

VERSUCH NUMMER 64

Moderne Interferometrie

Irgendjemand

irgend.jemand@tu-dortmund.de

Durchführung: 24.04.2023

Someone

some.one@tu-dortmund.de

Abgabe: 27.04.2023

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	1
2 Theoretische Grundlagen	1
2.1 Interferenz	1
2.1.1 Kohärenz	1
2.2 Kontrast des Interferometers	1
2.3 Brechungsindex von Glas	1
2.4 Brechungsindex von Luft	2
2.5 Lorentz-Lorenz-Gesetz	2
3 Versuchsaufbau und Durchführung	2
3.1 Aufbau	2
3.2 Messverfahren	4
3.2.1 Brechungsindex von Glas	4
3.2.2 Brechungsindex von Luft	4
4 Auswertung	4
4.1 Kontrast	4
4.2 Brechungsindex des Glases	6
4.3 Brechungsindex von Luft	6
5 Diskussion	9
5.1 Kontrast	9
5.2 Brechungsindex des Glases	9
5.3 Brechungsindex des Gases	9
Literatur	10

1 Zielsetzung

Ziel des Versuchs ist es den Aufbau und die Funktionsweise eines Sagnac-Interferometers kennenzulernen und sich mit diesem vertraut zu machen. Danach wird der Aufbau benutzt, um die Brechungsindizes von Glas und Luft zu bestimmen.

2 Theoretische Grundlagen

In diesem Abschnitt werden die theoretischen Grundlagen für die Durchführung des Versuchs erläutert.

2.1 Interferenz

Interferenz ist ein Phänomen, welches auftritt, wenn zwei Wellen aufeinandertreffen. Dabei überlagern sich die Wellen und es entsteht ein neues Wellenmuster. Dieses neue Wellenmuster ist abhängig von der Phasenverschiebung der Wellen. Damit die Wellen interferieren können müssen aber bestimmte Bedingungen erfüllt sein. Sie müssen die gleiche Polarisierung haben und zueinander kohärent sein. Senkrecht zueinander polarisierte Lichtstrahlen interferieren nicht.

2.1.1 Kohärenz

Die zeitliche Kohärenz beschreibt die zeitliche Stabilität einer Welle. Sie hängt dabei von der Zeit ab, in welcher die Lichtquelle in einer vorhersagbaren Weise oszilliert. Nach dieser Zeit, welche auch Kohärenzzeit genannt wird, ändert die Quelle willkürlich ihre Phase. Nur Licht, welches innerhalb dieser Kohärenzzeit abgestrahlt wurde kann interferieren. Die in der Kohärenzzeit durchlaufene Weglänge wird als Kohärenzlänge bezeichnet. Sie gibt ein Maß dafür, bei wie viel Weglängendifferenz die Interferenz noch beobachtet werden kann. Bei gewöhnlichen Gasentladungslampen liegt die Kohärenzlänge im Bereich von einigen Millimetern, während Laser sogar Kohärenzlängen von mehreren Kilometern erreichen können [1, S. 771]. Die räumliche Kohärenz beschreibt dagegen in welcher räumlichen Ausdehnung die Welle interferieren kann. Sie hängt ab von der Quellgröße (real keine Punktquelle) und der Kohärenzzeit. Zwei Wellen sind genau dann räumlich kohärent wenn das Verhalten der Welle in einem Punkt durch das Verhalten der Welle in einem anderen Punkt beschrieben werden kann.

2.2 Kontrast des Interferometers

Der Kontrast, oder auch die Sichtbarkeit, liefert eine quantitative Aussage über die Qualität des Interferenzmusters. Er ist dabei definiert als

$$v = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}. \quad (1)$$

Der Kontrast beschreibt also das Verhältnis der maximalen und minimalen Intensität des Interferenzmusters und somit wie gut das Interferenzmuster zu erkennen ist. Ein Kontrast von $v = 1$ bedeutet, dass die minimale Intensität $I_{\min} = 0$ ist. Ein Kontrast von $v = 0$ bedeutet, dass die minimale Intensität $I_{\min} = I_{\max}$ ist. In diesem Fall ist die Interferenz nicht zu erkennen.

