

VERSUCH NUMMER 353

Das Relaxationsverhalten eines RC-Kreises

Irgendjemand

irgend.jemand@tu-dortmund.de

Someone

some.one@tu-dortmund.de

Durchführung: 30.11.2021

Abgabe: 07.12.2021

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	1
2 Theorie	1
2.1 Ableitung einer allgemeinen Relaxationsgleichung und ihre Anwendung auf den RC-Kreis	1
2.2 Relaxationsphänomene, die unter dem Einfluss einer periodischen Auslenkung aus der Gleichgewichtslage auftreten	2
2.3 Berechnung der Messunsicherheiten	4
3 Versuchsaufbau und Durchführung	6
3.1 Bestimmung des Zeitkonstante durch Beobachtung der Entladung oder Aufladung	6
3.2 Frequenzabhängigkeit der Amplitude und der Phase	6
3.3 RC-Kreis als Integrator	7
4 Auswertung	7
4.1 Bestimmung des Zeitkonstante durch Beobachtung der Entladung oder Aufladung	7
4.2 Frequenzabhängigkeit der Amplitude und der Phase	9
4.3 RC-Kreis als Integrator	12
5 Diskussion	14
Literatur	14

1 Zielsetzung

In diesem Versuch wird das Relaxationsverhalten eines RC-Kreises untersucht. Dazu werden die Zeitkonstante und die Frequenzabhängigkeit von Amplitude und Phasenverschiebung bestimmt, sowie die Eignung der Schaltung als Integrator diskutiert.

2 Theorie

2.1 Ableitung einer allgemeinen Relaxationsgleichung und ihre Anwendung auf den RC-Kreis

Kehrt ein System, welches aus seinem Ausgangszustand entfernt wurde, nicht-oszillierend in den selben zurück, so nennt man dies eine Relaxationserscheinung. Am Zeitpunkt t ist die Änderungsgeschwindigkeit der betrachteten physikalischen Größe A in solchen Systemen meist proportional zur Abweichung von A gegenüber dem (nur asymptotisch zu erreichenden) Endzustand $A(\infty)$. Daraus folgt, dass

$$\frac{dA}{dt} = c \cdot [A(t) - A(\infty)]. \quad (1)$$

Wir diese Gleichung von $t' = 0$ nach $t' = t$ integriert, ergibt sich

$$\begin{aligned} \int_{A(0)}^{A(t)} \frac{dA'}{A' - A(\infty)} &= \int_0^t c dt' \\ \Leftrightarrow \ln \left(\frac{A(t) - A(\infty)}{A(0) - A(\infty)} \right) &= ct. \end{aligned}$$

Somit liefert die Integration

$$A(t) = A(\infty) + [A(0) - A(\infty)] \cdot \exp(ct). \quad (2)$$

Da A beschränkt sein muss, gilt $c < 0$

Die Auf- und Entladevorgänge eines Kondensators über einen Widerstand stellen ein gutes Beispiel für Relaxationsvorgänge dar.

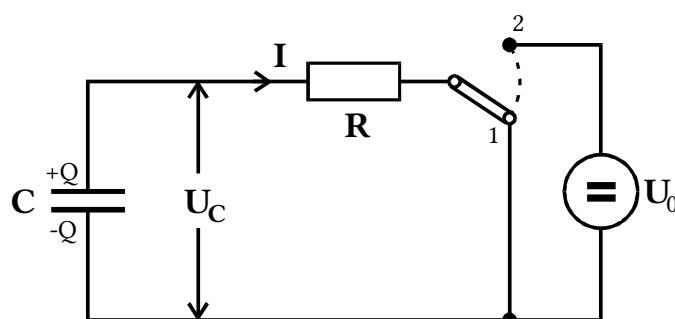


Abbildung 1: Entladung (Stellung 1) und Aufladung (Stellung 2) eines Kondensators über einen Widerstand [1, S. 1]

Entladevorgang: Angenommen die Ladung Q befindet sich auf dem Kondensator C aus Abbildung 1. Dann ergibt sich zwischen den Kondensatorplatten eine Spannung

$$U_C = \frac{Q}{C}. \quad (3)$$

Nach dem ohmschen Gesetz muss dann entsprechend ein Strom

$$I = \frac{U_C}{R} \quad (4)$$

durch den Widerstand R fließen. Dieser sorgt für einen Ausgleich der Ladung auf den Kondensatorplatten. Je Zeitintervall dt fließt die Ladung Idt zur anderen Platte über. Die Ladung ändert sich entsprechend um

$$dQ = -Idt. \quad (5)$$

Durch die Gleichungen (3), (4) und (5) lassen sich U_C und I eliminieren. So erhält man eine Differentialgleichung für den zeitlichen Verlauf der Ladung des Kondensators. Sie hat die gleiche Form wie (1):

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{1}{RC} Q(t).$$

Die Integration nach (2) liefert mit der Randbedingung, dass ein Kondensator nach unbegrenzter Zeit entladen ist ($Q(\infty) = 0$):

$$Q(t) = Q(0) \cdot \exp\left(-\frac{t}{RC}\right). \quad (6)$$

Aufladevorgang: Analog zum Abschnitt „Entladenvorgang“ lässt sich die Gleichung für das Aufladen eines Kondensators, welcher über einen Widerstand an eine Spannungsquelle U_0 angeschlossen ist, bestimmen. Es gelten beim Aufladen die Randbedingungen

$$Q(0) = 0$$

und

$$Q(\infty) = C \cdot U_0,$$

da am Anfang noch keine Ladung auf den Platten ist und nach dem Aufladevorgang zur Spannung und Kapazität proportionale Ladung auf den Kondensatorplatten liegt. Durch diese Parameter löst sich die Differentialgleichung zu

$$Q(t) = C \cdot U_0 \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)\right). \quad (7)$$

Dabei wird der Ausdruck $\tau = RC$ als **Zeitkonstante** des Relaxationsvorganges bezeichnet. Sie wird als Maß für die Geschwindigkeit verwendet, mit der das System seinem Endzustand $Q(\infty)$ zustrebt, denn während des Zeitraumes $\Delta T = \tau$ ändert sich die Ladung auf dem Kondensator um den Faktor

$$\frac{Q(t = \tau)}{Q(0)} = \frac{1}{e} \approx 0,37.$$

Nach $\Delta T = 2.3 \cdot \tau$ sind beispielsweise nur noch etwa 10% des Anfangswertes vorhanden, nach $\Delta T = 4.6 \cdot \tau$ nur noch ungefähr 1%. Da R und C eben immer an die vorliegende Schaltung gekoppelt sind, eignet sich $\tau = RC$ gut als Konstante, um die Zeit als Größe in Plots darzustellen.

