# ΘΕΜΑ

## Στο μάθημα Ανάλυση Συστημάτων Ηλεκτρικής Ενέργειας (8ο εξάμηνο)

- **Περιγραφή του προβλήματος**

Θεωρούμε έναν μικρό ιδιώτη παραγωγό ο οποίος έχει στην κατοχή του δύο (2) θερμικές και τρεις (3) υδροηλεκτρικές μονάδες, τα τεχνικά χαρακτηριστικά των οποίων παρουσιάζονται αναλυτικά στον Πίνακα 1. Ο ιδιώτης παραγωγός συμμετέχει σε ημερήσια αγορά ηλεκτρικής ενέργειας (day-ahead energy market) θεωρώντας γνωστές (βάσει πρόβλεψης) τις τιμές εκκαθάρισης της αγοράς για τις επόμενες 24 ώρες. Ο ιδιώτης παραγωγός δεν έχει τη δυνατότητα να επηρεάσει την τιμή ενέργειας λόγω του ότι κατέχει μικρό μόνο μερίδιο της αγοράς. Λειτουργεί δηλαδή ως δέκτης τιμών (price-taker). Το συνολικό δυναμικό του ιδιώτη παραγωγού είναι αρκετά μικρότερο της συνολικής ζήτησης φορτίου του Συστήματος. Στόχος του ιδιώτη παραγωγού είναι ο υπολογισμός του βέλτιστου προγράμματος εκκίνησης, λειτουργίας και κράτησης των (θερμικών και υδροηλεκτρικών) μονάδων του, όπως επίσης και της ωριαίας παραγωγής ισχύος κάθε μονάδας του για τις επόμενες 24 ώρες, έτσι ώστε να μεγιστοποιείται το αναμενόμενο κέρδος του από την πώληση ενέργειας στην ημερήσια αγορά ενέργειας. Οι τιμές εκκαθάρισης της αγοράς για τις επόμενες 24 ώρες δίνονται στον Πίνακα 2. Το παραπάνω πρόβλημα είναι ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης με εξισωτικούς και ανισωτικούς περιορισμούς, το οποίο διαμορφώνεται ως πρόβλημα με ακέραιες και δυαδικές μεταβλητές (πρόβλημα μικτού-ακέραιου προγραμματισμού - mixed-integer programming, MIP) και μπορεί να διατυπωθεί μαθηματικά ως εξής:

- **Σύνολα**

$i\,(I)$ Δείκτης (Σύνολο) των μονάδων παραγωγής (θερμικές & υδροηλεκτρικές),

$j\,(\mathcal{J})$ Δείκτης (Σύνολο) των υδροηλεκτρικών μονάδων (υποσύνολο του $I$)

$t\,(\mathcal{T})$ Δείκτης (Σύνολο) των ωρών του χρονικού ορίζοντα προγραμματισμού

- **Μεταβλητές**

$p_i(t)$ Ισχύς εξόδου της μονάδας ‘i’ την ώρα ‘t’ (MW),

$u_i(t)$ 0/1 μεταβλητή που ισούται με 1, εάν η μονάδα ‘i’ λειτουργεί (συγχρονισμένη) την ώρα ‘t’

$y_i(t)$ 0/1 μεταβλητή που ισούται με 1, αν η μονάδα ‘i’ συγχρονίζεται στην αρχή της ώρας ‘t’,

$z_i(t)$ 0/1 μεταβλητή που ισούται με 1, αν η μονάδα ‘i’ αποσυγχρονίζεται στην αρχή της ώρας ‘t’.

- **<u>Σταθερές</u>**

$\lambda_t$ Τιμή ενέργειας την ώρα ‘t’ (€/MWh),

$P_i^{\min}$ Ελάχιστη καθαρή ισχύς εξόδου της μονάδας ‘i’ (MW)

$P_i^{\max}$ Μέγιστη καθαρή ισχύς εξόδου της μονάδας ‘i’ (MW),

$E_j^{\min}$ Ελάχιστη (υποχρεωτική) παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας της υδροηλεκτρικής μονάδας ‘j’ κατά τη διάρκεια του χρονικού ορίζοντα προγραμματισμού, για λόγους άρδευσης, ύδρευσης ή αποφυγής υπερχείλισης (MWh)