2.3 Brechungsindex von Glas

Der Brechungsindex des Glases kann über die durch das Glas hervorgerufene Phasenverschiebung bestimmt werden. Dabei erzeugt eine einzelne planparallele Glasplatte mit Brechungsindex n für kleine Drehwinkel θ eine Phasenverschiebung von

$$\Delta\Phi(\Delta\theta) = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{vac}}} T \left(\frac{n-1}{2n} \Delta\theta^2 + O(\Delta\theta^4) \right) [2]. \quad (2)$$

Dabei ist λ_{vac} die Vakuumwellenlänge des Lichts, T die Dicke der Glasplatte und $\Delta\theta$ die Differenz des Drehwinkels des Glasplättchens. Die Phasenverschiebung $\Delta\Phi$ hängt dabei über

$$M = \frac{\Delta\Phi}{2\pi} [2] \quad (3)$$

mit der Anzahl der Interferenzmaxima M zusammen. Kombiniert ergibt sich

$$M = \frac{T}{\lambda_{\text{vac}}} \left(\frac{n-1}{2n} \theta^2 + O(\theta^4) \right). \quad (4)$$

2.4 Brechungsindex von Luft

Der Brechungsindex von Luft kann über die in Abhängigkeit des Drucks p und der Temperatur T stehende Phasenverschiebung bestimmt werden. Ein Lichtstrahl der durch eine Gaszelle mit Länge L läuft erfährt dabei eine Phasenverschiebung von

$$\Delta\Phi(\theta) = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{vac}}} \Delta n L [2]. \quad (5)$$

Mit Hilfe dieser und der Formel für die Interferenzmaxima in Abhängigkeit von der Phasenverschiebung (3) ergibt sich

$$M = \frac{\Delta n L}{\lambda_{\text{vac}}}. \quad (6)$$

2.5 Lorentz-Lorenz-Gesetz

Das Lorentz-Lorenz-Gesetz beschreibt den Zusammenhang zwischen Brechungsindex n und der Polarisation p eines Stoffes. Es lautet

$$\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} = \frac{1}{3} \frac{\rho \alpha}{\epsilon_0} [3] \quad (7)$$

Dabei beschreibt ϵ_r die relative Dielektrizitätskonstante, ρ die Dichte des Stoffes, α die molare Polarisierbarkeit und ϵ_0 die elektrische Feldkonstante. Mit $\epsilon_r = n^2$ [3], $\rho = n/V$ und der Idealen Gasgleichung $pV = Nk_B T$ ergibt sich so

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{1}{3} \frac{\alpha p}{\epsilon_0 k_B T}, \quad (8)$$

wobei k_B die Boltzmann-Konstante ist. Für verdünnte Gase gilt näherungsweise $n^2 + 2 = 3$ [3] und somit

$$n = \sqrt{1 + \frac{\alpha p}{\epsilon_0 k_B T}}, \quad (9)$$

beziehungsweise mit der Näherung

$$\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2} + O(x^2)$$

ergibt sich

$$n \approx 1 + \frac{\alpha p}{2\epsilon_0 k_B T}. \quad (10)$$

3 Versuchsaufbau und Durchführung

Im diesem Abschnitt wird der Aufbau des Versuches und das Messverfahren beschrieben. Es wird ein Sagnac-Interferometer verwendet, welches sich, im Vergleich zu anderen Interferometern wie dem Michelson-Interferometer, durch eine höhere Stabilität auszeichnet und somit besser für die präzise Messung von Brechungsindizes geeignet ist.

3.1 Aufbau

Abbildung 2 zeigt schematisch den verwendeten Aufbau. Grundlegend besteht das Sagnac-Interferometer aus vier Spiegeln und einem Polarisations-Strahlteilerwürfel (kurz „PBSC“ [Polarising Beam Splitter Cube]). Der hier verwendete Aufbau verwendet einen Laser, sechs Spiegeln, einen Polarisationsfilter, zwei PBSC's, zwei Photodioden und wahlweise einen Doppelglashalter oder eine Gaszelle. Dieser Aufbau ist in Abbildung 2 zu sehen. Abbildung 2 zeigt schematisch den verwendeten Aufbau. Der Spiegel M2 wird verwendet um den Auftreffpunkt des Lichtstrahls auf dem Polarisations-Strahlteilerwürfel zu verändern, sodass die Strahlen das Interferometer räumlich getrennt durchlaufen. Dies ist notwendig, um eine Phasenverschiebung zwischen den Strahlen zu ermöglichen. Vor dem PBSC