2.2 Relaxationsphänomene, die unter dem Einfluss einer periodischen Auslenkung aus der Gleichgewichtslage auftreten

Auch hier lassen sich die mechanischen Systeme, die unter dem Einfluss einer sinusförmigen und zeitabhängigen Kraft stehen, gut durch einen RC-Kreis bestimmen, an welchem eine Sinusspannung anliegt (Abbildung 2), darstellen. Ist die Kreisfrequenz ω der äußeren Wechselspannung

$$U(t) = U_0 \cos(\omega t)$$

in der Schaltung (Abbildung 2) hinreichend gering, also $\omega \ll 1/R$, wird für jeden Zeitpunkt gelten, dass die Spannung U_C am Kondensator gleich der Quellspannung $U(t)$ sein. Je größer jedoch die Frequenz ω gewählt wird, desto mehr bleibt das Auf- und Entladen des Kondensators über den Widerstand R hinter dem zeitlichen Verlauf der Generatorenspannung zurück. Somit bildet sich eine Phasenverschiebung um φ zwischen den beiden Spannungen. Dabei wird auch die Amplitude A von U_C abnehmen. Im Folgenden werden diese Frequenzabhängigkeiten näher betrachtet.

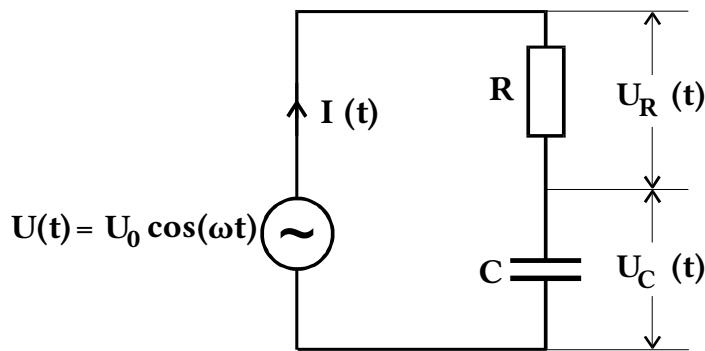


Abbildung 2: Schaltungsbeispiel zur Diskussion von Relaxationsphänomenen, die unter Einfluss einer periodischen Auslenkung auftreten [1, S. 3]

Frequenzabhängigkeit der Phase und Amplitude Um eine Lösung für die Frequenzabhängigkeit von Phase und Amplitude zu finden, wird der Ansatz

$$U_C(t) = A(\omega) \cos(\omega t + \varphi(\omega)) \quad (8)$$

verwendet. Nach dem zweiten Kirchhoffschen Gesetz (siehe V302 [2], Kap. 2), gilt für den Stromkreis in Abbildung 2

$$U(t) = U_R(t) + U_C(t), \quad (9a)$$

beziehungsweise mit (8) ergibt sich

$$U_0 \cos(\omega t) = I(t)R + A(\omega) \cos(\omega t + \varphi(\omega)).^1 \quad (9b)$$

Mit Hilfe von den Gleichungen (3) und (5) lässt sich $I(t)$ durch U_C ausdrücken:

$$I(t) = \frac{dQ}{dt} = C \frac{dU_C}{dt}. \quad (10)$$

Zusammen folgt dann aus (8), (9b) und (10)

$$U_0 \cos(\omega t) = -\omega RC \cdot A(\omega) \sin(\omega t + \varphi(\omega)) + A(\omega) \cos(\omega t + \varphi(\omega)). \quad (11)$$

Da Gleichung (11) für alle t gültig sein muss, kann über die Auswertung für einzelne Werte ωt die Gleichung vereinfacht werden. So folgt für $\omega t = \pi/2$ aus (11) beispielsweise

$$\frac{\sin(\varphi(\omega))}{\cos(\varphi(\omega))} = \tan(\varphi(\omega)) = -\omega RC$$

beziehungsweise, mit $RC = \tau$,

$$\varphi(\omega) = \arctan(-\omega\tau). \quad (12)$$

Somit wurde eine Beziehung für die Frequenzabhängigkeit der Phase φ hergeleitet. Wie zu erwarten, geht φ für niedrige Frequenzen gegen Null und für hohe Frequenzen asymptotisch gegen den Wert $\pi/2$. Für

$$\omega = \frac{1}{\tau} \text{ ist } \varphi = \frac{\pi}{4}.$$

Aus (11) lässt sich weiter folgern, dass

$$\begin{aligned} \omega t + \varphi &= \frac{\pi}{2} \\ U_0 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) &= -\omega RC \cdot A(\omega) \end{aligned}$$

¹Der Innenwiderstand R_i der Spannungsquelle soll hier null sein; sonst wäre $U_R = (R + R_i) \cdot I(t)$.

oder

$$A(\omega) = -\frac{\sin(\varphi)}{\omega RC} U_0. \quad (13)$$

Durch

$$\sin^2(\varphi) + \cos^2(\varphi) = 1$$

folgt der Zusammenhang

$$\sin(\varphi) = \frac{\omega \tau}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}}.$$

In Kombination mit (13) ergibt sich dann für die Amplitude

$$A(\omega) = \frac{U_0}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}}. \quad (14)$$

Anhand des Ausdrucks für die Amplitude lässt sich nun erkennen, dass für $\omega \rightarrow 0$ die Amplitude $A(\omega)$ gegen U_0 geht und für $\omega \rightarrow \infty A(\omega) \rightarrow 0$ gilt. Außerdem ist $A(\tau) = A(1/\tau) = U_0/\sqrt{2}$. Aufgrund dieser Eigenschaften werden RC-Glieder häufig als Tiefpässe eingesetzt, da sie kleine Frequenzen, im Vergleich zu τ ungehindert durch lassen, während die Frequenzen für die $\omega \gg \tau$ gilt, mit steigender Frequenz immer weiter heruntergeregt werden. Nachteilig ist allerdings die nur schwache Konvergenz von $A(\omega)$ gegen 0 mit $1/\omega$.

