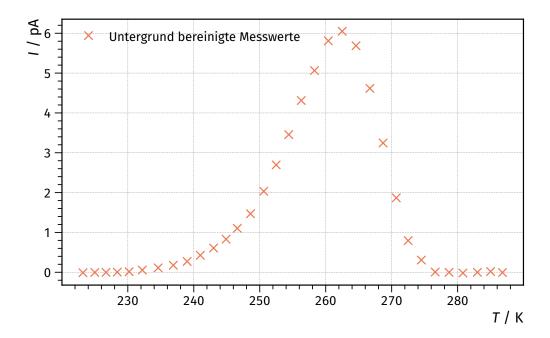


Abbildung 9: Plot der Hintergrund bereinigten Daten der zweiten Messreihe.

4.3.2 Ansatz über die Stromdichte

Der Ansatz über die Stromdichte wird genauso wie in Unterunterabschnitt 4.2.2 beschrieben durchgeführt. Auch die Funktion wird wie dort beschrieben bestimmt. Auch bei den in Abbildung 10 dargestellten Daten wurde die Punkte mit negativem *I* ausgelassen.

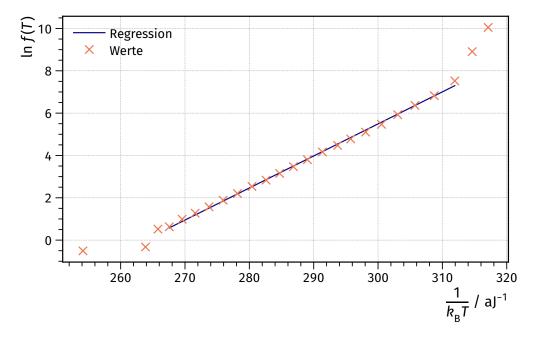


Abbildung 10: Plot der Funktion f(T) mit den Daten der zweiten Messreihe.

Der Fit wird mit den Daten die durch die Grade gehen durchgeführt. Scipy liefert die Werte

$$a_1 = (1,514\pm0,017)\cdot10^{-19} \text{ J}$$

 $b_1 = -39,9\pm0,5$

Somit ergeben sich die Werte

$$W = a_1 = (0.95 \pm 0.01) \text{ eV}$$

 $\tau_0 = e^{b_1} = (4.5 \pm 2.3) \cdot 10^{-18} \text{ s.}$

4.3.3 Polarisationsansatz

Auch diese Auswertung ist genauso durchzuführen wie in Unterunterabschnitt 4.2.3 beschrieben. In Abbildung 11 ist $\ln I$ gegen $\frac{1}{k_BT}$ aufgetragen.

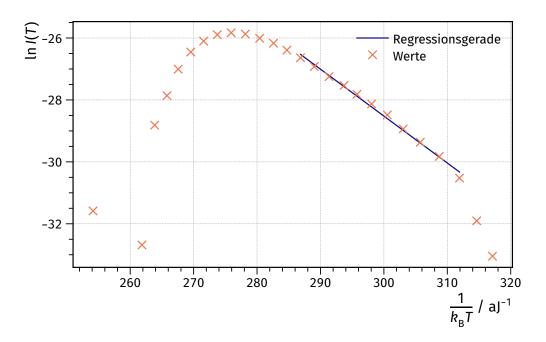


Abbildung 11: Plot von $\ln I$ gegen $\frac{1}{k_0 T}$ basierend auf den Daten der zweiten Messreihe.

Aus der Ausgleichsrechnung ergeben sich die Werte

$$a_2 = (-1,52\pm0,04)\cdot10^{-19} \text{ J}$$

 $b_2 = 16,9\pm1,1.$

Für die Aktivierungsenergie ergibt sich

$$W = (0.946 \pm 0.024) \text{ eV}.$$

Es wird für die zweite Messreihe T_{max} = (262,50±0,01) K abgelesen. Mit Gleichung 10 wird τ_0 so zu

$$\tau_0 = (1,4\pm1,5)\cdot10^{-16} \text{ s}$$

berechnet.

4.4 Temperaturabhängigkeit der Relaxationszeit

Mit den bestimmten Werten werden die Temperaturabhängigkeit der Relaxationszeit für die beiden Messreihen und Auswertungsmethoden dargestellt. Für die erste Messreihe ergibt sich so der Plot in Abbildung 12 und für die zweite der Plot in Abbildung 13 zu erkennen.

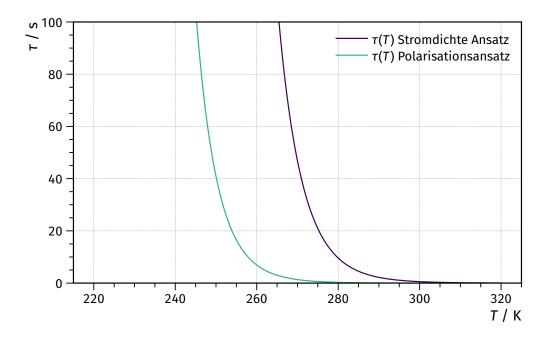


Abbildung 12: Plot von $\tau(T)$ der ersten Messreihe.