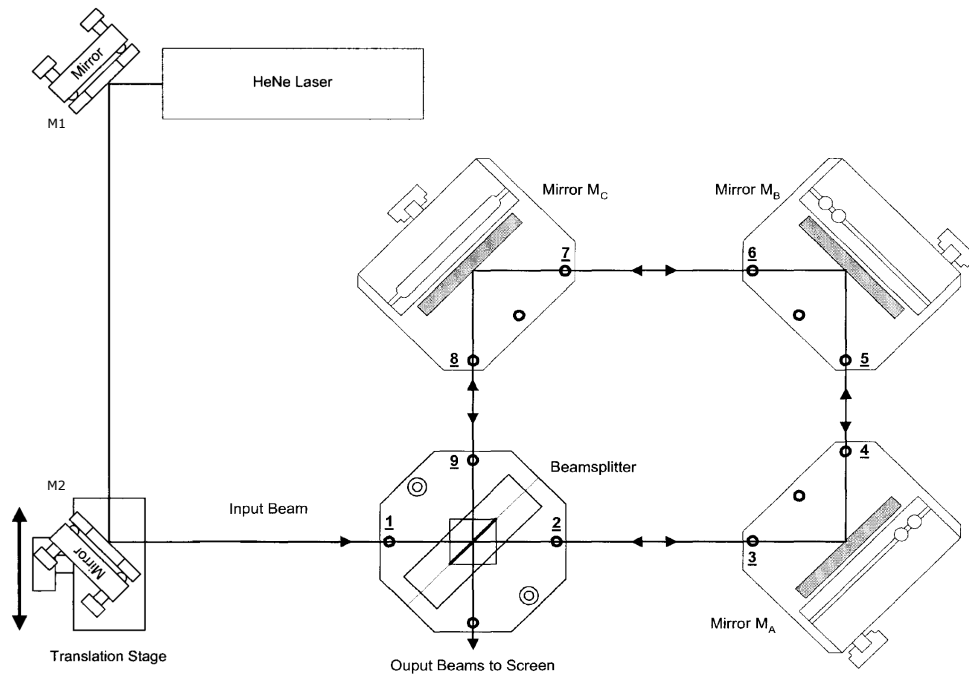


Abbildung 1: Skizze des verwendeten Versuchsaufbau eines Sagnac-Interferometers.[2]

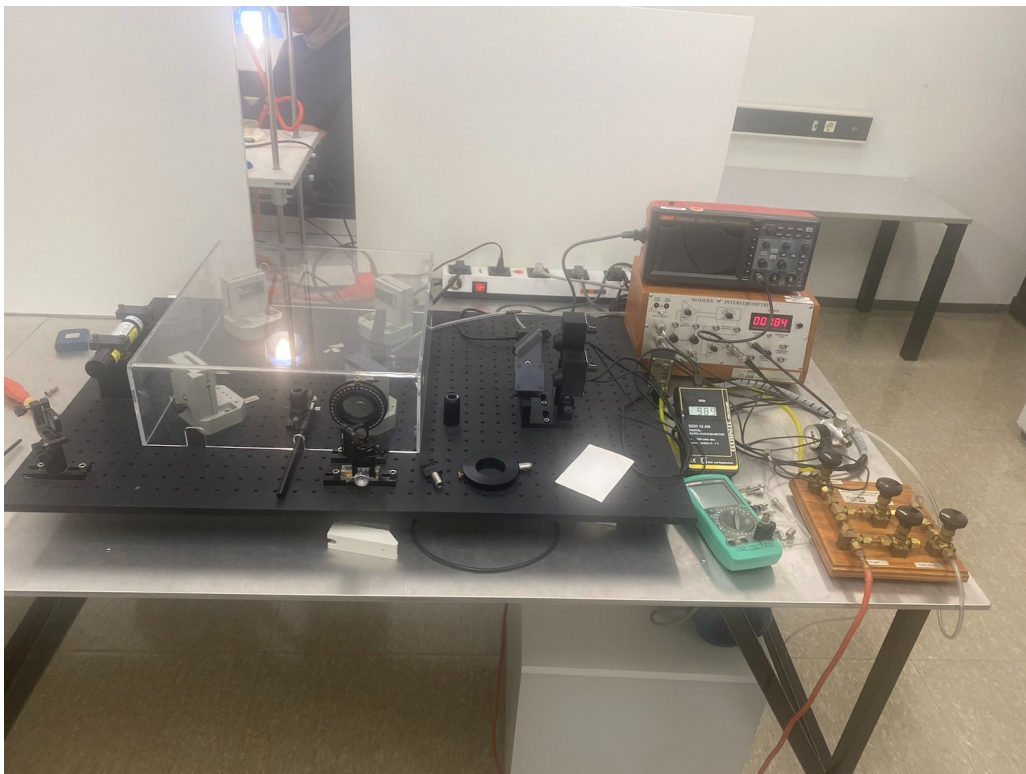


Abbildung 2: Foto des verwendeten Versuchsaufbau eines Sagnac-Interferometers.