Der RC-Kreis als Integrator Wird eine sich zeitlich ändernde Spannung $U(t)$ an eine Schaltung wie Abbildung 2 angeschlossen, so ist dieser RC-Kreis unter bestimmten Voraussetzungen in der Lage, diese zu integrieren. Es lässt sich zeigen, dass die am Kondensator messbare Spannung U_C für eine Frequenz $\omega \gg 1/\tau$ proportional ist zu

$$\int U(t) dx$$

ist. Um dies zu zeigen wird (9a) verwendet:

$$U(t) = U_R(t) + U_C(t) = I(t) \cdot R + U_C(t).$$

$I(t)$ lässt sich durch (10) ausdrücken:

$$U(t) = RC \frac{dU_C}{dt} + U_C(t) = \tau \frac{dU_C}{dt} + U_C(t).$$

$U(t)$ lässt sich unter der Voraussetzung $\omega \gg 1/\tau$, wodurch $|U_C| \ll |U_R|$ und $|U_C| \ll |U|$ folgt, nähern als

$$U(t) = \tau \frac{dU_C}{dt}$$

beziehungsweise

$$U_C(t) = \frac{1}{\tau} \cdot \int_0^t U(t') dt'. \quad (15)$$

2.3 Berechnung der Messunsicherheiten

Alle Mittelwerte einer N -fach gemessenen Größe x werden über die Formel

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i. \quad (16)$$

berechnet. Der zugehörige Fehler des Messwertes berechnet sich dann über

$$\Delta \bar{x} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}. \quad (17)$$

Setzt sich eine zu berechnende Größe aus mehreren mit Unsicherheit behafteten Messwerten zusammen, so ist die Unsicherheit dieser Größe über die Gaußsche Fehlerfortpflanzung gegeben

$$\Delta f(x_1, \dots, x_N) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left[\left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot (\Delta x_i)^2 \right]}. \quad (18)$$

Ausgleichsgraden lassen sich wie folgt berechnen:

$$y = m \cdot x + b \quad (19a)$$

$$m = \frac{\bar{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\bar{x^2} - \bar{x}^2} \quad (19b)$$

$$b = \frac{\bar{x^2} \cdot \bar{y} - \bar{x} \cdot \bar{xy}}{\bar{x^2} - \bar{x}^2}. \quad (19c)$$

Bei der Angabe des Endergebnisses wird schließlich der sich aus den Unsicherheiten ergebene systematische Fehler mit dem sich aus der Mittelwertberechnung ergebenden statistischen Fehler addiert. Alle Berechnungen, Graphen sowie das Bestimmen der Unsicherheiten werden mit Python 3.8.8 und entsprechenden Bibliotheken² durchgeführt.

²Numpy [3], Uncertainties [4] and Matplotlib [5]

3 Versuchsaufbau und Durchführung

3.1 Bestimmung des Zeitkonstante durch Beobachtung der Entladung oder Aufladung

Die Zeitkonstante kann durch das Beobachten eines Ent-/Aufladevorgangs bestimmt werden. Hierzu wird die in Abbildung 3 dargestellte Schaltung verwendet.

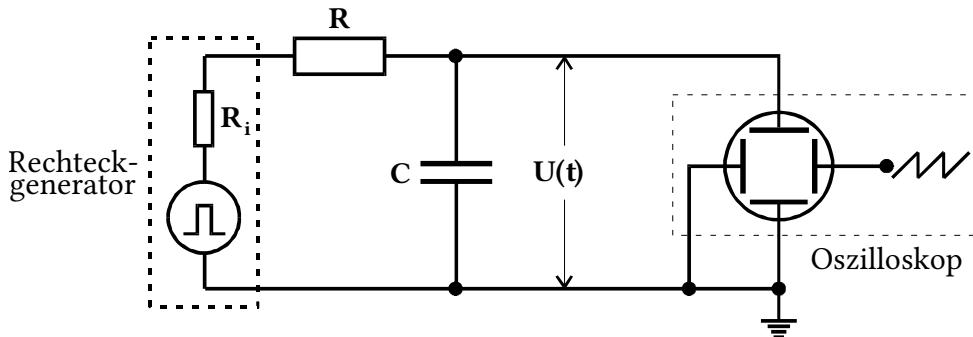


Abbildung 3: Messschaltung zur Bestimmung der Zeitkonstanten eines RC-Gliedes durch Beobachtung des Auf- oder Entladevorganges des Kondensators [1, S. 1]

Das RC-Glied wird dabei an einen Rechteckgenerator angeschlossen. Das Oszilloskop stellt die Spannung U_C , die auf dem Kondensator anliegt, dar. Das Aufladen des Kondensator beginnt, sobald die Rechteckspannung ihren eingestellten Wert erreicht und bleibt bestehen, bis die Spannung wieder auf 0 fällt. Wenn die Spannung für eine Schwingungsperiode bei 0 bleibt, entlädt sich der Kondensator in diesem Bereich wieder. Da das Laden und Entladen nach Gleichungen (7) und (6) unendlich lange dauert, wird nur ein Bereich des Vorgangs beobachtet. Der zu beobachtende Bereich wird so gewählt, dass sich die Spannung etwa um den Faktor 5 bis 10 ändert, um eine möglichst gute Messung zu erhalten. Damit die Daten auch korrekt ausgewertet werden können, muss der Spannungsnulldurchgang bekannt sein. Außerdem ist auch die Triggereinstellung des Oszilloskops wichtig. Wird falsch getriggert, kann nicht der gesamte Vorgang ausgewertet werden und es entstehen Fehler in der Zeitrechnung. Denn am Oszilloskop wird durch die Zeiteichung die benötigte Zeit eines Vorgangs bestimmt. Zur Bestimmung der Zeitkonstante werden, wenn sich eine Kurve eingestellt hat, einige Werte abgelesen. Durch das Aufstellen eines halblogarithmischen Diagramms von U_C gegen t kann mit Hilfe der Gleichung (7) oder (6) und der Bezeichnung $\tau = U_C \cdot R$ die Konstante τ bestimmt werden. Da die Herangehensweise über die Auf-/Entladung äquivalent sind wird nur die Rechnung über die Entladung vorgenommen.