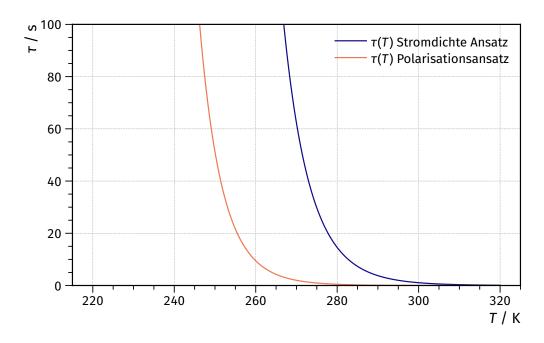


Abbildung 13: Plot von $\tau(T)$ der zweiten Messreihe.

5 Diskussion

Für die beiden Messreihen wurden Heizraten von

$$b_1 = (1,463\pm0,004) \frac{K}{min}$$

 $b_2 = (1,89\pm0,01) \frac{K}{min}$

bestimmt. Diese entsprechen etwa den anvisierten Heizraten von 1,5 K/min und 2,0 K/min und sollten somit gut für die Auswertung geeignet sein.

5 Diskussion Seite 15

Heizrate	W _{Polarisation}	$W_{Stromdichte}$	τ _{0,Polarisation}	$ au_{0, Stromdichte}$
(1,463±0,004) K/min	(1,033±0,018) eV	(0,995±0,015) eV	(3,7±2,5)·10 ⁻¹⁹ s	(3,7±2,5)·10 ⁻¹⁹ s
(1,89±0,01) K/min	(0,946±0,024) eV	(0,95±0,01) eV	(1,4±1,5)·10 ⁻¹⁶ s	(4,5±2,3)·10 ⁻¹⁸ s

In Tabelle 5 sind die berechneten Daten noch einmal aufgetragen. Die Aktivierungsenergien sind für beide Messreihen sehr ähnlich und bestätigen so ihre Relevanz. Auch die in Abbildung 12 und Abbildung 13 dargestellten Relaxationszeiten entsprechen den theoretischen Erwartungen. Diese behaupten, dass die Relaxationszeit für kleine Temperaturen immer größer wird. Für große Temperaturen strebt die Relaxationszeiten gegen τ_0 . Diese weisen hingegen starke Abweichungen auf, welche unter anderem auf die Empfindlichkeit der Messinstrumente zurückzuführen ist. Da die Relaxationszeit über das Integral des Stroms bestimmt wurde, werden kleine Schwankungen in den Daten stärker hervorgehoben. Dazu kommt, dass Abweichungen in der Aktivierungsenergie zu deutlich grösseren Abweichungen der Relaxationszeiten führen. Dies bedeutet das trotz der guten Messgenauigkeit für die Aktivierungsenergie die charakteristischen Relaxationszeiten Fehler in der Größenordnung ihrer Werte besitzen. So lässt sich auch der Unterschied von 3 Größenordnungen in den Ergebnissen erklären. Erschwerend kommen die Einflüsse von anderen Effekten hinzu. Dazu gehören zum Beispiel der Dipol Strom von Wasser Verunreinigungen sowie Quadropoleffekte die die Messung verschlechtern. Zudem wurden die Integrale mit Hilfe von diskreten numerischen Methoden berechnet. Diese haben relativ große Unsicherheiten. Des weiteren sind die Daten anfällig für Fehler, da sie im Picoampere-Bereich liegen. Bewegungen im Raum so wie elektromagnetische Interferenz von elektronischen Geräte im Raum beeinflussen die Messwerte. Für bessere Ergebnisse sollten kleine Heizraten und mehr Messpunkte, sowie eine geregelte Experimentierumgebung, verwendet werden. Insgesamt ist der Versuchsaufbau gut geeignet die Aktivierungsenergie von Kristallen zu bestimmen. Für die charakteristische Relaxationszeit ist dieser Versuchsaufbau nicht gut geeignet, da es zu grossen Abweichungen kommt und sollte somit angepasst werden.

Literatur

- [1] Rudolf Gross und Achim Marx. Festkörperphysik. München: De Gruyter Oldenbourg, 2014. ISBN: 9783110358704. DOI: doi:10.1524/9783110358704. URL: https://doi.org/10.1524/9783110358704.
- [2] Versuch Nr. 48. Dipolrelaxation in Ionenkristallen. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2023.
- [3] J. Krause J. Grehn. Metzler Physik. 4. Aufl. Braunschweig: Bildunghaus Schulbuchverlage, 2007. ISBN: 978-3-507-10710-6.
- [4] Richard M. Fuller und Robert G. Fuller. "Research Project for Undergraduates: Ionic Thermoconductivity in Dielectrics". In: American Journal of Physics 40.6 (1972), S. 883–887. DOI: 10.1119/1.1986687. eprint: https://doi.org/10.1119/1.1986687. URL: https://doi.org/10.1119/1.1986687.
- [5] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. SciPy: Open source scientific tools for Python. Version 0.16.0. URL: http://www.scipy.org/.
- [6] Travis E. Oliphant. "NumPy: Python for Scientific Computing". Version 1.9.2. In: Computing in Science & Engineering 9.3 (2007), S. 10–20. URL: http://www.numpy.org/.
- [7] Eric O. Lebigot. Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties. Version 2.4.6.1. URL: http://pythonhosted.org/uncertainties/.
- [8] John D. Hunter. "Matplotlib: A 2D Graphics Environment". Version 1.4.3. In: Computing in Science & Engineering 9.3 (2007), S. 90–95. URL: http://matplotlib.org/.

Literatur Seite 16