befindet sich ein Polarisationsfilter, welcher das Licht des Lasers auf den eingestellten Winkel linear polarisiert. Nur so ist der Polarisations-Strahlteilerwürfel in der Lage den einfallenden Strahl auf eine vertikale und eine horizontale Polarisation zu projizieren. Es entstehen zwei unabhängige Strahlen. Ist der Strahl vor dem Auftreffen auf dem PBSC nicht richtig linear polarisiert, so wird die Intensität nicht gleichmäßig auf die beiden Strahlen aufgeteilt, was zur Folge hat, dass der Kontrast sinkt. Mit Hilfe der Spiegel MA, MB und MC werden die Strahlen so eingestellt, dass sie das Interferometer durchlaufen und nach dem zweiten durchqueren des PBSC wieder vereint sind. Danach trifft das Strahlenbündel auf einen weiteren um 45° gedrehten Polarisations-Strahlteilerwürfel, welcher den Strahl in zwei senkrecht zueinander polarisierte Strahlen projiziert. Diese sind dadurch in der Phase verschoben was die Messung der Anzahl der Maxima mit der Differenzspannungsmethode ermöglicht. Dabei wird die Differenz zwischen den von den Photodioden detektierten Intensitäten gemessen. Um das Interferometer verwenden zu können, muss dieses zuerst justiert werden, damit überhaupt Interferenzerscheinungen auftreten können. Dazu wird ein weiterer Polarisationsfilter und ein simpler Schirm wie beispielsweise ein Blatt Papier verwendet. Ist das Interferometer grob eingestellt, so wird über die Feinjustierschrauben der Spiegel MA, MB und MC die Interferenzerscheinung optimiert, dabei soll ein möglichst heller, streifenloser Punkt auf dem Schirm entstehen.

3.2 Messverfahren

In diesem Kapitel wird das Messverfahren beschrieben. Dabei wird zuerst der Winkel des Polarisationsfilters bestimmt, bei welchem der Kontrast am größten ist. Dazu wird die maximale und minimale Intensität des Strahls, in Abhängigkeit des Polarisationswinkels, mit Hilfe einer der Photodioden gemessen. Zuerst wird alle 15° gemessen, danach erfolgt um das Maximum eine Feinmessung mit $5,0^\circ$ Schritten.

3.2.1 Brechungsindex von Glas

Um den Brechungsindex von Glas zu bestimmen, wird ein Doppelglashalter verwendet. Dieser besteht aus zwei Glasplatten, welche je $\pm 10^\circ$ zum Winkel des Doppelglashalters gedreht sind. Das Sagnac-Interferometer ist dabei so eingestellt, dass nur jeweils ein Strahl eine Glasplatte passiert. So lässt sich ein Phasenunterschied zwischen den Strahlen erzeugen, welcher über die Interferenz messbar ist. Um nun den Brechungsindex zu bestimmen wird die Anzahl der Maxima beziehungsweise Minima gemessen, welche durchlaufen werden, wenn der Doppelglashalter um 10° gedreht wird. Der Brechungsindex lässt sich dann über Gleichung 4 berechnen. Diese Messung wird insgesamt zehn mal durchgeführt, um statistische Fehler zu minimieren.

3.2.2 Brechungsindex von Luft

Der Brechungsindex von Luft wird mit Hilfe einer Gaszelle bestimmt. Diese wird zuerst durch eine Vakuum-Pumpe evakuiert und anschließend in $5,0 \text{ kPa}$ -Schritten mit Luft befüllt. Dabei wird die Anzahl der Maxima/Minima gemessen, welche durchlaufen werden, wenn die Gaszelle befüllt wird. Der Brechungsindex lässt sich dann über Gleichung 6 berechnen. Diese Messung wird dreimal durchgeführt.

4 Auswertung

4.1 Kontrast

Zunächst wird für den Aufbau der Kontrast bestimmt. Dazu werden wie in Unterabschnitt 3.2 beschrieben die Maximale und Minimale Intensität bestimmt. Diese sind in Tabelle 1 dargestellt.

Tabelle 1: Tabellierte Daten der Kontrastmessung

$\phi / ^\circ$	U_{\max} / V	U_{\min} / V	v
0	0,87	0,73	$0,8450 \pm 0,0020$
15	0,69	0,33	$0,3530 \pm 0,0010$
30	0,62	0,11	$0,6920 \pm 0,0023$
40	0,61	0,079	$0,1310 \pm 0,0010$
45	0,70	0,057	$0,8480 \pm 0,0020$
50	0,73	0,055	$0,8590 \pm 0,0020$
55	0,74	0,060	$0,8500 \pm 0,0020$
60	0,84	0,074	$0,8380 \pm 0,0020$
75	1,1	0,28	$0,5890 \pm 0,0010$
90	0,95	0,77	$0,1073 \pm 0,0008$
110	1,6	0,64	$0,4155 \pm 0,0007$
120	2,2	0,35	$0,7200 \pm 0,0007$
140	2,3	0,19	$0,8511 \pm 0,0007$
150	2,0	0,35	$0,7021 \pm 0,0007$
170	1,4	0,60	$0,4000 \pm 0,0008$
180	0,81	0,67	$0,0920 \pm 0,0010$

Der Kontrast wurde dabei mit Gleichung 1 bestimmt und eingetragen. Für den Fehler wurde bei den Spannungen eine Ableseungenauigkeit von 0,0010 V angenommen. Alle Berechnungen, Graphen sowie das Bestimmen der Unsicherheiten werden mit Python 3.8.8 und entsprechenden Bibliotheken¹ durchgeführt. Zum Vergleich mit der Theorie werden diese Daten in Abbildung 3 gegen den erwarteten Verlauf dargestellt.

