

**VERSUCH NUMMER 303**

**Lock-In-Verstärker**

Irgendjemand

irgend.jemand@tu-dortmund.de

Someone

some.one@tu-dortmund.de

Durchführung: 11.01.2022

Abgabe: 18.01.2022

TU Dortmund – Fakultät Physik

## **Inhaltsverzeichnis**

<b>1 Zielsetzung</b>	<b>1</b>
<b>2 Theoretische Grundlagen</b>	<b>1</b>
2.1 Berechnung der Messunsicherheiten . . . . .	2
<b>3 Versuchsaufbau und Durchführung</b>	<b>2</b>
3.1 Messung ohne Verrauschung . . . . .	3
3.2 Messung mit Verrauschung . . . . .	3
3.3 Messung der Photodiode . . . . .	4
<b>4 Auswertung</b>	<b>4</b>
4.1 Verstärkung eines gestörten Sinus-Signales . . . . .	4
4.2 Verstärkung eines LED-Signales . . . . .	6
<b>5 Diskussion</b>	<b>8</b>
<b>Literatur</b>	<b>8</b>

## 1 Zielsetzung

In diesem Versuch wird der Umgang mit dem Lock-In-Verstärker erlernt. Außerdem wird dessen Funktionsweise verifiziert, indem 10 verschiedene Phasen ohne Störung gemessen werden und die Rauschunterdrückung mit einer Photodetektorschaltung getestet wird.

## 2 Theoretische Grundlagen

Lock-In-Verstärker haben einen integrierten phasenempfindlichen Detektor. Diese Verstärker werden hauptsächlich für die Messung von stark verrauschten Signalen eingesetzt. Dazu wird eine Referenzfrequenz  $\omega_0$  eingesetzt, um das Messsignal zu modulieren. In Abbildung 1 ist der schematische Aufbau eines Lock-In-Verstärker dargestellt. Das modulierte, verrauschte Nutzsignal  $U_{\text{sig}}$  wird mit Hilfe eines Bandpassfilters von Rauschanteilen höherer

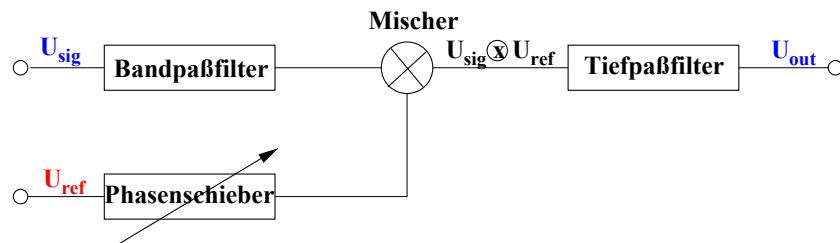


Abbildung 1: Schematischer Aufbau eines Lock-In-Verstärkers [1]

$(\omega \gg \omega_0)$  und niedrigerer Frequenzen ( $\omega \ll \omega_0$ ) befreit. Danach wird das Signal mit einem Referenzsignal  $U_{\text{ref}}$  mit der Frequenz  $\omega_0$  multipliziert. Dies geschieht im Mischer. Durch einen Phasenschieber lässt sich die Phasenlage des  $\Phi$  des Referenzsignals variieren und so mit dem Signal synchronisieren ( $\Delta\Phi = 0$ ). Das Mischsignal  $U_{\text{sig}} \cdot U_{\text{ref}}$  wird mit einem dem Mischer nachgeschalteten Tiefpass ( $\tau = RC \gg 1/\omega_0$ ) über mehrere Perioden der Modulationsfrequenz integriert. Dadurch werden Beträge der Rauschbeiträge, die nicht zur Modulationsfrequenz synchronisiert sind, weitgehend herausgemittelt. So wird am Ausgang eine zur Eingangsspannung  $U_{\text{sig}}$  proportionale Gleichspannung  $U_{\text{aus}} \propto U_0 \cos \Phi$  gemessen.