$E_j^{\max}$ Μέγιστη παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας της υδροηλεκτρικής μονάδας ‘j’ κατά τη διάρκεια του χρονικού ορίζοντα προγραμματισμού (MWh)

$b_i$ Διαφορικό κόστος λειτουργίας της μονάδας ‘i’ (€/MWh)

$NLC_i$ Σταθερό κόστος λειτουργίας της μονάδας ‘i’ (€/h),

$SDC_i$ Κόστος κράτησης της μονάδας ‘i’ (€),

$SUC_i$ Κόστος εκκίνησης της μονάδας ‘i’ (€),

$UT_i$ Ελάχιστος χρόνος λειτουργίας της μονάδας ‘i’ (h),

$DT_i$ Ελάχιστος χρόνος κράτησης της μονάδας ‘i’ (h),

$RU_i$ Μέγιστος ρυθμός αύξησης της ισχύος εξόδου της μονάδας ‘i’ (MW/h),

$RD_i$ Μέγιστος ρυθμός μείωσης της ισχύος εξόδου της μονάδας ‘i’ (MW/h),

$T_{\max}$ Πλήθος ωρών του χρονικού ορίζοντα προγραμματισμού (h)

$P_i^{ini}$ Ισχύς εξόδου της μονάδας ‘i’ στην αρχή του ορίζοντα προγραμματισμού (t=0) (MW)

$T_i^{ini}$ Πλήθος ωρών που η μονάδα ‘i’ βρισκόταν εντός/εκτός λειτουργίας στην αρχή του ορίζοντα προγραμματισμού (t=0) (h) (Εντός : $T_i^{ini} > 0$, Εκτός: $T_i^{ini} < 0$)

$u_i^{ini}$ Κατάσταση λειτουργίας της μονάδας ‘i’ στην αρχή του ορίζοντα προγραμματισμού (t=0) (Εντός : $u_i^{ini} = 1$, Εκτός: $u_i^{ini} = 0$)

- **<u>Αντικείμενη συνάρτηση του προβλήματος</u>**

$$\text{Profit} = \sum_{t\in\mathcal{T}}\sum_{i\in I}\left(\lambda_t \cdot p_{it} - (NLC_i \cdot u_{it} + b_i \cdot p_{it} + SUC_i \cdot y_{it} + SDC_i \cdot z_{it})\right) \qquad (1)$$

Στην παραπάνω εξίσωση, ο πρώτος όρος του δεξιού μέλους εκφράζει τα έσοδα των μονάδων από την πώληση ενέργειας, ενώ ο δεύτερος όρος εκφράζει το συνολικό κόστος λειτουργίας των μονάδων σε μία χρονική περίοδο μελέτης (24 ώρες). Στόχος του προβλήματος είναι η <u>μεγιστοποίηση</u> της τιμής της παραπάνω συνάρτησης, ενώ ικανοποιούνται ταυτόχρονα οι περιορισμοί (2)-(18) που ακολουθούν.

Το συνολικό λειτουργικό κόστος μίας μονάδας παραγωγής περιλαμβάνει το σταθερό κόστος λειτουργίας (ανεξάρτητο της ισχύος εξόδου), το μεταβλητό κόστος λειτουργίας (εξαρτώμενο από την έξοδο της μονάδας), το κόστος εκκίνησης και το κόστος κράτησης της μονάδας. Στο συγκεκριμένο πρόβλημα το μεταβλητό κόστος λειτουργίας μοντελοποιείται ως <u>γραμμική και όχι ως τετραγωνική συνάρτηση</u> της ισχύος εξόδου της μονάδας.

- **<u>Περιορισμοί ελάχιστου χρόνου λειτουργίας/κράτησης και ένταξης μονάδων</u>**

- $$\sum_{\tau=t-UT_i+1}^{\tau=t} y_{i\tau} \le u_{it} \qquad \forall i\in I, t\in\mathcal{T} \qquad (2)$$

Η ανισότητα (2) εκφράζει τον περιορισμό ελάχιστου χρόνου λειτουργίας ($UT_i$ h) της μονάδας ‘i’. Ο περιορισμός (2) φροντίζει ώστε η μονάδα ‘i’ να λειτουργεί <u>υποχρεωτικά</u> κατά την ώρα ‘t’ ($u_{it} = 1$) αν η εκκίνησή της άρχισε κατά τις $UT_i - 1$ προηγούμενες ώρες ($y_{i\tau} = 1$ για κάποιο $\tau \in [t - UT_i + 1, t]$). Θεωρούμε ότι η μονάδα ‘i’ λειτουργεί κατά την ώρα εκκίνησής της ($y_{it} = 1 \Rightarrow u_{it} = 1$).