3.2 Frequenzabhängigkeit der Amplitude und der Phase

Für die Phasenverschiebung und die Amplitude soll eine Frequenzabhängigkeit bestimmt werden. Für die Amplitude wird die Schaltung (Abbildung 4) verwendet.

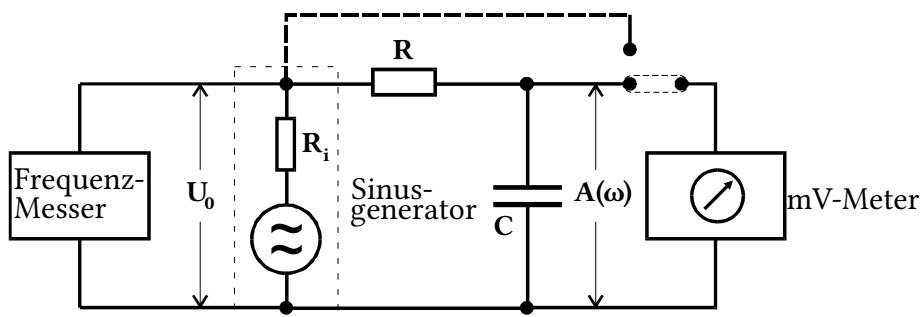


Abbildung 4: Messschaltung zur Untersuchung der Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannungsamplitude A in einem RC-Kreis [1, S. 1]

Ähnlich wird für die Bestimmung der Abhängigkeit der Phasenverschiebung die Schaltung in Abbildung 5 verwendet.

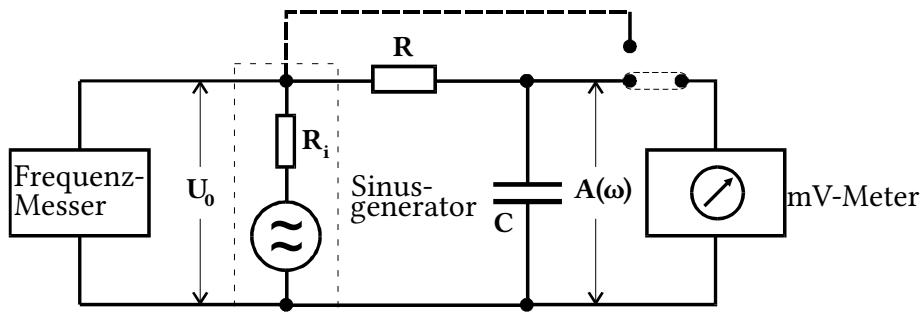


Abbildung 5: Schaltung zur Messung der Phasenverschiebung zwischen zwei Spannungen mit einem Zweikanal-Oszilloskop [1, S. 1]

Da diese Schaltungen sehr ähnlich sind, können beide Messungen gleichzeitig durchgeführt werden. Die Schaltung in Abbildung 5 kann auch verwendet werden, um die Amplitude der Schwingung abzulesen. Also wird die Frequenz der anliegenden Spannung verändert und es werden Messdaten aufgenommen. Die Amplitude wird am Oszilloskop abgelesen. Für die Phasenverschiebung werden die Zeitabstände a und b nach Abbildung 6 bestimmt.

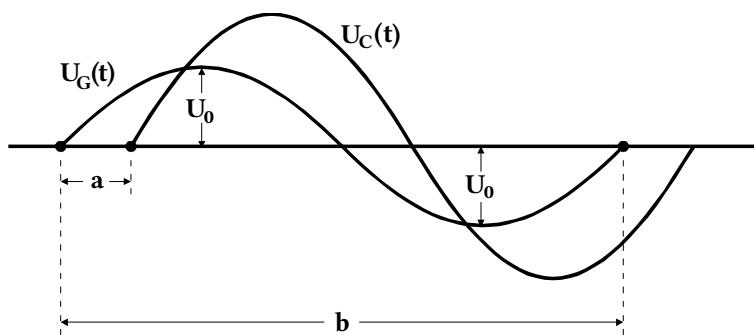


Abbildung 6: Messschaltung zur Untersuchung der Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannungsamplitude A in einem RC-Kreis [1, S. 1]

Zur Bestimmung der Phasenverschiebung aus a und b wird die Formel

$$\varphi = a/b \cdot 360 \quad (20)$$

verwendet. Daraus folgt für φ die Phasenverschiebung in Grad. Zur Auswertung der Messdaten wird $A(f)/U(0)$ gegen f in einem halblogarithmischen Diagramm aufgetragen. Mit Hilfe einer nicht linearen Ausgleichsfunktion wird wieder die Zeitkonstante τ bestimmt. Mit dieser wird dann nach (6) die Theoriekurve bestimmt und zum Vergleich auch in das Diagramm eingetragen. Für die Phasenverschiebung wird ähnlich vorgegangen, nur dass auch noch ein Polarplot von $A(f)/U(0)$ und φ erstellt wird.

3.3 RC-Kreis als Integrator

Wie in Der RC-Kreis als Integrator beschrieben, wird noch die integrierende Eigenschaft eines RC-Kreises nachgewiesen. Dazu werden Rechteck- und Dreiecksspannungen auf einem Oszilloskop nacheinander dargestellt und je ein RC-Kreis zwischengeschaltet. Auf dem Oszilloskop wird so die angeschlossene Spannung sowie die Spannung am RC-Kreis angezeigt. Die Kreisfrequenz ω muss dafür groß genug gewählt werden, damit $\omega \gg 1/\tau$ gilt.