Die Bandbreite des Restrauschens wird dabei durch den nachgeschalteten Tiefpass definiert. Wird die Zeitkonstante  $\tau = RC$  sehr groß gewählt, so lässt sich die Bandbreite  $\Delta\nu = 1/\pi RC$  beliebig klein wählen. Mit einem Lock-In-Verstärker lassen sich Güten von  $Q = 100000$  erreichen, während Bandpässe lediglich Güten bis ungefähr  $Q = 1000$  erreichen. Abbildung 2 zeigt Signalverläufe einer sinusförmigen Signalspannung

$$U_{\text{sig}} = U_0 \sin(\omega t), \quad (1)$$

welche durch eine Rechteckspannung  $U_{\text{ref}}$  derselben Frequenz moduliert wird. Die Referenzspannung wird dabei durch einen Schalter oder Chopper realisiert. Das Rechtecksignal hat dabei eine auf 1 normierte Amplitude, die bei einer positiven Signalspannung (positiver Halbwelle) auf 1 steht (Schalter offen) und bei einer negativen Signalspannung (negative Halbwelle) auf -1 steht (Schalter geschlossen). Rechteckspannungen lassen sich durch Fourierreihen angenähert werden. Diese setzt sich aus den ungeraden harmonischen der Grundfrequenzen  $\omega$  zusammen und hat die Form

$$U_{\text{ref}} = \frac{4}{\pi} \left( \sin(\omega t) + \frac{1}{3} \sin(3\omega t) + \frac{1}{5} \sin(5\omega t) + \dots \right). \quad (2)$$

Das Produkt aus Signal- und Modulationsfrequenz ergibt

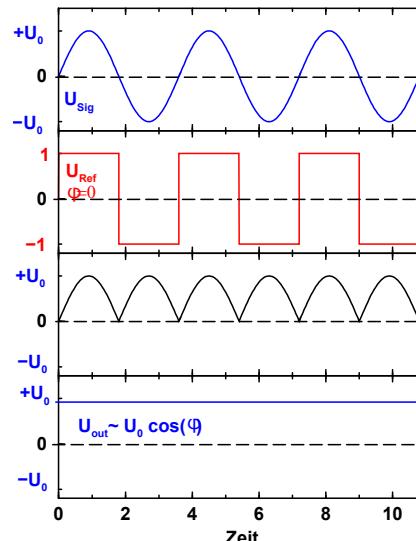


Abbildung 2: Signalverläufe [1]

$$U_{\text{sig}} \cdot U_{\text{ref}} = \frac{2}{\pi} U_0 \left( 1 - \frac{2}{3} \cos(2\omega t) - \frac{2}{15} \cos(4\omega t) - \frac{2}{35} \cos(6\omega t) + \dots \right) \quad (3)$$

und enthält nun die geraden Oberwellen der Grundfrequenz  $\omega$  (Gleichrichter). Um die Oberwellen zu unterdrücken und eine zur Signalspannung proportionale Gleichspannung

$$U_{\text{aus}} = \frac{2}{\pi} U_0 \quad (4)$$

zu erhalten wird der nachgeschaltete Tiefpassfilter passend gewählt. Sollten es eine Phasendifferenz  $\Phi$  zwischen Signal- und Referenzspannung geben, so ergibt sich die Ausgangsspannung zu

$$U_{\text{aus}} = \frac{2}{\pi} U_0 \cos(\Phi). \quad (5)$$

Die Ausgangsspannung ist maximal für  $\Phi = 0$ .

## 2.1 Berechnung der Messunsicherheiten

Alle Mittelwerte einer  $N$ -fach gemessenen Größe  $x$  werden über die Formel

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i. \quad (6)$$

berechnet. Der zugehörige Fehler des Messwertes berechnet sich dann über

$$\Delta \bar{x} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}. \quad (7)$$

Setzt sich eine zu berechnende Größe aus mehreren mit Unsicherheit behafteten Messwerten zusammen, so ist die Unsicherheit dieser Größe über die Gaußsche Fehlerfortpflanzung gegeben

$$\Delta f(x_1, \dots, x_N) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left[ \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot (\Delta x_i)^2 \right]}. \quad (8)$$