- $$\sum_{\tau=t-DT_i+1}^{\tau=t} z_{i\tau} \le 1 - u_{it} \qquad \forall i\in I, t\in\mathcal{T} \qquad (3)$$

Η ανισότητα (3) εκφράζει τον περιορισμό ελάχιστου χρόνου κράτησης ($DT_i$ h) της μονάδας ‘i’. Ο περιορισμός (3) φροντίζει ώστε η μονάδα ‘i’ να μείνει <u>υποχρεωτικά</u> εκτός λειτουργίας κατά την ώρα ‘t’ ($u_{it} = 0$) αν η κράτησή της ξεκίνησε κατά τις $DT_i - 1$ προηγούμενες ώρες ($z_{it} = 1$για κάποιο $\tau \in [t - DT_i + 1, t]$). Θεωρούμε ότι η μονάδα ‘i’ βρίσκεται <u>εκτός</u> λειτουργίας την ώρα αποσυγχρονισμού της ($z_{it} = 1 \Rightarrow u_{it} = 0$)

- $y_{it} - z_{it} = u_{it} - u_{i(t-1)} \qquad \forall i \in I, t \in \mathcal{T} \qquad (4)$

Ο περιορισμός (4) υποδηλώνει την μετάβαση της μονάδας από την κατάσταση λειτουργίας (on-line) στην κατάσταση εκτός λειτουργίας (off-line) και αντιστρόφως. Έστω ότι την ώρα ‘t’ η μονάδα τίθεται εντός λειτουργίας ( $y_{it} = 1$), οπότε θα ισχύει $u_{it} = 1$ και $u_{i(t-1)} = 0$, δεδομένου ότι την ώρα ‘t-1’ η μονάδα βρισκόταν εκτός λειτουργίας. Ομοίως, στην περίπτωση όπου η μονάδα σβήνει την ώρα ‘t’, θα ισχύει $z_{it} = 1$, $u_{it} = 0$ και $u_{i(t-1)} = 1$, δεδομένου ότι την ώρα ‘t-1’ η μονάδα βρισκόταν εντός λειτουργίας.

- $y_{it} + z_{it} \leq 1 \qquad \forall i \in I, t \in \mathcal{T} \qquad (5)$

Ο περιορισμός (5) ορίζει ότι μέχρι μία μεταβλητή από τις παραπάνω μπορεί να πάρει τιμή ίση με 1 σε μία συγκεκριμένη ώρα ‘t’ δηλ. δεν είναι δυνατόν η μονάδα ‘i’ να βρίσκεται σε κατάσταση εκκίνησης και αποσυγχρονισμού ταυτόχρονα.

## ➢ **Περιορισμοί μέγιστης και ελάχιστης ισχύος εξόδου**

- $p_{it} \geq P_i^{\min} \cdot u_{it} \qquad \forall i \in I, t \in \mathcal{T} \qquad (6)$

Ο περιορισμός (6) ορίζει ότι σε κάθε ώρα ‘’t’ που η μονάδα ‘i’ είναι εντός λειτουργίας $(u_{it} = 1)$, η ισχύς εξόδου της μονάδας θα πρέπει να είναι μεγαλύτερη ή ίση του τεχνικού ελάχιστου $P_i^{\min}$.

- $p_{it} \leq P_i^{\max} \cdot \left(u_{it} - z_{i(t+1)}\right) + RD_i \cdot z_{i(t+1)} \qquad \forall i \in I, t \in \mathcal{T} \qquad (7)$

Ο περιορισμός (7) ορίζει ότι, εάν η μονάδα ‘i’ βρίσκεται εντός λειτουργίας την ώρα ‘t’ $(u_{it} = 1)$ τότε:

1. Εάν δεν πρόκειται να αποσυγχρονιστεί την ώρα ‘t+1’ $(z_{i(t+1)} = 0)$, η ισχύς εξόδου την ώρα ‘t’ θα είναι μικρότερη ή ίση της μέγιστης ισχύος εξόδου $P_i^{\max}$.
2. Εάν πρόκειται να αποσυγχρονιστεί την ώρα ‘t+1’ $(z_{i(t+1)} = 1)$, η ισχύς εξόδου την ώρα ‘t’ ‘επιβάλλεται’ να είναι μικρότερη ή ίση του αντίστοιχου ορίου $RD_i$.