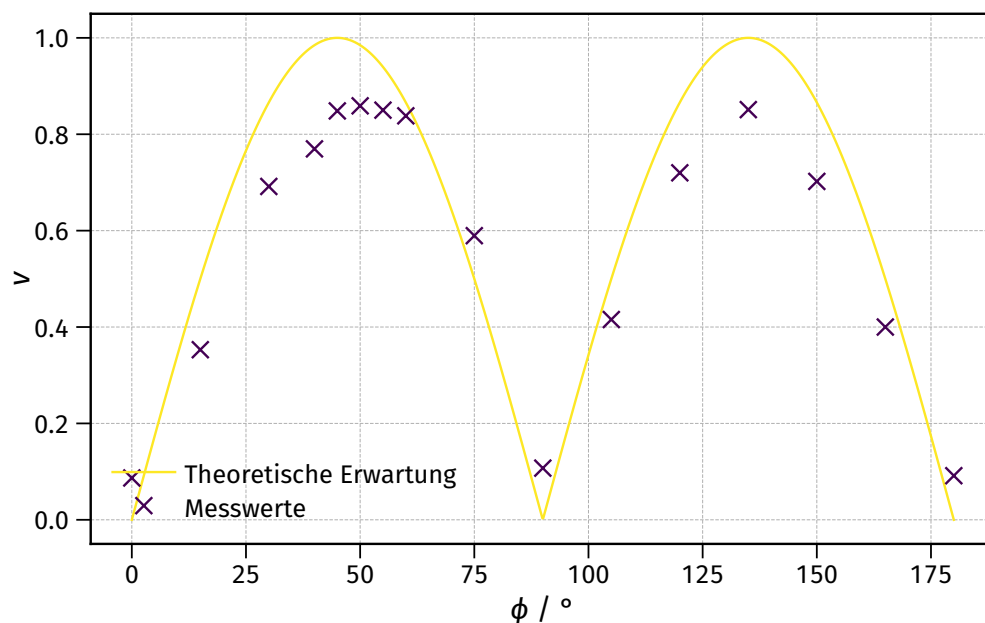


Abbildung 3: Vergleich des gemessenen Kontrast mit der theoretischen Erwartung.

Der Hochpunkt bei 50° wird für den Rest des Versuches eingestellt.

¹Numpy [4], Uncertainties [5] and Matplotlib [6]

4.2 Brechungsindex des Glases

Zur Bestimmung des Brechungsindex von dem eingebauten Glas Plättchen wird die Messung nach Unterunterabschnitt 3.2.1 durchgeführt. Die Daten sind in Tabelle 2 dargestellt. Der Brechungsindex wird durch Gleichung 4 bestimmt. Diese muss allerdings durch die Nullwinkel der Plättchen noch angepasst werden.

$$\begin{aligned}
 M &= \frac{T(n-1)}{2\lambda_{\text{vac}}n} ((\theta + 10^\circ)^2 - (\theta - 10^\circ)^2) \\
 &= \frac{T(n-1)}{2\lambda_{\text{vac}}n} (410^\circ\theta) \\
 \leftrightarrow n &= \frac{1}{1 - \frac{\lambda_{\text{vac}}M}{2T\theta 10^\circ}}
 \end{aligned}$$

Für die Wellenlänge wird der Wert $\lambda_{\text{vac}} = 630 \text{ nm}$ [2] verwendet. T hat den Wert $1,0 \text{ mm}$ [2]. Werden die Winkel in den Bogenmaß übersetzt ergeben sich die Brechungsindices in Tabelle 2.

Tabelle 2: Tabellierte Daten der Brechungsindex Bestimmung des Glases

Anzahl der Nulldurchgänge	Brechungsindex n
39	1,7
39	1,7
37	1,6
39	1,7
40	1,7
39	1,7
38	1,7
39	1,7
41	1,7
39	1,7

Dadurch ergibt sich durch [4] und [5] ein Wert von $1,68 \pm 0,03$.

4.3 Brechungsindex von Luft

Für den Brechungsindex von Luft werden wie in Unterunterabschnitt 3.2.2 drei Messungen durchgeführt. Diese Ergebnisse sind in Tabelle 3 dargestellt.