Ausgleichsgraden lassen sich wie folgt berechnen:

$$y = m \cdot x + b \quad (9a)$$

$$m = \frac{\bar{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\bar{x^2} - \bar{x}^2} \quad (9b)$$

$$b = \frac{\bar{x^2} \cdot \bar{y} - \bar{x} \cdot \bar{xy}}{\bar{x^2} - \bar{x}^2}. \quad (9c)$$

Bei der Angabe des Endergebnisses wird schließlich der sich aus den Unsicherheiten ergebene systematische Fehler mit dem sich aus der Mittelwertberechnung ergebenden statistischen Fehler addiert. Alle Berechnungen, Graphen sowie das Bestimmen der Unsicherheiten werden mit Python 3.8.8 und entsprechenden Bibliotheken<sup>1</sup> durchgeführt.

## 3 Versuchsaufbau und Durchführung

In Abbildung 3 ist der Aufbau des verwendeten Lock-In-Verstärkers dargestellt. Der Lock-In-Verstärker besteht aus einem Funktionsgenerator der einerseits durch einen Phasen Shifter in den Reference Input des Detektors geht andererseits geht dieser durch den Noise Generator durch den Vorverstärker und einen Bandpassfilter in den Signal Input des Detektors. Das Oszilloskop ist am Ausgang des Detektors angeschlossen und stellt die anliegende Spannung dar. An diesem Ausgang ist auch ein Low-Pass Amplifier angeschlossen der das Signal integriert und darstellt. Der Noise Generator verrauscht das Signal des Funktionsgenerators. Der Vorverstärker verstärkt dieses Signal und der Bandpassfilter filtert unerwünschte Frequenzen wieder heraus.

<sup>1</sup>Numpy [2], Uncertainties [3] and Matplotlib [4]

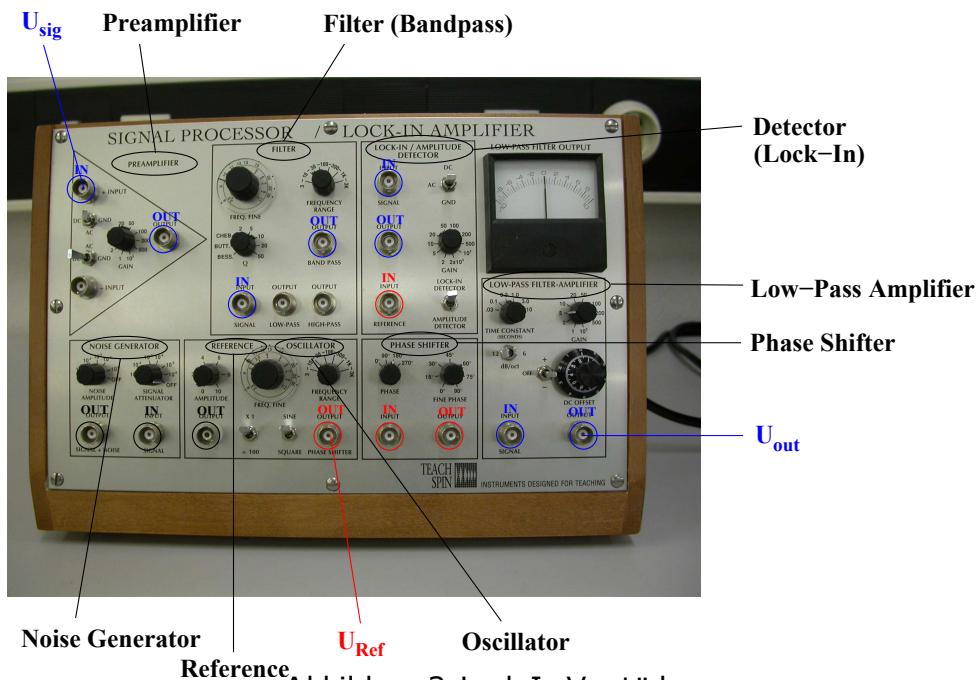


Abbildung 3: Lock-In-Verstärker

3

Abbildung 3: Aufbau des Lock-In-Verstärkers [1]