- $p_{it} \le p_{i(t-1)} + RU_i \qquad \forall i \in I, t \in \mathcal{T} \qquad (8)$

Ο περιορισμός (8) ορίζει ότι η αύξηση της ισχύς εξόδου την ώρα ‘t’ σε $p_{it}$ από $p_{i(t-1)}$ της προηγούμενης ώρας περιορίζεται από το μέγιστο ρυθμό αύξησης της ισχύος $RU_i$.

- $p_{i(t-1)} \le p_{it} + RD_i \qquad \forall i \in I, t \in \mathcal{T} \qquad (9)$

Ο περιορισμός (9) ορίζει ότι η μείωση της ισχύς εξόδου την ώρα ‘t’ σε $p_{it}$ από $p_{i(t-1)}$ της προηγούμενης ώρας περιορίζεται από το μέγιστο ρυθμό μείωσης της ισχύος $RD_i$.

➢ **<u>Περιορισμός ενέργειας υδροηλεκτρικών μονάδων</u>**

- $E_j^{\min} \le \sum_{t \in \mathcal{T}} p_{jt} \le E_j^{\max} \qquad \forall j \in \mathcal{J} \quad (10)$

Ο περιορισμός (10) επιβάλλει η παραγόμενη ενέργεια από μία υδροηλεκτρική μονάδα ‘j’ κατά τη διάρκεια του ορίζοντα προγραμματισμού να βρίσκεται μεταξύ των τιμών $E_j^{\min}, E_j^{\max}$.

➢ **<u>Αρχικές συνθήκες (t=0)</u>**

- $p_{i0} = P_i^{ini} \qquad (11)$
- $u_{i0} = u_i^{ini} \qquad (12)$
- $y_{i0} = 1 \;\text{ if }\; T_i^{ini} = 1 \qquad (13)$
- $z_{i0} = 1 \;\text{ if }\; T_i^{ini} = -1 \qquad (14)$

$$L_i = \min\left(T_{\max}, \left(UT_i - T_i^{ini}\right) \cdot u_i^{ini}\right) \qquad (15)$$
$$F_i = \min\left(T_{\max}, \left(DT_i + T_i^{ini}\right) \cdot \left(1 - u_i^{ini}\right)\right) \qquad (16)$$

- $u_{it} = 1 \quad \forall\; t = 1, ..., L_i \quad \text{if } T_i^{ini} > 0,\ L_i > 0 \qquad (17)$
- $u_{it} = 0 \quad \forall\; t = 1, ..., F_i \quad \text{if } T_i^{ini} < 0,\ F_i > 0 \qquad (18)$

Οι εξισώσεις (11)-(14) ορίζουν τις αρχικές συνθήκες (t=0) για τις μεταβλητές $p_{it}, u_{it}, y_{it}, z_{it}$. Τα $P_i^{ini}$ και $u_i^{ini}$ ορίζονται ως δεδομένα του προβλήματος (βλ. Πίνακα 1).

Οι εξισώσεις (13)-(14) ορίζουν ότι εάν η μονάδα ‘i’ συγχρονίστηκε/αποσυγχρονίσηκε την ώρα ‘t=0’ ($T_i^{ini} = 1 / T_i^{ini} = -1$ αντίστοιχα), οι αντίστοιχες μεταβλητές θα πρέπει να πάρουν την τιμή 1.

Οι εξισώσεις (15)-(16) ορίζουν δύο βοηθητικές παραμέτρους για την εκπλήρωση των συνθηκών ελάχιστου χρόνου λειτουργίας και κράτησης των μονάδων στην αρχική ώρα ‘t=0’ του χρονικού ορίζοντα προγραμματισμού και χρησιμοποιούνται αντίστοιχα στις σχέσεις (17)-(18).