4 Auswertung

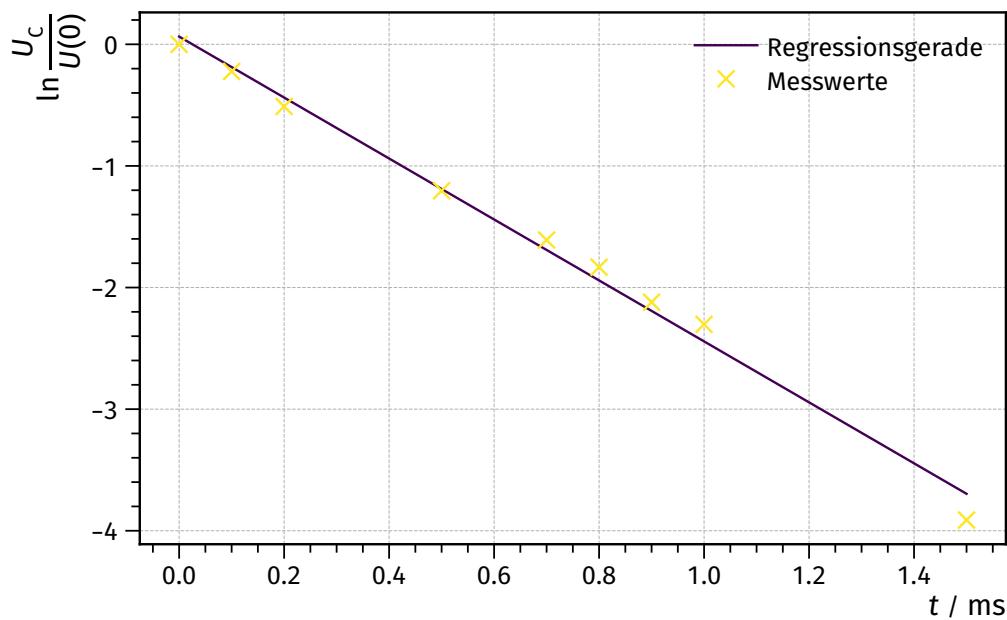
4.1 Bestimmung des Zeitkonstante durch Beobachtung der Entladung oder Aufladung

Nachdem das Oszilloskop so eingestellt wurde, dass eine Entladekurve zu sehen ist (wie in Bestimmung des Zeitkonstante durch Beobachtung der Entladung oder Aufladung beschrieben), wurden Wertepaare für U_C und t abgelesen. Diese wurden in Tabelle 1 eingetragen.

Tabelle 1: Messung von τ durch Entladung des Kondensators

U_C / V	t / ms
5,0	0
4,0	0,10
3,0	0,20
1,5	0,50
1,0	0,70
0,80	0,80
0,60	0,90
0,50	1,0
0,10	1,5
0	4,2

Also werden diese Messdaten in einen Plot von $\ln(U_C/U(0))$ gegen t dargestellt.

**Abbildung 7:** Messdaten und Regressionsgerade der gemessenen Spannungen

Durch das Umformen von (6) folgt für τ :

$$\tau = -\frac{t}{\ln(U(t)/U(0))}.$$

Dies bedeutet, dass durch eine lineare Regressionsgerade τ bestimmt werden kann. Hierzu ergeben sich die Werte

$$m = (-251 \pm 9) \frac{1}{s}$$

$$b = (0,06 \pm 0,07).$$

Die Regressionsgerade wurde ebenfalls in Abbildung 3 eingezeichnet. Mit diesen Werten kann τ also bestimmt werden zu:

$$\tau_1 = (3,99 \pm 0,14) \text{ ms}. \quad (21)$$

Der Fehler folgt mit dem gegebenem Fehler der Steigung m und der Fehlerrechnung beschrieben in Abschnitt Berechnung der Messunsicherheiten.

4.2 Frequenzabhängigkeit der Amplitude und der Phase

Wie in Frequenzabhängigkeit der Amplitude und der Phase beschrieben, werden die Daten aufgenommen und in Tabelle 2 dargestellt.

Tabelle 2: Messung von Amplitude und Phasenverschiebung

<i>f</i> / Hz	<i>A</i> / V	<i>a</i> / ms	<i>b</i> / ms
100	2,0	0,40	4,3
250	1,3	0,30	1,7
500	0,72	0,16	0,85
750	0,50	0,11	0,57
1000	0,38	0,095	0,43
2500	0,16	0,040	0,17
5000	0,080	0,022	0,086
7500	0,048	0,014	0,057
10 000	0,040	0,011	0,043
15 000	0,023	0,0070	0,029
20 000	0,020	0,0055	0,022
25 000	0,017	0,0040	0,018
30 000	0,015	0,0034	0,014
35 000	0,012	0,0030	0,012
40 000	0,010	0,0026	0,011
45 000	0,0090	0,0024	0,0096
50 000	0,0085	0,0020	0,0086
55 000	0,0080	0,0018	0,0078
60 000	0,0070	0,0017	0,0071
100 000	0,0040	0,0010	0,0043

Zunächst werden die Messdaten für die Amplitude betrachtet. Dazu werden alle Daten in einem halblogarithmischen Diagramm (siehe Abbildung 8) gegen die Frequenz dargestellt.

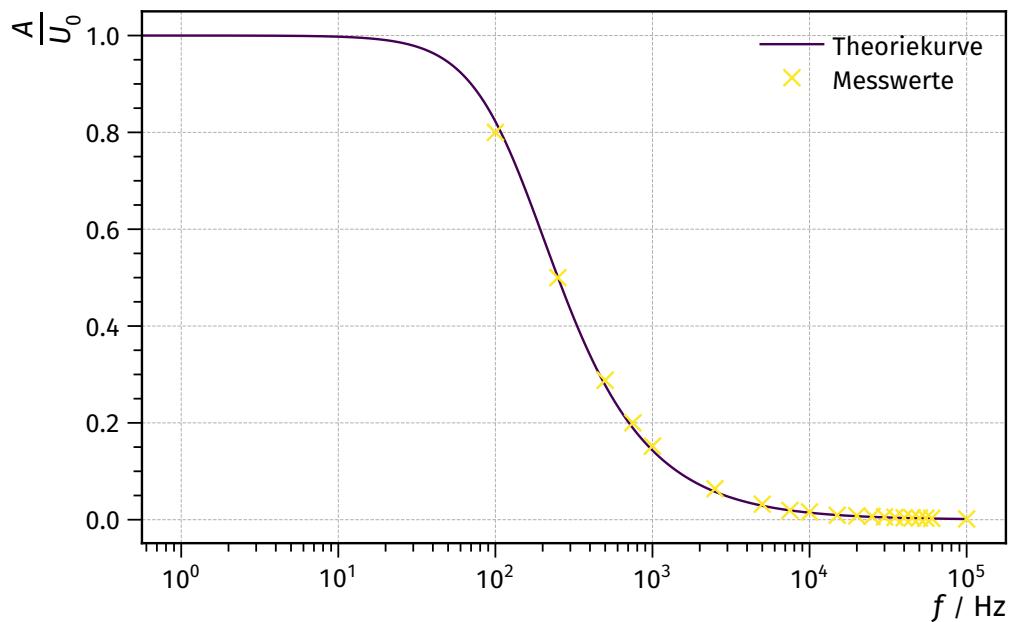


Abbildung 8: Quotient aus Amplitude und Generatorenspannung halblogarithmisch aufgetragen gegen die Frequenz.