### 3.1 Messung ohne Verrauschung

Die Schaltelemente werden wie in Abbildung 4 beschrieben verbunden. Zunächst wird die Messung ohne den Noise Generator durchgeführt. Dafür wird dieser überbrückt und so das Signal direkt in den Vorverstärker gegeben. Am Funktionsgenerator wird eine Sinus Spannung von etwa 1,0 kHz eingestellt. Diese Frequenz wird auch am Bandpassfilter festgelegt damit dieser das Signal nicht mit rausgefiltert. Es wird nun am Phasen Shifter die Phase des Referenz Eingangs verschoben und am Oszilloskop die Amplitude der Spannung abgemessen. Die Amplitude wird alle 30° abgelesen und zusätzlich alle 90° ein Bild des Oszilloskops aufgenommen.

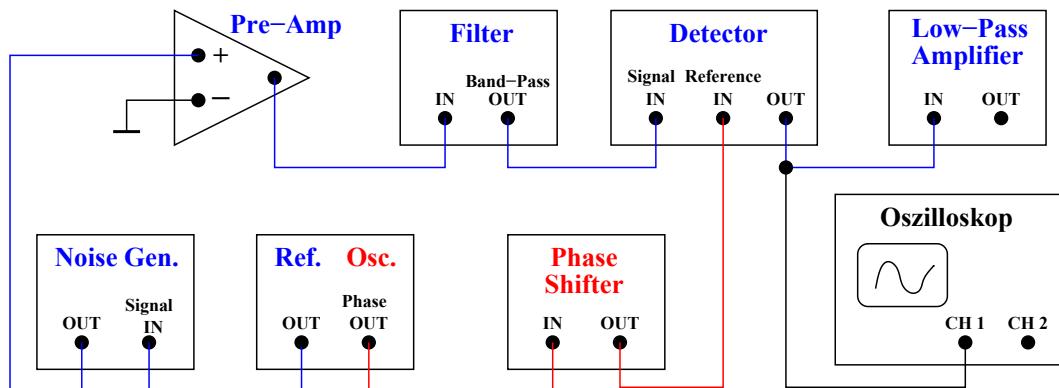


Abbildung 4: Schematischer Aufbau des Lock-In-Verstärkers [1]

### 3.2 Messung mit Verrauschung

Der Noise Generator wird wieder zwischen geschlossen und eingeschaltet sodass nun die Schaltung in Abbildung 4 aufgebaut wird. Nun wird genau wie in Unterabschnitt 3.1 beschrieben vorgegangen und die Messdaten aufgenommen. Die Daten werden dann zum Vergleich in einem Diagramm dargestellt.

### 3.3 Messung der Photodiode

Nun wird die Schaltung wie Abbildung 5 aufgebaut. Dazu wird eine LED und ein Photodetektor zwischen den Funktionsgenerator und dem Vorverstärker geschaltet. Es wird eine Sinusspannung von 50 Hz bis 500 Hz an die LED angelegt. Das blitzen der LED wird somit von dem Photodetektor aufgenommen und dieser sendet ein Signal durch den Filter in den Detektor. Die Messung besteht nun daraus den Abstand zwischen der LED und dem Photodetektor zu verändern und die Intensität über die Amplitude der Spannung am Oszilloskop abzulesen. Diese Daten werden graphisch dargestellt um zu entscheiden in welcher Abhängigkeit die Spannung abfällt.

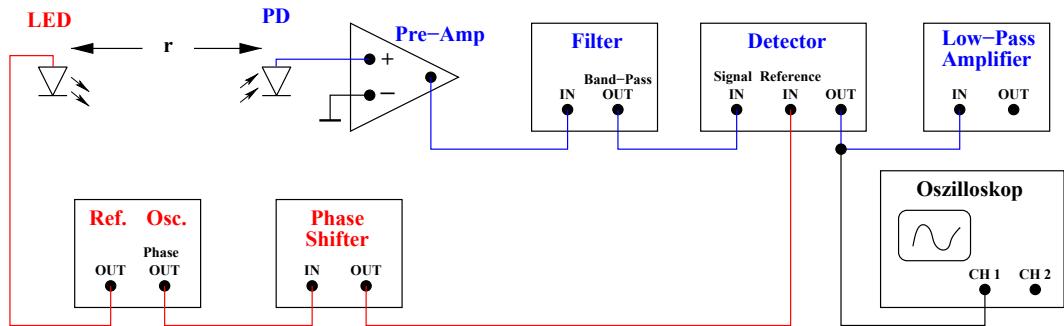


Abbildung 5: Schematischer Aufbau des Lock-In-Verstärkers [1]