Tabelle 3: Tabellierte Daten der Messreihen zur Bestimmung der Brechungsindizes n von Luft mit bestimmten Index.

p / mbar	# Messreihe 1	n	# Messreihe 2	n	# Messreihe 3	n
50	2,0	1,0	2,0	1,0	2,0	1,0
100	4,0	1,0	4,0	1,0	4,0	1,0
150	6,0	1,0	6,0	1,0	6,0	1,0
200	8,0	1,0	8,0	1,0	8,0	1,0
250	10	1,0	10	1,0	10	1,0
300	12	1,0	12	1,0	12	1,0
350	14	1,0	14	1,0	15	1,0
400	17	1,0	17	1,0	17	1,0
450	19	1,0	19	1,0	19	1,0
500	21	1,0	21	1,0	21	1,0
550	23	1,0	23	1,0	23	1,0
600	25	1,0	25	1,0	25	1,0
650	27	1,0	27	1,0	27	1,0
700	29	1,0	29	1,0	29	1,0
750	31	1,0	32	1,0	32	1,0
800	34	1,0	34	1,0	34	1,0
850	36	1,0	36	1,0	36	1,0
900	38	1,0	38	1,0	38	1,0
950	40	1,0	40	1,0	40	1,0
990	42	1,0	42	1,0	42	1,0

Der Brechungsindex wird durch Gleichung 6 bestimmt. Diese lässt sich zu

$$n = 1 + \frac{\lambda_{\text{vac}} M}{L}.$$

umstellen. Um die Abhängigkeit des Brechungsindex zu dem Druck und der Temperatur zu finden, wird der Brechungsindex gegen den gemessenen Druck in Abbildung 4, Abbildung 5 und Abbildung 6 für die verschiedenen Messreihen aufgetragen.

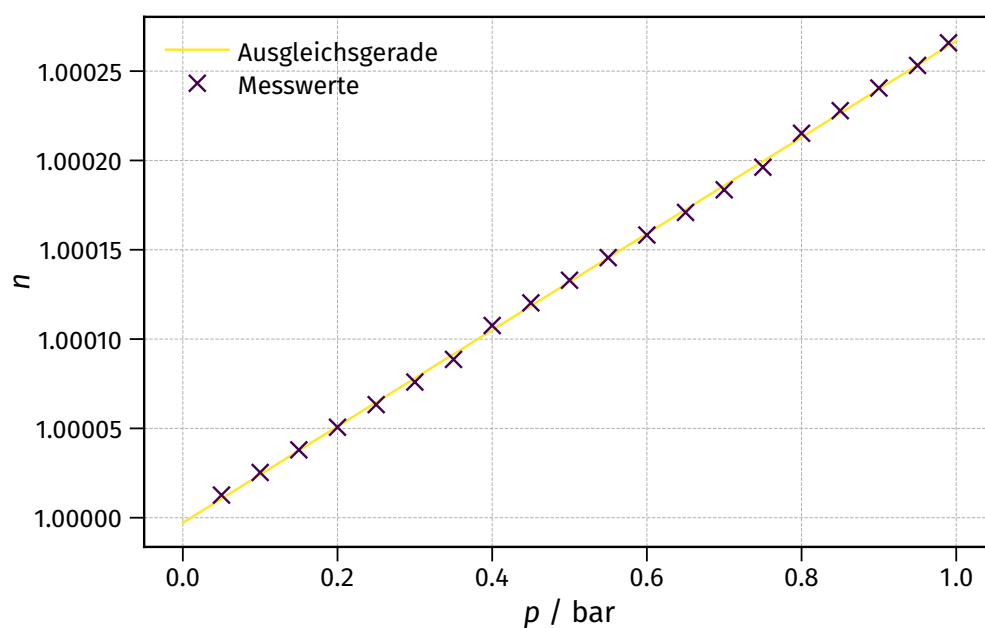


Abbildung 4: Brechungsindex der ersten Messreihe gegen den Druck.