Für die Bestimmung von τ wird auch hier eine Regressionskurve gebildet. Da aber aus der Theorie Absatz 2.2 bereits die Form der Funktion bekannt ist, wird lediglich der zu bestimmende Wert τ als Parameter festgelegt. Somit folgt für die Regressionsfunktion

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{(\tau \cdot x)^2 + 1}}.$$

τ wird berechnet zu

$$\tau_2 = (6,91 \pm 0,08) \text{ ms.} \quad (22)$$

Also werden nun noch die Daten für a und b aus Tabelle 2 verwendet, um τ zu bestimmen. Dazu wird φ mit (20) aus a und b berechnet und in einem halblogarithmischen Diagramm gegen die Frequenz dargestellt.

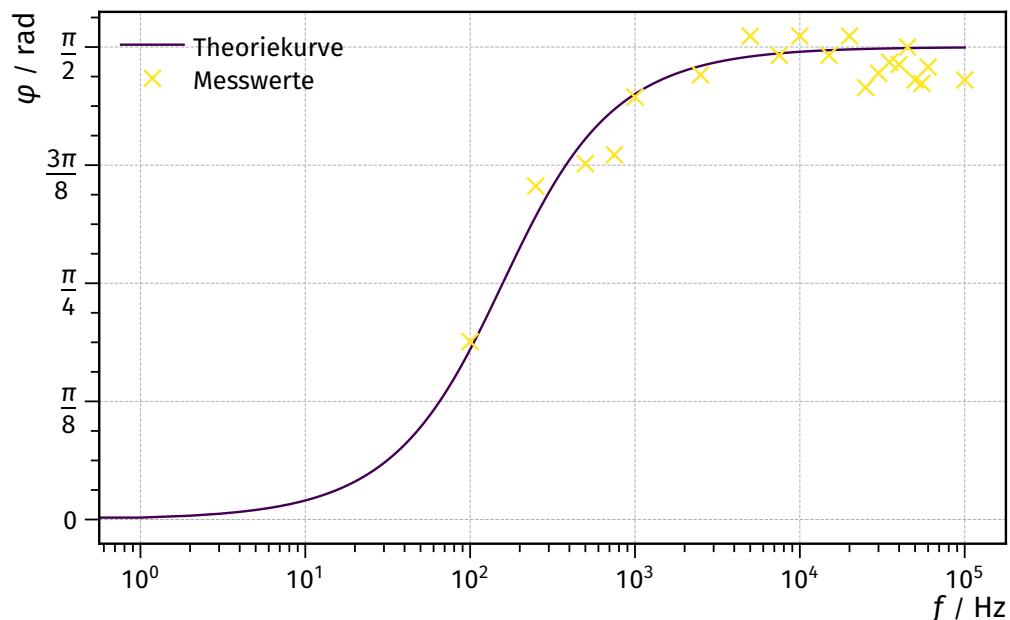


Abbildung 9: Phasenverschiebung halblogarithmisch aufgetragen gegen die Frequenz.

Auch für diesen Fall ist die Form der Theoriekurve bereits bekannt und es wird eine Regression mit τ als Parameter durchgeführt. Mit der Regressionsfunktion der Formel

$$f(x) = \arctan(\tau \cdot x) \quad (23)$$

ergibt sich der Wert

$$\tau_3 = (6,3 \pm 0,7) \text{ ms.} \quad (24)$$

Zuletzt werden also noch die Daten der Phasenverschiebung in ein Polardiagramm eingezeichnet. Dazu wird auch die durch den berechneten Wert von τ bestimmte Theoriekurve dargestellt.

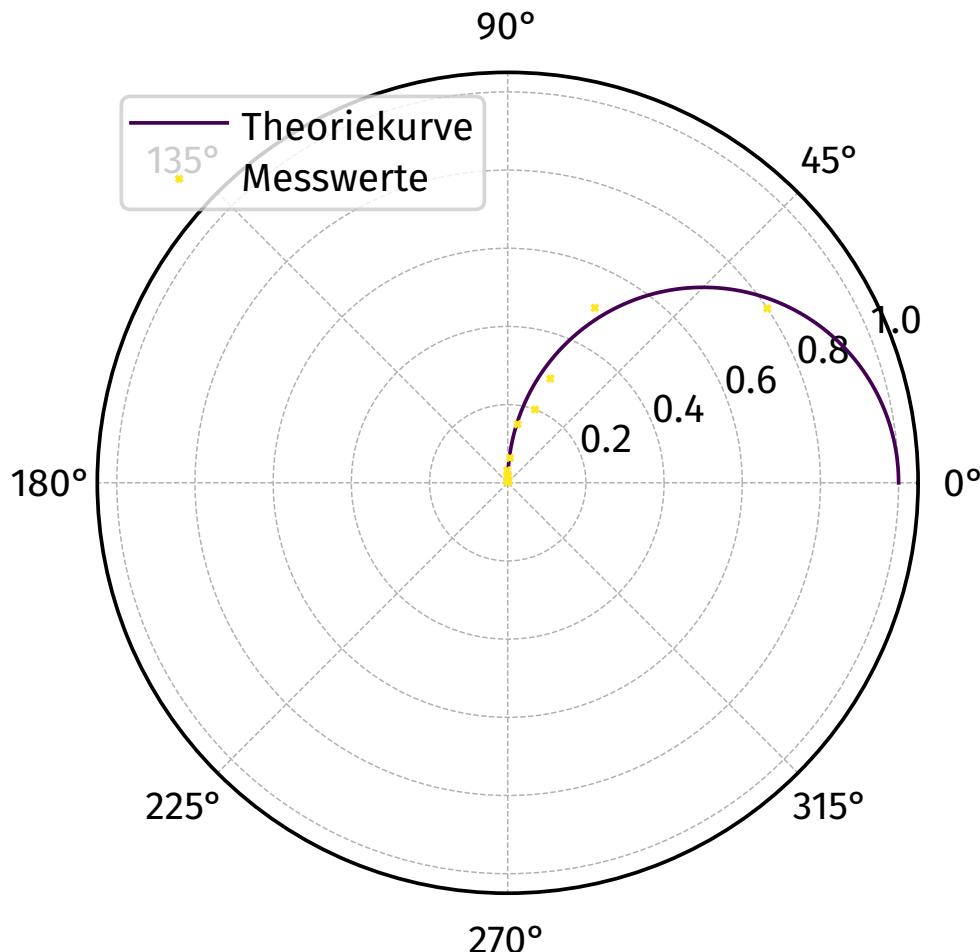


Abbildung 10: Radial wird das Amplitudenverhältnis, im Polarwinkel die Phasenverschiebung dargestellt.