## 4 Auswertung

### 4.1 Verstärkung eines gestörten Sinus-Signales

Tabelle 1: Messung der Amplituden für verschiedene Phasen

$\Phi$	$A_{\text{ohne Rauschen}} / \text{V}$	$A_{\text{mit Rauschen}} / \text{V}$
0	3,8	4,2
30	5,4	5,2
60	6,7	6,7
90	6,2	6,7
120	6,2	6,5
150	5,0	4,9
180	4,2	3,3
210	4,0	4,2
240	6,6	6,9
270	6,8	7,0
300	6,2	6,6
330	4,6	4,8

In die beiden Diagramme in Abbildung 6 wird die am Oszilloskop abgelesenen Messdaten für die Amplitude gegen die eingestellte Phase  $\phi$  aufgetragen. Die Daten werden dabei anhand von Graphen wie denen abgelesen, die weiter unten zu finden sind.

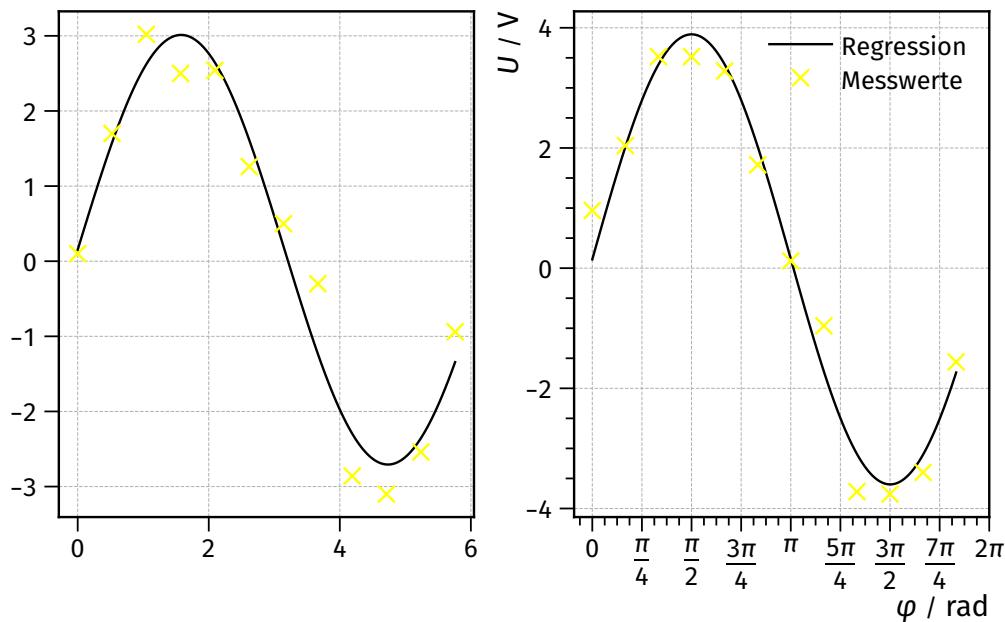


Abbildung 6: Ungestörte Daten (links), Gestörte Daten (rechts)

In die Diagramme wird außerdem jeweils eine Sinus-Regression der Form

$$f(x) = a \cdot \sin(b * x) + c$$

eingezeichnet. Die Regression liefert dann folgende Parameter:

$$\begin{aligned} a_{\text{gestört}} &= (3,74 \pm 0,20) \text{ V}, & b_{\text{gestört}} &= 1,000 \pm 0,016, & c_{\text{gestört}} &= (0,15 \pm 0,14) \text{ V}, \\ a_{\text{ungestört}} &= (2,86 \pm 0,20) \text{ V}, & b_{\text{ungestört}} &= 1,000 \pm 0,022, & c_{\text{ungestört}} &= (0,15 \pm 0,14) \text{ V}, \end{aligned}$$

