

# Tutorial TEP 02/2016 - Prova 01

## Acerte a lata

**Categoria:** *Geometria Computacional* **Tópico Principal:** *Distância entre ponto e segmento de reta*  
**Dificuldade:** Médio

A ideia central deste problema é computar a distância entre um ponto  $Q$  (onde está localizada a lata) e o segmento de reta formado pelos pontos  $L, P$ , que marcam o lançamento e o ponto de parada.

Esta distância pode ser computada determinando o ponto  $R$  da reta que passa por  $L, P$  que é o mais próximo possível de  $Q$ . Se este ponto estiver no segmento, a distância será  $d = \text{dist}(Q, R)$ ; caso contrário,  $d = \min(\text{dist}(L, R), \text{dist}(L, P))$ .

A classe abaixo representa uma reta e contém o método que computa o ponto  $R$  mais próximo possível de  $Q$ .

```
class Line {
public:
    double a;
    double b;
    double c;

    Line(const Point& p, const Point& q)
    {
        a = p.y - q.y;
        b = q.x - p.x;
        c = p.x * q.y - p.y * q.x;
    }

    Point closest(const Point& Q) const
    {
        auto m = a*a + b*b;
        auto x = (b*(b*Q.x - a*Q.y) - a*c)/m;
        auto y = (a*(-b*Q.x + a*Q.y) - b*c)/m;

        return Point(x, y);
    }
};
```

Já a classe abaixo representa um segmento, com um método que determina se um ponto  $P$ , que pertence à reta que passa pelo segmento  $AB$ , está contido ou não no segmento.

```
class Segment {
public:

    Point A, B;

    Segment(const Point& Av, const Point& Bv) : A(Av), B(Bv) {}

    bool contains(const Point& P) const
    {
        if (A.x == B.x)
            return min(A.y, B.y) <= P.y and P.y <= max(A.y, B.y);
        else
            return min(A.x, B.x) <= P.x and P.x <= max(A.x, B.x);
    }
};
```

```
};
```

Com estas informações, basta seguir os critérios de vitória e desempate listados no texto do problema.

## Bom trabalho

**Categoria:** *Geometria Computacional* **Tópico Principal:** *Orientação de um ponto em relação a uma reta* **Dificuldade:** Fácil

Neste problema, dado um ponto  $R$  e uma reta  $r$  que passa pelos pontos  $P$  e  $Q$ , é preciso determinar qual dos três casos abaixo é verdadeiro:

1.  $R$  pertence a  $r$ ;
2.  $R$  está à esquerda de  $r$ , no sentido de  $P$  a  $Q$ ;
3.  $R$  está à direita de  $r$ , no sentido de  $P$  a  $Q$ .

Isto pode ser feito através do discriminante  $D$ , implementado abaixo:

```
int D(const Point& P, const Point& Q, const Point& R)
{
    return (P.x * Q.y + P.y * R.x + Q.x * R.y) - (R.x * Q.y + R.y * P.x + Q.x * P.y);
}
```

Assim, basta incrementar o contador de estacas desalinhadas sempre que  $D$  for diferente de zero, e computar o custo final através de uma multiplicação simples. Uma forma de evitar erros de arredondamento é trabalhar com valores em centavos, fazendo a conversão apenas na hora da impressão.

Para ler o valor como centavos, basta fazer

```
int R, C;
scanf("%d,%d", &R, &C);
int cents = R*100 + C;
```

A impressão do custo pode ser feita através da expressão

```
printf("Custo: R$ %d,%02d\n", cost / 100, cost % 100);
```

## Cães e Gatos

**Categoria:** *Geometria Computacional* **Tópico Principal:** *Vetores* **Dificuldade:** Médio

Para cada um dos cães, a primeira providência é computar a distância entre o ponto  $C$  onde sua corrente está presa e o gato (ponto  $G$ ). Se esta distância  $d$  for menor ou igual ao comprimento da  $M$  corrente, o gato perderá uma de suas vidas.

Caso  $d > M$ , o cachorro correrá da direção do gato, até a onde sua corrente permitir, ficando o mais próximo possível do felino. Em termos geométricos, o cão ficará posicionado em um ponto  $P$  da reta  $CG$ , ficando a uma distância  $M$  de  $C$ .

Para encontrar  $P$ , basta computar o vetor  $v$  que parte de  $C$  a  $G$  ( $v = G - C$ ) e, em seguida, o vetor unitário  $u$  que tem mesma direção e sentido de  $v$  ( $u = v/|v|$ ). Assim,  $P = C + u$  (adição e subtração de pontos: coordenada a coordenada).

Vale notar que, pela restrição da entrada, restará ao gato sempre ao menos uma vida, e que a primeira comparação (entre  $d$  e  $M$ ) pode ser feita sem o uso de ponto flutuante (compare  $d^2$  com  $M^2$ ).

# Desenvolvendo a API

**Categoria:** *Geometria Computacional* **Tópico Principal:** *Rotações e escala* **Dificuldade:** Fácil

O problema consiste em aplicar rotações e operações de escala em um dado ponto. Ele se torna um pouco mais fácil do que o problema geral por dois motivos:

1. As rotações são feitas apenas em múltiplos de  $90^\circ$ ;
2. As constantes de escala são potências positivas e negativas de 2.

Estes fatores permitem trabalhar com coordenadas inteiras  $x$ ,  $y$  e um fator de zoom  $k$ , também inteiro. Rotacionar  $90^\circ$ , no sentido anti-horário, é equivalente a permutar as coordenadas do ponto, tomando o simétrico da primeira nova coordenada:

```
using ii = pair<long long, long long>;

ii rotate90(const ii& v)
{
    return ii(-v.y, v.x);
}
```

As operações de *zoom out* e *zoom in* equivalem a incrementos e decrementos do fator  $k$ . As operações só precisam ser efetivamente realizadas no momento da impressão, tomando cuidado para não alterar os valores de  $x$ ,  $y$ : use duas variáveis em ponto flutuante para as operações caso  $k < 0$ , e use o operador `<<` caso  $k > 0$ .

O problema se tornaria mais difícil se removida a restrição do módulo das coordenadas, mas a abordagem de acumular o fator de *zoom* ainda seria válida.