4.3 RC-Kreis als Integrator

Der *RC-Kreis* kann bei hohen Frequenzen wie in Unterabschnitt 4.3 beschrieben, als *Integrator* verwendet werden. Für die in Unterabschnitt 3.3 beschriebene Durchführung ergeben sich bei einer Frequenz von $f = 100 \text{ kHz}$ die Bilder:

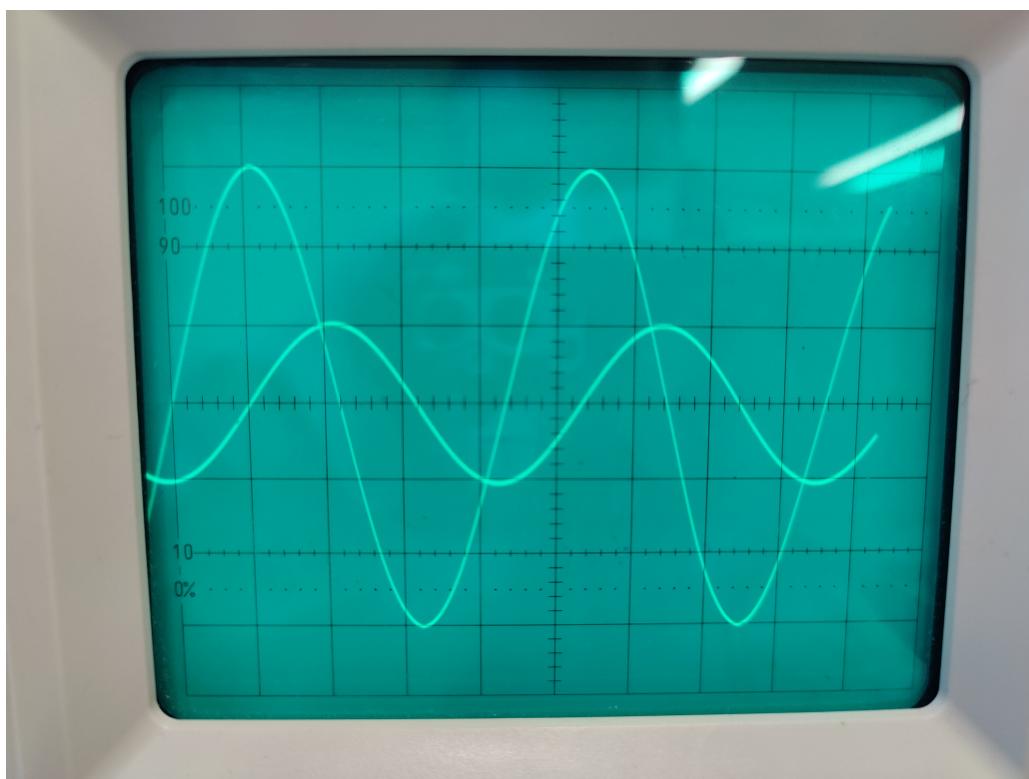


Abbildung 11: Bild wie eine Sinus-/Kosinusspannung von dem RC-Kreis integriert wird