Durch den Parameter  $a$  ist dann jeweils die Amplitude gegeben. Die Abhängigkeit (5) ist also erfüllt. Es scheint allerdings eine Phasenverschiebung um  $\Delta\Phi = \frac{\pi}{2}$  vorzuliegen, da hier die Sinus-Regression passt.  
Es folgen ein paar Beispielbilder vom Oszilloskop beim Messen. An ihnen ist gut zu erkennen, dass der Aufbau des Lock-In-Verstärkers gut funktioniert. Die Werte sind zwar nicht exakt gleich, trotzdem ist der Verlauf der Spannung noch sehr gut zu erkennen und das obwohl die Störung in der gleichen Zehner-potenz liegt, wie das Ursprungssignal.

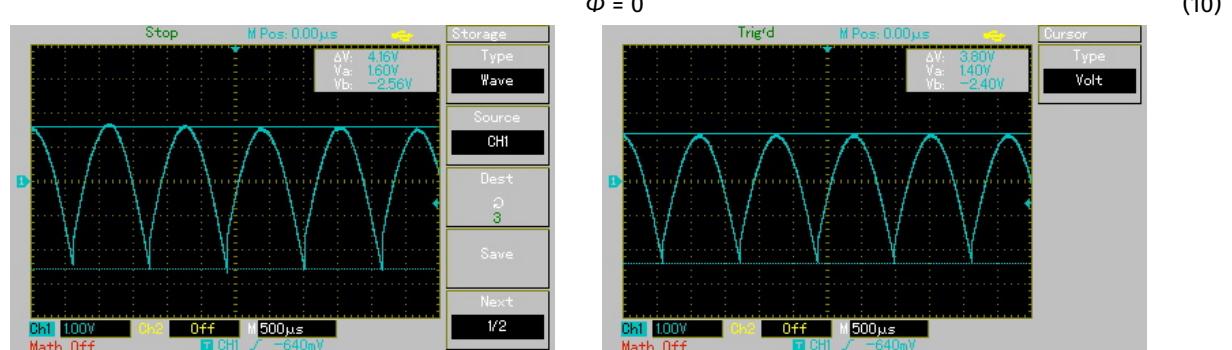


Abbildung 7: Gestörter Graph

Abbildung 8: Ungestörter Graph

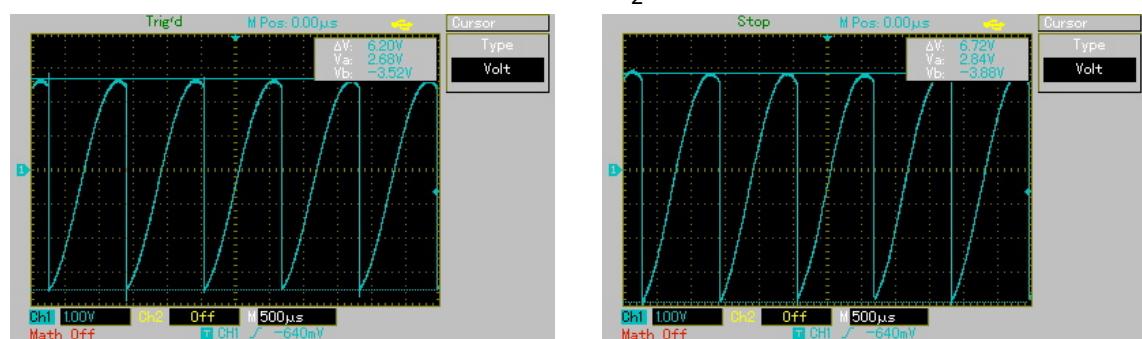


Abbildung 9: Gestörter Graph

Abbildung 10: Ungestörter Graph

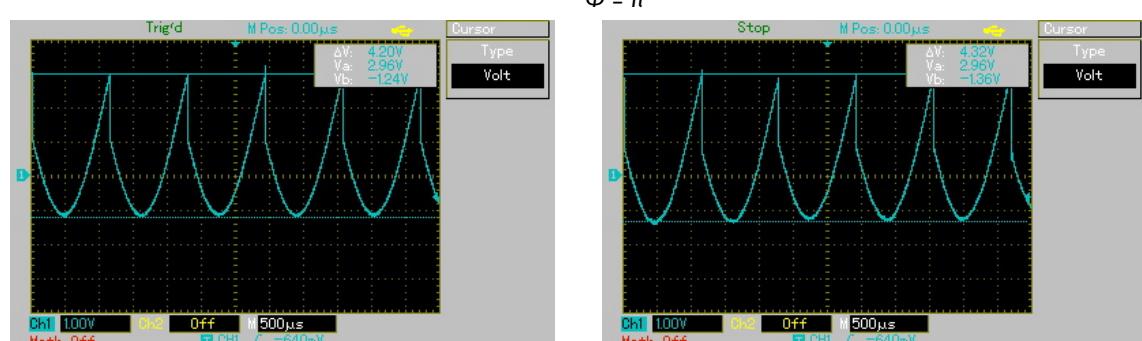


Abbildung 11: Gestörter Graph

Abbildung 12: Ungestörter Graph

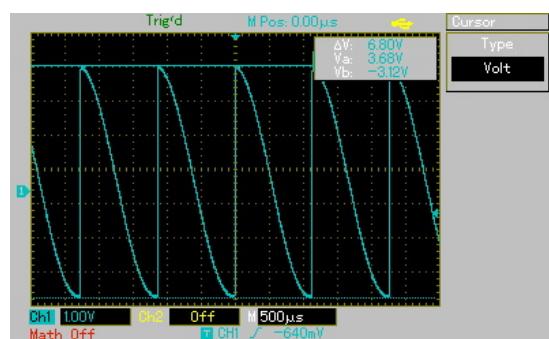


Abbildung 13: Gestörter Graph

Datei der Grafik war fehlerhaft.