Οι εξισώσεις (15) και (17) ορίζουν ότι εάν η μονάδα ‘i’ στην αρχή του χρονικού ορίζοντα προγραμματισμού (t=0) βρίσκεται εντός λειτουργίας για λιγότερες ώρες από τον προβλεπόμενο ελάχιστο χρόνο λειτουργίας ($u_i^{ini} = 1$ και $0 < T_i^{ini} < UT_i$) τότε θα πρέπει να παραμείνει <u>υποχρεωτικά συγχρονισμένη</u> για τις επόμενες $UT_i - T_i^{ini}$ ώρες.

Ομοίως, οι εξισώσεις (16) και (18) ορίζουν ότι εάν η μονάδα ‘i’ στην αρχή του χρονικού ορίζοντα προγραμματισμού (t=0) βρίσκεται εκτός λειτουργίας για λιγότερες ώρες από τον προβλεπόμενο ελάχιστο χρόνο κράτησης ($u_i^{ini} = 0 \Rightarrow 1 - u_i^{ini} = 1$ και $DT_i + T_i^{ini} > 0$ δεδομένου ότι $T_i^{ini} < 0$) τότε θα πρέπει να παραμείνει <u>υποχρεωτικά αποσυγχρονισμένη</u> για τις επόμενες $DT_i + T_i^{ini}$ ώρες.

- **<u>Ζητούμενα προβλήματος</u>**

Το παραπάνω μαθηματικό μοντέλο θα εφαρμοστεί στο πακέτο μαθηματικού προγραμματισμού GAMS.

Για όλες τις μονάδες του προβλήματος και για όλες τις ώρες του χρονικού ορίζοντα προγραμματισμού ($t = 1, \ldots, 24$) ζητούνται:

- Η ισχύς εξόδου $p_{it}$
- Οι τιμές των μεταβλητών $u_{it}$, $y_{it}$, $z_{it}$
- Το αναμενόμενο συνολικό κέρδος (Profit) από την πώληση ενέργειας στην ημερήσια αγορά ενέργειας.

**Πίνακας 1. Τεχνικά χαρακτηριστικά μονάδων παραγωγής**

| Μονάδες | $P_{max}$ [MW] | $P_{min}$ [MW] | $E_{max}$ [MWh] | $E_{min}$ [MWh] | b [€/MWh] | NLC [€/h] | SUC [€] | SDC [€] | RU [MW/h] | RD [MW/h] | UT [h] | DT [h] | $P_{ini}$ [MW] | $T_{ini}$ [h] | $u_{ini}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **AgiDim** | 280 | 160 | - | - | 34 | 2500 | 15000 | 1200 | 170 | 170 | 12 | 6 | 0 | -10 | 0 |
| **Komotini** | 420 | 180 | - | - | 45 | 1600 | 3700 | 300 | 360 | 360 | 4 | 3 | 400 | 4 | 1 |
| **Kremasta** | 300 | 0 | 1700 | 1000 | 0 | 0 | 0 | 0 | 300 | 300 | 1 | 1 | 150 | 10 | 1 |
| **Sfikia** | 250 | 0 | 1250 | 800 | 0 | 0 | 0 | 0 | 250 | 250 | 1 | 1 | 0 | -10 | 0 |
| **Stratos** | 250 | 0 | 1450 | 700 | 0 | 0 | 0 | 0 | 250 | 250 | 1 | 1 | 0 | -15 | 0 |

**Πίνακας 2. Τιμές ενέργειας**

| Ώρα | Τιμή ενέργειας $\lambda_t$ (€/MWh) | Ώρα | Τιμή ενέργειας $\lambda_t$ (€/MWh) |
|---|---|---|---|
| 1 | **37.9** | 13 | **81** |
| 2 | **37.1** | 14 | **87.9** |
| 3 | **35.9** | 15 | **85.2** |
| 4 | **34.9** | 16 | **68.2** |
| 5 | **32.3** | 17 | **63.7** |
| 6 | **31.5** | 18 | **52.4** |
| 7 | **27.8** | 19 | **48.9** |
| 8 | **47.8** | 20 | **62.6** |
| 9 | **64.4** | 21 | **78.5** |
| 10 | **69.7** | 22 | **81.9** |
| 11 | **71.9** | 23 | **70.5** |
| 12 | **75.7** | 24 | **70** |