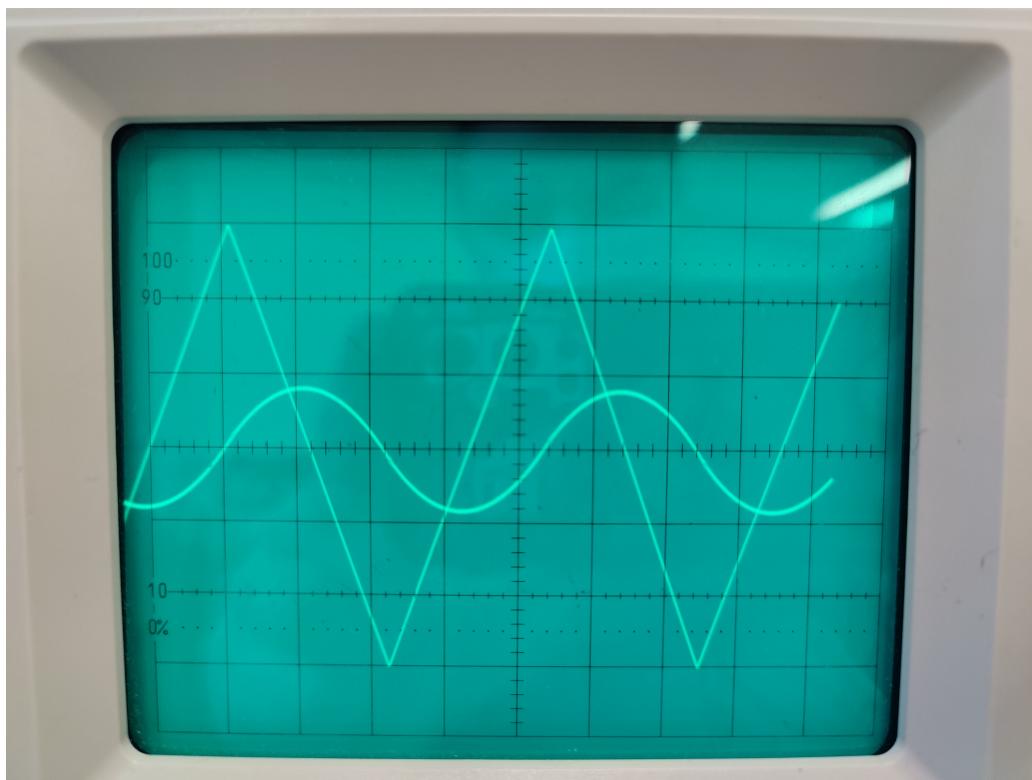


Abbildung 12: Bild wie eine Sägezahnspannung von dem RC-Kreis integriert wird

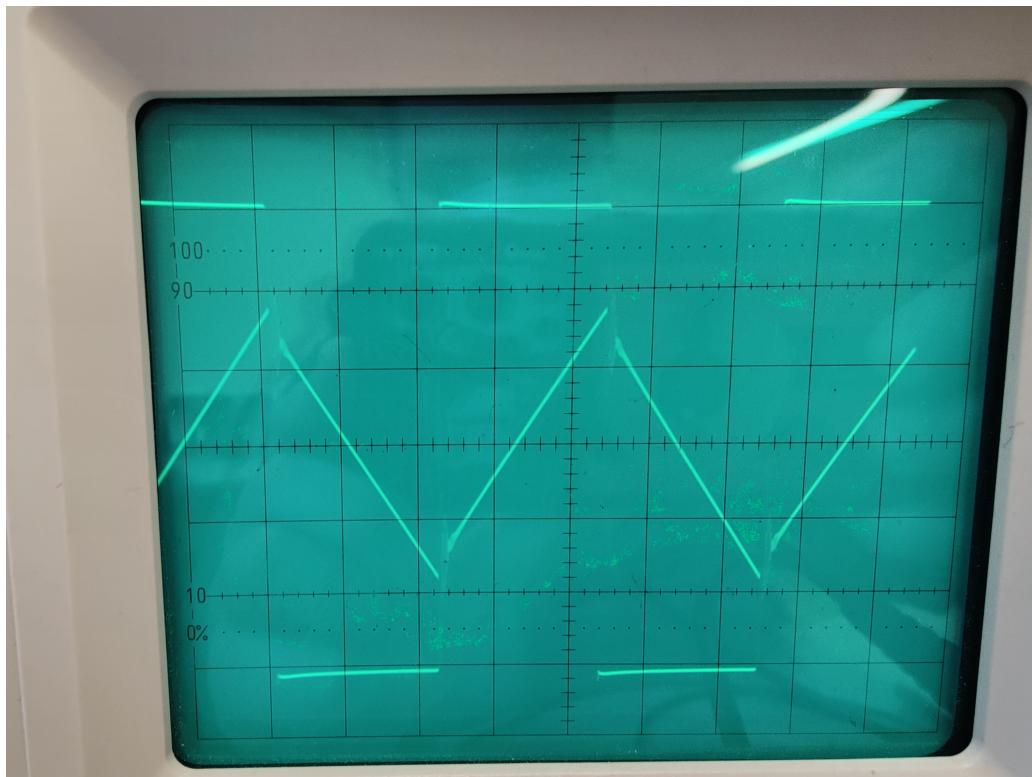


Abbildung 13: Bild wie eine Rechteckspannung von dem RC-Kreis integriert wird

Dabei werden die Spannungen in den Bildern integriert. In Abbildung 11 ist zu erkennen, dass aus der Sinusspannung eine Kosinusspannung wurde. Dies entspricht also der Stammfunktion des Sinus'. Ähnlich ist in Abbildung 12 aus der Sägezahnspannung eine Parabelform entstanden. Genauso wird in Abbildung 13 aus der Rechteckspannung

eine Grade, also wieder eine Sägezahnspannung.

5 Diskussion

Aufgrund der guten Übereinstimmung der Messwerte mit den Ausgleichsfunktionen der zweiten und dritten Messung ist dort nicht von systematischen Fehlern auszugehen. Die statistischen Fehler sind bei der Messung der Amplitude gegenüber der Frequenz gering, bei den beiden anderen Messungen allerdings größer. Dies ist dadurch zu erklären, dass nur die Amplitude direkt gemessen wurde. Beim Ablesen der Messwerte für U_C und t im ersten Teil des Versuches ließen sich die Werte trotz größtmöglicher Skalierung nur relativ ungenau ablesen. Da nur eine Entladungskurve betrachtet wurde, ließen sich auch nur wenige Messwerte ablesen. Für eine bessere Bestimmung von τ , sollte man mehrere Auf-/Entladekurven beobachten. Bei der Messung der Phase ist die Schwierigkeit, dass a und b gemessen wurden. Die Phase ergab sich dann nach dem in Unterabschnitt 3.2 beschriebenen Verfahren und der Fehler wurde so entsprechend der in Unterabschnitt 2.3 beschriebenen Gaußschen-Fehlerfortpflanzung größer. Darüber lässt sich auch die starke Streuung um die Theoriekurve erklären. In Tabelle 3 sind die aus den Messungen bestimmten Werte für die Zeitkonstante dargestellt.

Tabelle 3: Zusammenfassung der ermittelten Werte für die Zeitkonstante τ

τ_1 / ms	τ_2 / ms	τ_3 / ms
$3,99 \pm 0,14$	$6,91 \pm 0,08$	$6,3 \pm 0,7$

Vergleicht man die Werte, so die große Abweichung der ersten Messung zu den beiden anderen auffällig. Dies ist auf einen systematischen Fehler zurückzuführen. Wie in Abbildung 4 und Abbildung 5 besitzt der Generator einen Innenwiderstand von $R_i = 600 \Omega$. Dies erklärt die starke Abweichung von den anderen beiden Werten für die Zeitkonstante. Bei der Verwendung des RC-Gliedes als Integrator wurde das zu erwartende Ergebnis in guter Näherung erzielt. Es sei aber darauf hingewiesen, dass das was in Abbildung 13 aussieht wie Graden, sehr steile e-Funktionen sind. Auf der gewählten Skala fällt dies allerdings nicht auf. Dass es keine perfekte Rechteckspannung ist, liegt daran, dass sich nur Näherungen durch den Spannungsgenerator erzeugen lassen.

Zuletzt fällt auf, dass in den Graphen in Abbildung 8 und Abbildung 9 im Frequenzbereich 1,0 Hz bis 99 Hz keine Messwerte eingetragen sind. Dies liegt daran, dass dort nicht gemessen wurde. Da dort aber ein kritischer Teil der Kurve liegt, hätte dort mehr gemessen werden sollen.

Literatur

- [1] Versuch Nr. 353. Das Relaxationsverhalten eines RC-Kreises. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2021.
- [2] Versuch Nr. 302. Elektrische Brückenschaltungen. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2021.
- [3] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: Computing in Science & Engineering 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [4] Eric O. Lebigot. Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [5] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: Computing in Science & Engineering 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.