#### 4.2 Verstärkung eines LED-Signales

In Tabelle 2 sind die gemessenen Spannungen  $U_{\text{out}}$  und der Abstand  $r$  zwischen Photodiode und LED aufgetragen.

**Tabelle 2:** Messungen der Lichtdiode

$r / \text{mm}$	$U_{\text{out}} / \text{V}$	$r / \text{mm}$	$U_{\text{out}} / \text{V}$
0	83	130	7,6
2,0	78	140	6,7
4,0	76	150	6,1
6,0	73	160	5,6
8,0	69	170	5,0
10	64	180	4,6
12	59	190	4,2
14	56	200	3,8
16	53	220	3,3
18	50	240	2,8
20	47	260	2,4
25	43	280	2,2
30	38	300	1,9
35	34	320	1,7
40	31	340	1,5
45	28	360	1,3
50	25	380	1,1
55	23	400	1,0
60	22	420	0,94
65	21	440	0,89
70	19	460	0,84
75	17	480	0,79
80	16	500	0,79
85	14	600	0,79
90	13	700	0,79
95	12	800	0,79
100	12	900	0,79
110	10	1000	0,79
120	9,0		

In Abbildung 14 sind die Daten aus Tabelle 2 aufgetragen. Außerdem wird die folgenden Regressionsansätze eingezeichnet

Exponentialansatz

$$a \cdot \exp(b \cdot x) + c$$

$1/r^n$

$$\frac{a}{x^b} + c$$

Außerdem wird noch der  $1/r^n$  Ansatz für  $n = 2$  eingezeichnet, da dies die Literaturabhängigkeit für die Intensität von Licht ist.