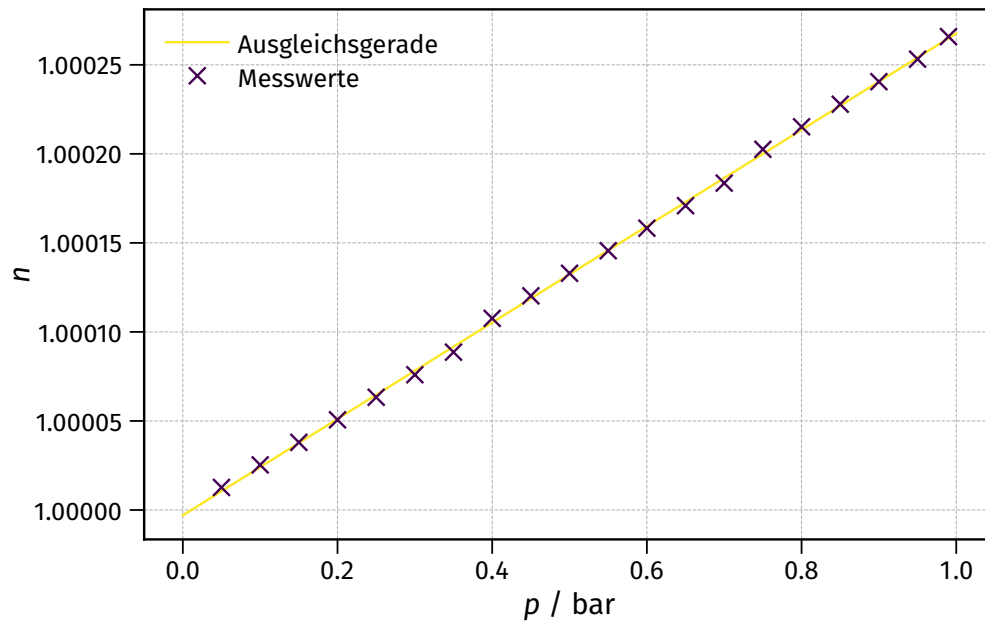


Abbildung 5: Brechungsindex der ersten Messreihe gegen den Druck.

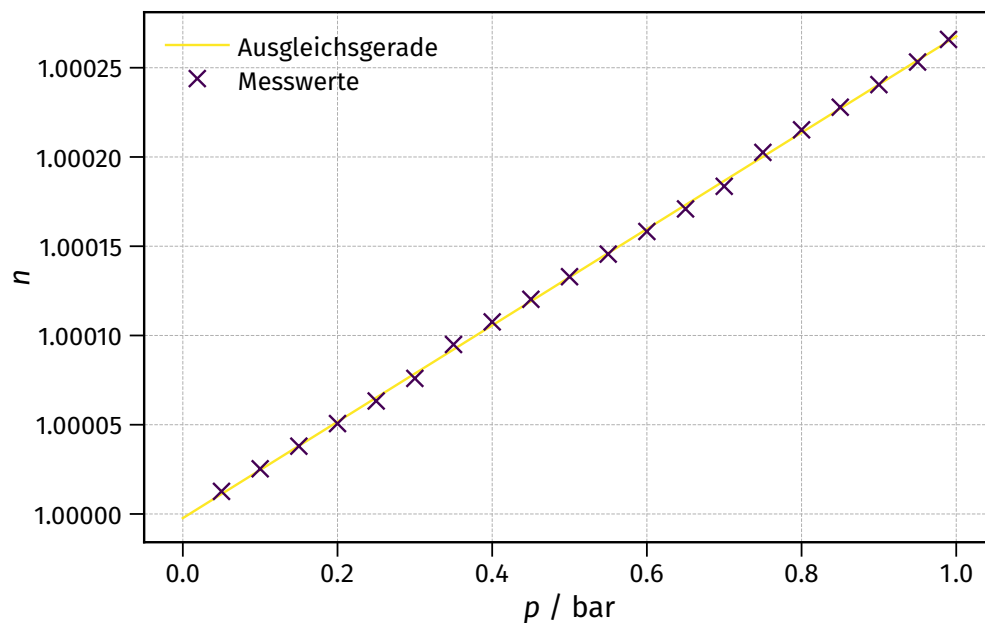


Abbildung 6: Brechungsindex der ersten Messreihe gegen den Druck.

Nach Gleichung 10 sollte sich eine Gerade ergeben. Durch die Punkte wird so Fit mit [7] gemacht. Um die richtigen Einheiten zu bekommen wird die gemessene Raumtemperatur von 22° in 290 K umgewandelt. Mit der Form $n(p) = a_i p + b_i$ ergeben sich die Werte

$$\begin{aligned} a_1 &= (2,698 \pm 0,014) \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{bar}} & b_1 &= 0,999\,997\,1 \pm 0,000\,000\,9 \\ a_2 &= (2,706 \pm 0,014) \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{bar}} & b_2 &= 0,999\,997\,0 \pm 0,000\,000\,8 \\ a_3 &= (2,700 \pm 0,014) \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{bar}} & b_3 &= 0,999\,997\,7 \pm 0,000\,000\,8 \end{aligned}$$

Wird die Gerade mit der Gleichung 10 verglichen ergeben sich die Werte:

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= (1,939 \pm 0,001) \cdot 10^{-40} \frac{\text{A}^2 \text{s}^4}{\text{kg}} \\ \alpha_2 &= (1,945 \pm 0,001) \cdot 10^{-40} \frac{\text{A}^2 \text{s}^4}{\text{kg}} \\ \alpha_3 &= (1,940 \pm 0,001) \cdot 10^{-40} \frac{\text{A}^2 \text{s}^4}{\text{kg}}.\end{aligned}$$