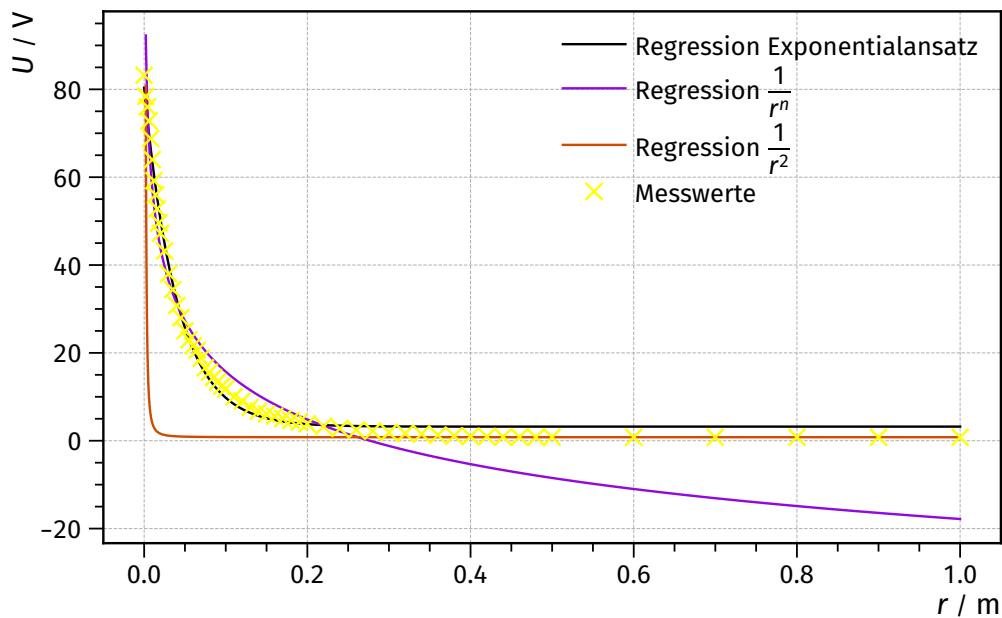


Abbildung 14: Spannung von der Photodiode in Abhängigkeit des Abstands der LED

Für den Exponentialansatz folgen die Parameter

$$a_{\text{exp}} = (77,2 \pm 0,9) \text{ V}, \quad b_{\text{exp}} = 24,6 \pm 0,7, \quad c_{\text{exp}} = (3,2 \pm 0,4) \text{ V},$$

Die  $1/r^n$  Regression liefert die Parameter

$$a_r = (270 \pm 60) \text{ V}, \quad b_r = 0,09 \pm 0,03, \quad c_r = (160 \pm 70) \text{ V},$$

Nach etwa 50 cm kann nur noch ein konstanter Wert abgelesen werden der auf das Umgebungslicht zurückzuführen ist.

## 5 Diskussion

Die Funktionsweise des Lock-In-Verstärkers kann durch den Versuchsaufbau nachgewiesen werden. Dies ist an den Bildern der Spannungsverläufe zu erkennen. Auch die Sinusform der Phasen Messung zeigt die Funktionsweise. Nach der in Abschnitt 2 beschriebenen Formel sollte dies eine Kosinusform besitzen. Doch da der erste Wert fälschlicherweise nicht bei tatsächlich Null aufgenommen wird. Somit verschiebt sich die Messung um  $\pi/2$ . Dennoch stimmen die Ergebnisse mit den Erwartungen überein. Bei der Lichtdiode kam es vermutlich zu einem Distanz abhängigen Fehler. Die LED kann nicht ganz auf einer Linie mit der Messvorrichtung gelegen haben und so die Messung verfälschen. Da diese Unterschiede aber von der Distanz abhängen verfälscht dies die gesamte Form der Kurve und nicht nur einen konstanten Faktor. Generell ist der Versuch aber durchaus geeignet um die Funktionsweise des Lock-In-Verstärkers darzustellen. Trotz der Störungen in etwa gleicher Größenordnung konnten die Signale relativ sicher abgelesen werden und auch die Störungen die durch das Umgebungslicht entstehen könnten durch den Lock-In-Verstärker herausgefiltert werden.

## Literatur

- [1] Versuch Nr. 302. Der Lock-In-Verstärker. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2021.
- [2] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: Computing in Science & Engineering 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.

- [3] Eric O. Lebigot. Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [4] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: Computing in Science & Engineering 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.