Dafür wurde für die Elektrische Feldkonstante der Wert $\epsilon_0 = 8,9 \cdot 10^{-12} \text{ A s / (V m)}$ [8] verwendet. Somit ist nun die vollständige Abhängigkeit des Brechungsindizes von p und T bekannt. Die Brechungsindizes bei Normalbedingungen $p = 1000 \text{ hPa}$ $T = 15^\circ$ sind somit

$$\begin{aligned}n_1 &= 1,000\,279\,0 \pm 0,000\,000\,2 \\ n_2 &= 1,000\,279\,9 \pm 0,000\,000\,1 \\ n_3 &= 1,000\,279\,2 \pm 0,000\,000\,1.\end{aligned}$$

5 Diskussion

5.1 Kontrast

In Abbildung 3 ist zu beobachten, dass die Phase der gemessenen Daten zwar gut zu der theoretischen Erwartung passt, allerdings nicht der erwartete Höchstkontrast von 1 erreicht wird. Dies liegt vor allem an den verwendeten optischen Bauteilen. Die Spiegel und Filter sind nicht ideal und absorbieren Licht. Damit wird die Maximale Intensität geringer. Dazu kommt, dass es durch Lichtquellen im Hintergrund zu einer Verschiebung des Miniums und somit zu einer Verminderung des Kontrasts kommt. Insgesamt reicht der Maximale Kontrast von $0,859 \pm 0,002$ aber aus um die weiteren Messungen durchzuführen.

5.2 Brechungsindex des Glases

Da die genaue Art des Glases nicht bekannt ist, lassen sich Rückschlüsse auf die passende Größenordnung der Brechungsindexes schließen. Nach [9] haben viele der herkömmlichen Gläser einen Brechungsindex von etwa 1,5. Damit weicht das Ergebnis der Messung mit $n = 1,68 \pm 0,03$ um $(12,1 \pm 2,0) \%$ vom Literaturwert ab, sofern es sich um herkömmliche Gläser handelt. Um genauere Ergebnisse für den Brechungsindex des Glases zu erhalten, könnten mehr Messreihen durchgeführt werden und auch das Interferometer auf einen höheren Kontrast eingestellt werden. Dazu kommt, dass die Messung durch den elektronischen Zähler verfälscht werden kann, da dieser grade bei viel Hintergrund falsch zählen kann. Dreck auf den Spiegeln, oder den Gläsern kann ebenfalls zu Fehlern führen.

5.3 Brechungsindex des Gases

Für Luft lässt sich bei Normalbedingungen ein Literaturwert von $1,0$ [9] erwarten. Das bedeutet für die Nachkommastellen der Brechungsindizes eine Relativeabweichung von

$$\begin{aligned}\Delta n_1 &= (0,900 \pm 0,005) \% \\ \Delta n_2 &= (1,200 \pm 0,005) \% \\ \Delta n_3 &= (1,000 \pm 0,005) \%\end{aligned}$$

Damit ist der Aufbau gut geeignet um den Brechungsindex von Gasen zu bestimmen. Auch in diesem Fall kommen die Fehler aus den gleichen Gründen wie bei dem Glas. Der im Vergleich zur Glasmessung geringere Fehler könnte durch die größere Anzahl an Messwerten zustande kommen. Insgesamt ist der Aufbau also gut geeignet um Brechungsindizes zu bestimmen.

Literatur

- [1] Eugene Hecht. Optik. Berlin, Boston: De Gruyter, 2018. ISBN: 9783110526653. DOI: doi:10.1515/9783110526653. URL: <https://doi.org/10.1515/9783110526653>.
- [2] Versuch Nr. 64. Moderne Interferometrie. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2023.
- [3] Thomas G. Mayerhöfer und Jürgen Popp. „Beyond Beer’s Law: Revisiting the Lorentz-Lorenz Equation“. In: Chem-PhysChem 21.12 (2020), S. 1218–1223. DOI: <https://doi.org/10.1002/cphc.202000301>. eprint: <https://chemistry-europe.onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/cphc.202000301>. URL: <https://chemistry-europe.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/cphc.202000301>.
- [4] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: Computing in Science & Engineering 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [5] Eric O. Lebigot. Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [6] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: Computing in Science & Engineering 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [7] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. SciPy: Open source scientific tools for Python. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [8] J. Krause J. Grehn. Metzler Physik. 4. Aufl. Braunschweig: Bildunghaus Schulbuchverlage, 2007. ISBN: 978-3-507-10710-6.
- [9] Refractive index database. Mikhail Polyanskiy. URL: <https://refractiveindex.info/> (besucht am 30.04.2022).